

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

На правах рукописи



КАНБЕКОВ РАУШАН РУСЛАНОВИЧ

**УСТОЙЧИВЫЕ СОСТОЯНИЯ И СВОЙСТВА ПЛОСКИХ МАГНИТНЫХ
СТРУКТУР, ОБРАЗУЮЩИХСЯ В ОКРЕСТНОСТИ АНТИДОТОВ В
ЛЕГКОПЛОСКОСТНЫХ МАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ**

Специальности 1.3.14. Теплофизика и теоретическая теплотехника

1.3.3. Теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

Доктор физико-математических наук,
профессор

Вахитов Р.М.

УФА-2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
<u>Глава I.</u> Теоретическая часть	13
1.1 <u>Виды памяти</u>	13
1.2 <u>Микромагнетизм.</u> Магнитные вихри	14
1.3 <u>Микромагнитное моделирование</u>	18
1.4 <u>Пакеты</u> для моделирования	22
<u>Глава II.</u> Вихреподобные структуры в перфорированных магнитных пленках с учетом размагничивающих полей	27
2.1. <u>Структура простейшей неоднородности</u>	27
2.2. <u>Численное моделирование</u>	29
2.3. <u>Случай двух цилиндрических антидотов конечного размера</u>	32
2.4. <u>Влияние размагничивающих полей в случае одного антидота</u>	34
2.5. <u>Влияние размагничивающих полей в случае нескольких антидотов</u>	37
2.6. <u>Выводы</u>	41
<u>Глава III.</u> Особенности формирования плоских неоднородных структур в наноразмерных магнитных пленках	43
3.1. <u>Постановка задачи</u>	43
3.2. <u>Аналитический подход</u>	45
3.3. <u>Численный подход</u>	47
3.4. <u>Эмпирический подход</u>	49
3.5. <u>Случай тонкой магнитной нити</u>	53

3.6. Случай проколотого диска	54
3.7. Случай пленки с двумя антидотами	57
3.8. Оценки стабильности для конкретных материалов	62
3.9. Выводы	65

Глава IV. Два подхода к созданию плоских магнитных структур и теорема об их эквивалентности..... 66

4.1. Основные уравнения	66
4.2. Пленка с антидотами малых размеров	66
4.3. Пленка с двумя цилиндрическими антидотами	68
4.4. Теорема об эквивалентности подходов	71
4.5. Пленка с двумя дефектами цилиндрической или прямоугольной формы	76
4.6. Дефекты с ненулевой анизотропией	80
4.7. Влияние конечной константы анизотропии вне области дефектов ..	84
4.8. Выводы	87

Глава V. Вихреподобные нанообъекты в перфорированных пленках пермаллоя..... **89**

5.1. Основные предпосылки	90
5.2. Результаты моделирования	94
5.3. Сценарии потери устойчивости	98
5.4. Выводы	102

<u>Глава VI.</u> Влияние внешнего магнитного поля на вихреподобные магнитные структуры в перфорированных пленках	103
<u>6.1. Постановка задачи</u>	103
<u>6.2. Приближение слабых полей</u>	107
<u>6.3. Модель одного антидота</u>	109
<u>6.4. Модель «кренделя»</u>	112
<u>6.5. Численный эксперимент</u>	119
<u>6.6. Выводы</u>	124
<u>Глава VII.</u> Влияние тепловых флуктуаций на устойчивость вихреподобных неоднородностей	127
<u>7.1. Методика исследования</u>	127
<u>7.2. Зависимость времени жизни состояний от температуры</u>	131
<u>7.3. Сценарии разрушения топологически защищенных структур</u>	132
<u>7.4. Выводы</u>	136
<u>Заключение</u>	138
<u>Список авторской литературы</u>	140
<u>Литература</u>	152

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования.

В последнее время становится очевидным, что постоянно растущие требования к эксплуатационным характеристикам вычислительной техники, которая базируется в основном на полупроводниковых технологиях, уже не могут быть полностью удовлетворены в рамках существующих концепций. Согласно международной «дорожной карте» по развитию полупроводниковых технологий за последние 15 лет выявились границы применимости закона Мура [1], согласно которому количество транзисторов, размещаемых на кристалле интегральной схемы, удваивается каждые два года. В области цифровых технологий, роботизированных систем и систем обработки данных эта проблема особенно актуальна, поскольку физический предел, когда закон Мура перестает работать, уже достигнут [2]. Это приводит к необходимости развития новых физических принципов функционирования электронных систем, одним из которых, как наиболее перспективной, считается магنونика; в ее основе лежит создание новой компонентной базы логических и запоминающих устройств на основе магнитных возбуждений [3]. Однако, в настоящее время в наномagnetизме все большую популярность приобретают исследования вихреподобных магнитных неоднородностей, к которым относятся скирмионы, бимероны, магнитные вихри, цилиндрические магнитные домены и т.д [4-6]. Они обладают рядом уникальных свойств, такими как топологическая защищенность, высокая подвижность, наномасштабные размеры и другие спин-электронные свойства. Считается, что благодаря этим свойствам вихреподобные неоднородности могут рассматриваться в качестве концептуальной основы для создания функциональных элементов наноэлектроники нового поколения, в частности устройств магнитной памяти, что может существенно улучшить важнейшие характеристики

подобных систем, такие как быстродействие, энергоэффективность и плотность записи информации на магнитных носителях. Среди различных типов вихреподобных неоднородностей, существующих в наноразмерных ферромагнитных пленках, наиболее привлекательным (и к тому же досконально изученным) кандидатом на роль носителя информации в современных вычислительных системах считаются скирмионы [7, 8]. Они образуют устойчивые состояния в магнитных пленках с нецентросимметричной решеткой (киральные магнетики) благодаря наличию в них взаимодействия Дзялошинского-Мория (DMI) [7, 9]. Однако многочисленные исследования выявили определенные ограничения, налагаемые на использование ферромагнитных пленок с DMI. В некоторых таких магнетиках с объемным DMI скирмионы становятся устойчивыми только при низких температурах и в узкой области магнитных полей [10]. В то же время в многослойных пленках, в которых имеет место межфазное DMI, их устойчивость достигается уже при комнатных температурах [11, 12]. Однако и в этом случае трудно достичь баланса взаимодействий, обеспечивающих устойчивость скирмионов, при столь малых толщинах этих пленок (~ 1 нм) [13]. Поэтому возник спрос на альтернативные способы получения вихреподобных неоднородностей, устойчивых в широких диапазонах температур (включая комнатные) и магнитных полей, а также при малых толщинах пленок [14]. Одним из таких вариантов решения данной проблемы было использование в качестве таких материалов ферромагнитные пленки с пространственно-модулированными параметрами [15, 16]. В частности, экспериментально было показано, что ферромагнитные пленки, облученные в определенных местах локализованными пучками ионов гелия (He^{+2}) [17], представляют собой магнетики с решеткой «потенциальных ям», на которой стабилизируются магнитные скирмионы. [18] Теоретический анализ таких магнетиков выявил [19, 20], что магнитные скирмионы, зарождающиеся на подобных дефектах,

устойчивы в широких интервалах изменения материальных параметров (α , следовательно, и температур) и внешних магнитных полей.

Другой вариант реализации устойчивых состояний вихреподобных неоднородностей был рассмотрен в работе [21], в которой предложен способ их формирования в магнитной пленке с одноосной анизотропией типа «легкая плоскость», содержащей перфорации. Если в такой пленке имеются два близко расположенных отверстия цилиндрической формы (антидоты [13, 22]), то, как показывают расчеты, в окрестности этих отверстий образуются вихреподобные магнитные неоднородности, лежащие в плоскости пленки и имеющие топологический заряд. Эти плоские микромагнитные структуры, локализованные на антидотах, являются метастабильными образованиями. Однако они могут стать устойчивыми структурами, если вдоль одного из антидотов подать импульс тока. Поскольку в отсутствие внешних воздействий изменение топологии равновесной магнитной неоднородности становится невозможным, то эти структуры оказываются долгоживущими. Причем эти структуры, могут находиться в одном из трех неэквивалентных состояний (одном однородном и двух неоднородных, различающихся знаками топологических зарядов). Следовательно, на этой основе могут быть созданы ячейки памяти, позволяющие кодировать информацию в троичной системе исчисления, что обеспечивает значительное увеличение плотности записи данных на носителях. Данная концепция устройства магнитной памяти является совершенно новым проектом такого рода, никем ранее не озвученным и не исследованным. Поэтому анализ различных сторон этого способа записи информации, а именно определение рабочего диапазона функционирования таких систем относительно изменения температуры, воздействия внешних магнитных и собственных размагничивающих полей, геометрии образца и т.д., представляется достаточно серьезной и актуальной задачей.

Целью диссертационной работы является изучение влияния различных внешних и внутренних факторов, играющих как позитивное, так и негативное влияние на область устойчивости плоских микромагнитных структур, образующихся в окрестности двух близкорасположенных антидотов в магнитных пленках с одноосной анизотропией типа «легкая плоскость». Для достижения целей диссертационного исследования были поставлены следующие задачи:

1. Исследование влияние размагничивающих полей, обусловленных конечной толщиной пленки, и геометрических размеров антидотов на распределение намагниченности в области антидотов, на его характеристики и на устойчивость этих структур.
2. Анализ условий устойчивости вихреподобных неоднородностей, возникающих в рассматриваемой пленке относительно изменений константы одноосной анизотропии, вызванные, в частности, температурными колебаниями среды. Развитие возможных способов (аналитический, численный, эмпирический) вычисления порогового значения величины константы одноосной анизотропии типа «легкая плоскость», при которых эти структуры могут наблюдаться.
3. Изучение способов формирования исследуемых магнитных неоднородностей (на антидотах и на дефектах) и выявление их возможной взаимозаменяемости.
4. Исследование возможности формирования рассматриваемых структур в пермалловых пленках.
5. Изучение влияния внешнего магнитного поля на структуры и трансформацию данных микромагнитных неоднородностей, образующихся вблизи антидотов в рассматриваемых пленках и нахождения критических значений, выше которого они разрушаются.

6. Исследование вклада тепловых флуктуаций на устойчивость рассматриваемых плоских магнитных структур, выявление возможных сценариев их разрушения под действием этих флуктуаций.

Методы исследования. Исследования проводились в рамках феноменологического подхода путем решения уравнений Эйлера-Лагранжа, которые при использовании теории возмущений, сводились к уравнениям Шредингера. Анализ последних давал качественную картину распределения намагниченности в рассматриваемом образце, которая сравнивалась с результатами стохастического анализа решеточной модели магнетика, а также применения микромагнитного моделирования с помощью пакета программ открытого доступа OOMMF [23].

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Расчет вклада размагничивающих полей пленок на структуру и устойчивость плоских магнитных структур, образующихся вблизи двух отверстий, размеры которых сопоставимы с расстоянием между ними.
2. Нахождение порогового значения константы легкоплоскостной анизотропии, выше которой плоские магнитные структуры, образующиеся в окрестности двух близлежащих антидотов, являются устойчивыми образованиями, а также определения диапазона температур, в области которой эти структуры являются устойчивыми.
3. Доказательство эквивалентности двух способов формирования плоских магнитных структур: в магнитных пленках с антидотами и в тех же пленках с дефектами.
4. Выявление возможности формирования плоских магнитных структур в пермалловых пленках с антидотами, приемлемых для записи информации в троичной системе исчисления.

5. Расчет влияния внешнего магнитного поля на структуру и устойчивость плоских магнитных неоднородностей, образующихся в окрестности антидотов в исследуемых пленках и определение их критических значений, выше которых они разрушаются.
6. Анализ влияния тепловых флуктуаций на устойчивость топологически защищенных структур, и нахождение различных сценариев их разрушения, а также выявление среди них наиболее вероятного. Доминирующим сценарием разрушения метастабильного состояния является последовательное изменение их топологического заряда на 1 в сторону состояний с меньшей энергией, что может привести к изменению на порядок температуры, при которой состояние оказывается долгоживущим.

Научная новизна. Полученные результаты являются новыми, так как плоские микромагнитные структуры, образующиеся в окрестностях антидотов (одного, двух, четырех отверстий) в магнитной пленке с анизотропией типа «легкая плоскость», ранее никем не исследовались. Впервые рассмотрен систематический анализ влияния на их структуру геометрических факторов (размеры и формы антидотов, расстояния между их центрами), размагничивающих полей, внешнего магнитного поля и тепловых флуктуаций. Впервые показано, какие магнитные материалы (пермаллой) являются наиболее подходящей рабочей средой, в которых при наличии в них перфораций, могут образовываться изучаемые магнитные неоднородности.

Теоретическая и практическая значимость. По результатам работы получены новые знания о возможных типах вихреподобных неоднородностях, возникающих в области антидотов в ферромагнитной пленке с одноосной анизотропией типа «легкая плоскость», об их структуре, устойчивости и свойствах.

Результаты приведенных исследований могут быть использованы в качестве основы при разработке запоминающих устройств нового типа, функционирующих в троичной системе исчисления.

Объект и предмет исследования

Объектом исследований в данной работе являются вихреподобные неоднородности, которые образуются в окрестности дефектов (преимущественно отверстий) в легкоплоскостных тонких пленках. Предметом исследования данной работы является геометрия, структура, свойства и устойчивость вихреподобных неоднородностей под действием размагничивающих и внешних полей, а также исследования условий применимости изучаемых структур относительно воздействия внутренних и внешних факторов в том числе и теплового воздействия при проектировании ячеек памяти и вычислительных устройств.

Личный вклад автора. В процессе выполнения исследования автор активно участвовал в определении целей и формировании задач работы, выполнял численное моделирование и провел тщательный анализ и обработку полученных результатов, а также принимал деятельное участие в подготовке публикаций.

Апробация результатов исследования. Основные теоретические и практические результаты диссертационной работы нашли отражение в публикациях на международных и всероссийских научно-практических конференциях

- VIII Euro-Asian Symposium “Trends in Magnetism” (EASTMAG), Казань, 2022
- XIII и XIV Международная школа-конференция «Фундаментальная математика и её приложения в естествознании», г. Уфа, 2022, 2023.

- Международная конференция «Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах», посвященная 300-летию Российской Академии Наук, г. Махачкала, 2023
- 5-й Международный научный Семинар "Дни калорики в Башкортостане: функциональные материалы и их приложения", с. Новоабзаково РБ, 2024.

Автором по теме исследования **опубликовано** 7 научных работ общим объемом 4 печ. л. (из них авторский вклад – 0.8 печ. л.), в том числе 2 статьи в научных изданиях, рекомендованных ВАК Министерством науки и образования Российской Федерации, общим объемом 1 печ. л. и 5 статьи в Scopus объемом 3 печ. л.

Глава I.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1.1 Виды памяти

В настоящее время известно несколько типов запоминающих устройств, наиболее используемых в вычислительных системах: Flash, DRAM, SRAM, FRAM и MRAM. Сейчас Flash наиболее широко применяется как носитель информации в компьютерах, сенсорах, смартфонах и других устройствах. Тем не менее, по мнению экспертов, в ближайшее время развитие технологии Flash остановится и производство Flash-памяти начнет снижаться. Основная причина этого - распространение новых технологий, которые не только энергонезависимы, но и предлагают оптимальный алгоритм и увеличивает скорость чтения-записи. [24]

Второй популярной технологией памяти является динамическая память с произвольным доступом (DRAM). Этот тип компьютерной памяти использует полупроводниковые материалы, зависит от электроэнергии и позволяет получать доступ к данным в произвольных ячейках памяти. Модули памяти этого типа широко используются в современных компьютерах в качестве оперативной памяти (ОЗУ). Они также используются для постоянного хранения информации в системах с высокими требованиями к скорости. Физически DRAM состоит из ячеек в полупроводниковом материале, которые используются для хранения битов данных.

Третий вид памяти (магнитной) - MRAM. Он работает на основе разной проводимости магниторезистивного материала, заключенного между ферромагнетиками с одинаковыми или разными направлениями магнитных полей. В его основе лежит гигантский магниторезистивный эффект, обнаруженный в магнитных пленках двумя группами ученых,

возглавляемых Фертом [25] и Грюнбергом [26]. MRAM состоит из перекрещивающихся проводников для битов и слов, и напоминает сэндвич: между двумя ферромагнетиками находится магниторезистивный слой. FRAM хранит информацию в электрически поляризованном материале [27]; MRAM - в магнитных диполях; OUM - в аморфной или кристаллической форме сплава халькогенидов [28]. Каждая из этих новых технологий может заменить флеш-память, DRAM и SRAM, благодаря своим свойствам. Они превосходят флеш-память по 2 главным критериям. Во-первых, алгоритмы доступа к памяти, как в циклах чтения, так и записи, просты и быстры. Во-вторых, они обладают гораздо большим сроком службы и надежностью.

1.2 Микромагнетизм. Магнитные вихри

Магниты создают собственные магнитные поля, которые притягивают определенные материалы. Как простой пример — магнитики на холодильник. Но более важным для нашей повседневной жизни является то, что магниты могут быть использованы для хранения данных в компьютерных системах. Используя направление магнитного поля (скажем, вверх или вниз), каждый из микроскопических стержневых магнитов может хранить один бит памяти как ноль или единицу, что лежит в функционировании компьютера. Ученые из Аргоннской национальной лаборатории Министерства энергетики США (DOE) предполагают заменить стержневые магниты крошечными магнитными вихрями [29]. Размер такого вихря составляет миллиардные доли метра (нанометры). Эти вихри, которые образуются в некоторых магнитных материалах, называются скирмионами. В будущем они могут положить начало для нового поколения устройств нанoeлектроники, благодаря созданию памяти на новых принципах работы.

Магнитный скирмион — аксиально-симметричная стабильная спиновая структура, в которой от центра к периферии происходит плавный

разворот ориентации намагниченности между двумя противоположными направлениями, как и цилиндрическом магнитном домене [30,31]. В скирмионах, в отличие от цилиндрических магнитных доменов, отсутствует однородно намагниченная область в центре, а разворот вектора намагниченности от ориентации «вверх» до ориентации «вниз» начинается сразу с центра. Это центральная область носит название – ядра скирмиона (в англоязычной литературе «core»). Область разворота стенки можно условно назвать доменной границей, причем намагниченность в этой области может изменять свое направление, оставаясь либо в плоскости стенки (стенка Блоха), либо перпендикулярна плоскости стенки (стенка Нееля)[30, 32, 33].

Ориентация намагниченности зависит от трех скирмионных чисел: p – полярность, определяет, направление намагниченности в центре скирмионов; n – вихревое число (топологический заряд), которое определяет число оборотов вектора намагниченности при движении по замкнутому контуру в плоскости xu ; γ – спиральное число, определяет направление вращения намагниченности в плоскости xu , при движении от центра к периферии [4].

На рис. 1 приведены структуры с различной комбинацией скирмионных чисел: $n = 1, \gamma = 0 (\pi)$ – скирмион Нееля, вращение только из плоскости, нет вращения в плоскости xu при движении от центра к периферии; $n = 1, \gamma = \pi/2$ – скирмион Блоха, вращение происходит и в плоскости, и из плоскости. Возможны более сложные структуры, если $n = -1, \gamma = 0$ – антискирмион; если $n = 1, \gamma = 0, a = 2$ – скирмиониум, в котором намагниченность совершает один полный оборот в плоскости xz , при движении от центра к периферии [30,34].

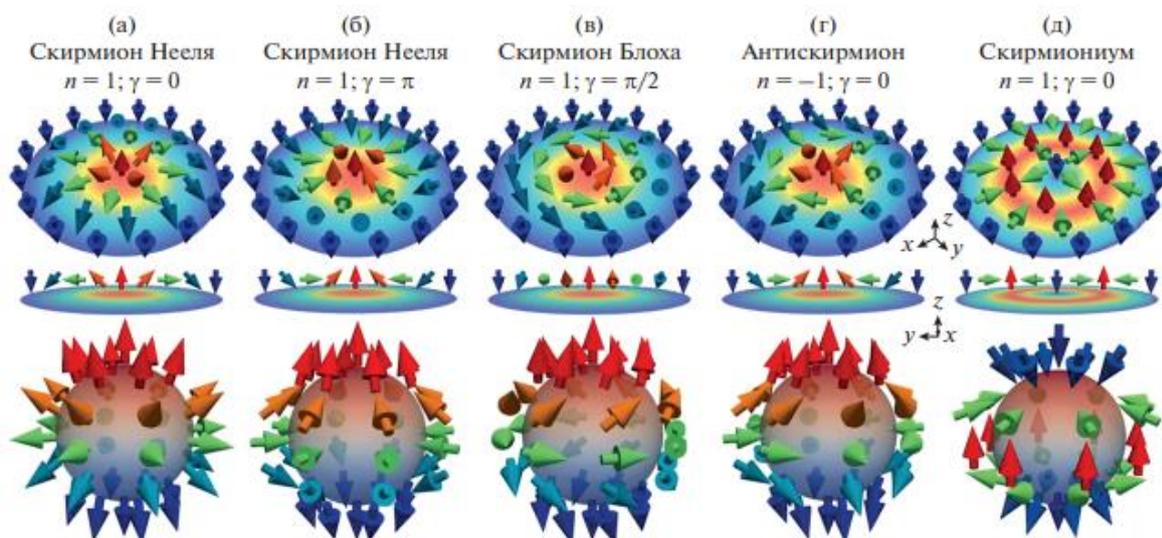


Рис 1. Скирмионные спиновые структуры при различных значениях топологических чисел. Первый ряд – структуры полученные с помощью модели[4]. Второй ряд – спиновая структура вышеприведенных состояний на срезе xz . Третий ряд – проекция описанных состояний на единичную сферу. Верхний полюс – центр скирмиона, нижний полюс – однородная область периферии.

Скирмионы – это топологически нетривиальные устойчивые магнитные образования, которые можно возбуждать в магнитных плёнках, а затем считывать их состояние. Структуру и возможность образования магнитных вихревых структур около 60 лет назад предсказал британский физик-теоретик Тони Скирми (Tony Skyrme) [35]. Позже эти магнитные вихри получили его имя. Чтобы уничтожить обычный магنون, нужно перевернуть назад всего один спин. Поэтому магноны живут сравнительно недолго. Со скирмионом так не получится, чтобы его уничтожить, надо повернуть огромное количество спинов. Скирмион живет долго, потому что он топологически защищен. Таким образом, скирмион — перспективный кандидат на роль носителя информационного сигнала в спинтронике [36].

Экспериментально скирмионы были зафиксированы в киральных

магнетиках [37, 38], однако существенным недостатком киральных магнетиков для их практического применения является то, что скирмионы устойчивы благодаря наличию в них релятивистского взаимодействия Дзялошинского-Мория (ДМ), которое в обычных условиях становится слабым [37]. В то же время в наноструктурированных пленках оно проявляется уже при комнатных температурах, однако при столь малых масштабах (~ 1 нм) будут возникать флуктуации, нарушающие тонкий баланс взаимодействий, ответственных за устойчивость вихреподобных неоднородностей [11,12, 39-42]. В связи с этим встает вопрос о поисках путей стабилизации магнитных скирмионных состояний устойчивых при комнатной температуре в традиционных магнитных материалах с одноосной перпендикулярной магнитной анизотропией.

В 2013 году одним из путей достижения стабилизации скирмионов в магнитных пленках без взаимодействия Дзялошинского-Мория - было наноструктурирование материала [43, 44]. Скирмионы, как правило, чувствительны к наличию различного рода дефектов в материалах, а также же присутствию вблизи них пары атомов, возвышающихся над основной поверхностью пленки. Экспериментально было зафиксировано, если формировать на поверхности пленки Co_6Pt , обладающей перпендикулярной анизотропией, наночастицы Co , у которых анизотропия типа легкая плоскость, то в этом случае благодаря обменному взаимодействию между частицей и подлежащей пленкой в ней наблюдается устойчивое скирмионное распределение намагниченности [45, 46].

В 2021 году японские ученые продемонстрировали разработанную ими технологию, позволяющую управлять движением и поведением единичных скирмионов [47]. Они использовали очень необычный магнитный материал, представляющий соединение кобальта, цинка и марганца ($\text{Co}_9\text{Zn}_9\text{Mn}_2$), он известен как магнитный материал с хиральной

кристаллической решеткой. Используя тонкую пластину из магнитного материала, ученые смогли найти условия, при которых в материале при комнатной температуре возникают крошечные скирмионы, размером в 100 нанометров. Наблюдения за поведением и движением этих квазичастиц проводились при помощи технологии просвечивающей электронной микроскопии Лоренца. А управление осуществлялось кратковременными пиками магнитного поля, создаваемого электрическими импульсами, длительностью в несколько наносекунд. Исследователи обнаружили, что скирмионы при помощи импульсов тока достаточно легко переводятся из неподвижного статического состояния до движения в потоке, и движутся с относительно высокой скоростью, составляющей 3 метра в секунду.

1.3 Микромагнитное моделирование

В настоящее время при теоретическом исследовании распределения магнитных моментов в изучаемом образце магнитного материала, процессов его перемагничивания, влияния различных факторов (влияния внешних полей, различного рода дефектов, теплового воздействия и т.д.) используются различные методы анализа. Одним из таких наиболее распространённых методов исследования является микромагнитное моделирование. Оно представляет процесс создания математической модели системы, состоящей из множества взаимодействующих магнитных моментов. Эта модель может быть использована для изучения поведения системы при различных условиях или для оптимизации ее характеристик [48, 49].

Процесс микромагнитного моделирования включает следующие этапы:

1. Определение геометрии системы, которое включает в себя размеры и форму образца, а также расположение магнитных моментов.

2. Задание магнитных параметров системы, которые могут влиять на поведение системы. К ним относятся намагниченность, константа магнитной анизотропии, обменный параметр, магнитное поле и другие факторы.
3. Составление уравнений, описывающих статику и динамику магнитных моментов исходя из выражения для полной энергии системы. Такими уравнениями могут быть уравнения Эйлера-Лагранжа [32, 48], уравнения Ландау- Лифшица в форме Гильберта [50], обобщённые уравнения Ландау- Лифшица [51], уравнения Слончевского в канонических переменных [52, 53], уравнения Тиля [54].
4. Решение уравнений движения для магнитных моментов. Эти уравнения могут быть решены как численно с использованием методов, таких как метод конечных разностей или конечных элементов [55], так и аналитически с помощью приближенных методов (метод теорий возмущений, вариационный метод и т. д.).
5. Анализ результатов моделирования. Результаты моделирования могут быть использованы для изучения поведения системы, например, для определения зависимости намагниченности от температуры или внешнего магнитного поля.

Микромагнитное моделирование может быть использовано для изучения различных магнитных систем, таких как магнитные пленки, магнитные наночастицы и магнитные структуры с геометрической анизотропией. Оно также может быть использовано для разработки новых магнитных материалов или устройств.

Намагниченность \vec{M} в ферромагнетиках определяется магнитными моментами, выстраиваемыми параллельно друг другу вследствие обменного взаимодействия. Поэтому логично разбить ферромагнетик на

решетку из элементарных магнитов, находящихся на расстоянии порядка характерной длины обменного взаимодействия друг от друга. Зависимость намагниченности \mathbf{M} в каждой ячейки такой решетки от времени задается уравнением Ландау-Лифшица:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -|\bar{\gamma}|\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} - \frac{|\bar{\gamma}|\alpha}{M_s}\mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff})$$

где \mathbf{M} – магнитный момент, α – константа Гильберта (затухания), $|\bar{\gamma}|$ гиромагнитное отношение Ландау-Лифшица, M_s – намагниченность насыщения. Магнитный момент можно представить в виде

$$\mathbf{M} = M_s \mathbf{m}, |\mathbf{m}| = 1.$$

Уравнение Ландау-Лифшица в форме Гильберта имеет вид:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -|\gamma|\mathbf{M} \times H_{eff} - \frac{\alpha}{M_s}\left(\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}\right),$$

где γ – гиромагнитное отношение Гильберта, математически эквивалентно форме Ландау-Лифшица при соотношении $\gamma = (1 + \alpha^2)\bar{\gamma}$.

Эффективное поле \mathbf{H}_{eff} определяется следующим образом:

$$\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H}_{ext} + \mathbf{H}_{exch} + \mathbf{H}_{dem} + \mathbf{H}_{anis},$$

где \mathbf{H}_{ext} , \mathbf{H}_{exch} , \mathbf{H}_{dem} и \mathbf{H}_{anis} , – внешнее (Зеемановское) поле, обменное поле, поле размагничивания и поле анизотропии, соответственно. Обменное поле можно получить путем дифференцирования обменной энергии по магнитному моменту $E_{exch} = -A \int_V (\nabla \mathbf{m})^2 dV$, где A – обменный коэффициент:

$$\mathbf{H}_{exch} = \lambda_{exch}^2 \nabla^2 \mathbf{m},$$

где $\lambda_{exch} = \sqrt{\frac{2A}{\mu_0 M_s^2}}$ – обменная длина.

Поле размагничивания отвечает за магнитное взаимодействие магнитных диполей между собой, оно стремится ориентировать диполи противоположно друг другу. Величина этого поля сильно зависит от формы образца, поэтому часто вызванные им эффекты называют анизотропией формы. Это поле можно записать в виде:

$$\mathbf{H}_{dem} = M_s \int_V \hat{N}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{m}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}',$$

где \hat{N} – размагничивающий тензор:

$$\hat{N}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \nabla^2 \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}.$$

Поле анизотропии возникает из-за кристаллической анизотропии, которое обусловлено спин-орбитальным взаимодействием; из-за нее в различных направлениях плотность электронов распределена по-разному. Обычно рассматривают кубическую анизотропию, когда кристаллическая решетка имеет кубическую структуру, и одноосную анизотропию, когда у решетки есть одна выделенная ось. Направление оси является «легкой осью», если значение константы кристаллической анизотропии положительна. В этом случае плотность энергии анизотропии определяется выражением:

$$E_{anis} = K(1 - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{u})^2)$$

где K – константа одноосной анизотропии, \mathbf{m} – единичный вектор намагниченности, \mathbf{u} – единичный вектор «легкой оси». В противном случае если константа отрицательна, то направление оси является нормалью к легкой плоскости, а плотность анизотропии определяется выражением:

$$E_{anis} = -K(\mathbf{m} \cdot \mathbf{u})^2.$$

1.4 Пакеты для моделирования

Для компьютерного моделирования микромагнитных систем существует множество разных пакетов программ, как для коммерческого пользования, так и в открытом доступе. Ниже приведен список популярных пакетов программ для моделирования:

1. **ООММФ** – свободно распространяемая, портативная, расширяемая, общедоступная, микромагнитная программа. Проект создан отделом прикладной и вычислительной математики (ACMD) из NIST в тесном сотрудничестве с μ MAG. Написана на C++, широкодоступном объектно-ориентированном языке, позволяющем создавать программы с хорошей производительностью и расширяемостью.

Ее возможности.

- Моделирование статических и динамических свойств магнитных материалов.
- Расчет характеристик магнитных структур, таких как доменные стенки, вихри и др.
- Моделирование процессов намагничивания и размагничивания материалов.
- Исследование влияния различных параметров на магнитные свойства материалов (например, температуры, внешнего магнитного поля и т.д.).
- Визуализация результатов моделирования в виде графиков, диаграмм и трехмерных изображений.
- Возможность работы с различными типами магнитных материалов (ферромагнетики, антиферромагнетики и др.).
- Поддержка различных методов моделирования, таких как метод Монте-Карло, метод молекулярной динамики и другие.

- Возможность интеграции с другими программными пакетами для проведения комплексных исследований.
- Наличие открытого исходного кода и возможность расширения и модификации программы.
- Возможность использования OOMMF для разработки новых материалов с заданными магнитными свойствами.

2. MUMAX3 – это программа микромагнитного моделирования с ускорением на графическом процессоре, разработанная и поддерживаемая группой DuNaMat в Гентском университете. Ускорение порядка 100 раз по сравнению с моделированием на базе ЦП может быть легко достигнуто даже при использовании относительно недорогих игровых графических процессоров. Кроме того, программное обеспечение оптимизировано для минимального использования памяти и может обрабатывать около 16 миллионов ячеек FD с 2 ГБ оперативной памяти графического процессора.

Возможности.

- Моделирование статических и динамических характеристик магнитных материалов
- Расчет характеристик магнитных наноструктур и устройств
- Визуализация результатов моделирования
- Поддержка различных методов расчета, включая метод конечных элементов и метод конечных разностей
- Открытый исходный код и возможность модификации программы
- Интеграция с другими программами и пакетами
- Использование для разработки новых магнитных материалов и устройств.

3. Ubermag - свободно распространяемый пакет программ для моделирования микромагнитных систем. Является высокоуровневой надстройкой над более сложными пакетами для упрощения моделирования. Ядром для моделирования использует вышеперечисленные программы `mtax3` и `oommf`. Популярен за счет низкого порога вхождения, и более эргономичного интерфейса.

Возможности.

- Возможность моделировать статические и динамические свойства магнитных материалов
- Возможность моделировать поведение различных типов магнитных структур, таких как доменные стенки и вихри
- Поддержка широкого спектра магнитных материалов, включая ферромагнетики, антиферромагнетики и ферримагнетики ферримагнетиков
- Визуализация результатов моделирования в 2D и 3D
- Интеграция с другими инструментами моделирования и языками программирования
- Доступ к базе кода с открытым исходным кодом, позволяющей настраивать и расширять программу.

4. SimulMag – это инструмент магнитного проектирования на базе персонального компьютера, разработанный Джоном Оти, когда он работал в отделе электромагнитных технологий NIST. На данный момент поддержку этой библиотеки разработчики прекратили, но она свободно поставляется “as is”. Эта библиотека позволяет конструировать магнитные модели или цепь и смоделировать реакцию системы на воздействие внешних магнитных полей, токов или локальных источников поля.

Возможности.

- Моделирование статических и динамических магнитных свойств материалов
- Моделирование процессов намагничивания и размагничивания
- Визуализация результатов в виде графиков, диаграмм и 3D изображений
- Поддержка различных типов магнитных материалов (ферромагнетики, антиферромагнетики и т. д.)
- Интеграция с другими программными пакетами для комплексного моделирования
- Открытый исходный код с возможностью расширения и модификации программного обеспечения
- Использование для разработки новых материалов с желаемыми магнитными свойствами.

5. Nmag – это пакет микромагнитного моделирования. Он был разработан в Университете Саутгемптона при существенном участии Ганса Фангора, Томаса Фишбахера и Маттео Франчина. Он выпущен под лицензией GNU GPL. Программное обеспечение предоставляется бесплатно и с открытым исходным кодом. Однако не существует доступных ресурсов для обеспечения поддержки при установке, поддержки пользователей, исправления ошибок или расширения функциональности, и по умолчанию ожидается, что программное обеспечение предоставляется как есть.

Возможности.

- Моделирование статических и динамических магнитных свойств материалов.
- Моделирование процессов намагничивания, включая петли гистерезиса и движение доменных стенок.

- Визуализация данных моделирования в виде 2D или 3D графиков.
- Интеграция с другими вычислительными инструментами и языками программирования.
- Доступ к программной платформе с открытым исходным кодом, которая позволяет создавать индивидуальные расширения и модификации.

6. MagPar – экспериментальное программное обеспечение для моделирования систем микромагнетизма конечных элементов. Данная программа разработана Вернером Шольцем в 2002 году и предоставляется бесплатно.

7. SpinValve Bench – программное обеспечение компании MagOasis, связанное с MRAM, представляет собой микромагнитное программное обеспечение для проектирования и анализа современных многослойных устройств спинтроники. К ним относятся современные ячейки MRAM для энергонезависимых микроэлектронных приложений, нанопровода и магниторезистивные датчики считывающей головки для приложений сверхвысокой плотности записи.

Глава II

ВИХРЕПОДОБНЫЕ СТРУКТУРЫ В ПЕРФОРИРОВАННЫХ МАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ С УЧЕТОМ РАЗМАГНИЧИВАЮЩИХ ПОЛЕЙ

В данной главе представлены результаты исследования плоских магнитных вихреподобных неоднородностей, которые могут возникать в ферромагнитных пленках с сильной легкоплоскостной анизотропией при наличии в них антидотов, представляющих собой искусственно созданные наноразмерные отверстия или немагнитные включения. Рассмотрены особенности структуры нанобъектов такого типа в зависимости от геометрии антидотов, а также изучено влияние размагничивающих полей на вихреподобные неоднородности, локализующиеся в окрестности одного, двух или четырех антидотов.

2.1. Структура простейшей неоднородности

Пусть материал тонкой пленки, содержащей антидоты (такие материалы с массивами антидотов являются предметом интенсивных исследований как экспериментального, так и теоретического характера [56-61], аналогичные эксперименты проводятся и с графеном [62]), представляет собой ферромагнетик с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость», благодаря чему вектор намагниченности почти не выходит из плоскости пленки. Тогда энергия магнетика может быть приближенно представлена в следующем виде [63, 21]:

$$E = \int A(\nabla\theta)^2 h dS, \quad (2.1)$$

где угол θ задает ориентацию вектора намагниченности на плоскости, A – обменный параметр, h – толщина пленки. Здесь предполагается, что размагничивающие поля в рассматриваемом материале значительно меньше обменного взаимодействия; их влияние будет подробно изучено в дальнейшем.

В случае пленки без топологических особенностей функционал (2.1) имеет единственный минимум $E = 0$, достигаемый при $\theta = \text{const}$, что соответствует однородному распределению намагниченности. Однако при наличии отверстий в пленке уравнение Эйлера-Лагранжа для функционала (2.1), представляющее собой уравнение Лапласа $\Delta\theta = 0$ [64], может иметь нетривиальные решения. В частности, при числе антидотов $N = 1$ такие решения имеют вид $\theta(r, \varphi) = k\varphi + \text{const}$, где полярная система координат (r, φ) связана с центром антидота, а k – произвольное целое число, имеющее смысл топологического заряда. В континуальном приближении все такие состояния являются одинаково стабильными, независимо от значения k , тем не менее соответствующая магнитная неоднородность не является уединенной, и ее энергия при $k \neq 0$ неограниченно растет при увеличении размеров образца [21]. При $N = 2$ данное утверждение уже не всегда верно. Действительно, пусть пленка содержит два цилиндрических антидота радиуса R_1 и R_2 , центры которых отстоят друг от друга на расстояние $a \gg R_1, R_2$ (рис. 2.1). Тогда в силу линейности уравнения $\Delta\theta = 0$ оно имеет решение следующего вида:

$$\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (2.2)$$

где φ_1, φ_2 – полярные углы в системах координатах, связанных с центрами антидотов. Из рис. 2.1 ясно, что разность углов, входящая в соотношение (2.2), равна углу, под которым из данной точки виден отрезок, соединяющий центры антидотов, так что $\theta \sim r^{-1}$, а значит, $(\nabla\theta)^2 \sim r^{-4}$. Это обеспечивает сходимость интеграла (2.1) в области больших r , следовательно, энергия магнетика в рассматриваемом состоянии является конечной. Детальный расчет, показывает, что она равна

$$E = 4\pi k^2 Ah \ln(a/\sqrt{R_1 R_2}). \quad (2.3)$$

Распределение намагниченности в окрестности отверстий, задаваемое выражением (2.2) при $k = 1$, схематически показано на рис. 2.1; при этом состояние с $k = -1$ получается из него симметричным отражением, так что эти состояния физически эквивалентны.

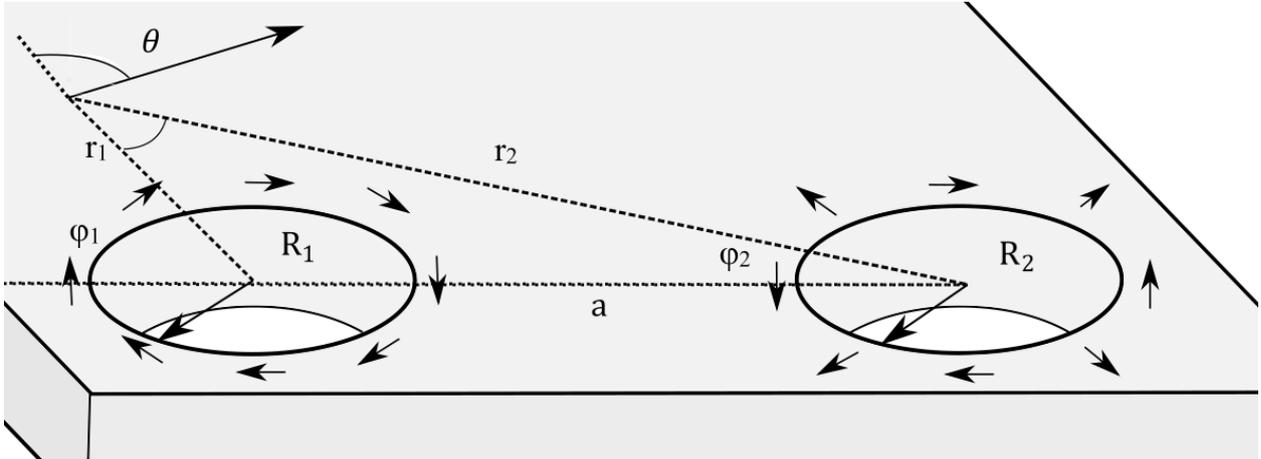


Рис. 2.1. Схема пленки с двумя отверстиями

2.2. Численное моделирование

Соотношение (2.2) представляет собой приближенное аналитическое выражение, справедливое в пределе бесконечно малых размеров антидотов. Тем не менее, оно правильно описывает на качественном уровне структуру неоднородностей, образующихся в окрестности парных антидотов произвольной формы. В этом несложно убедиться путем численного моделирования с использованием программного комплекса OOMMF [23]. На рис. 2.2 показан пример уединенной неоднородности, структура которой была получена в результате расчетов на модели образца в виде прямоугольного параллелепипеда, имеющего размеры $200 \text{ нм} \times 200 \text{ нм} \times 20 \text{ нм}$ (на рисунке изображена небольшая область пленки, представляющая интерес). При этом антидоты были выбраны в виде отверстий радиусом 10 нм , то есть при размере ячейки 2.5 нм они фактически имели крестообразную форму (см. рис. 2.2). Материальные параметры пленки были следующими: $A = 10^{-12} \text{ Дж/м}$, $M_s = 10^5 \text{ А/м}$. Как

видно, приведенное распределение намагниченности в точности воспроизводит состояние с $k = 1$, предсказанное соотношением (2.2).

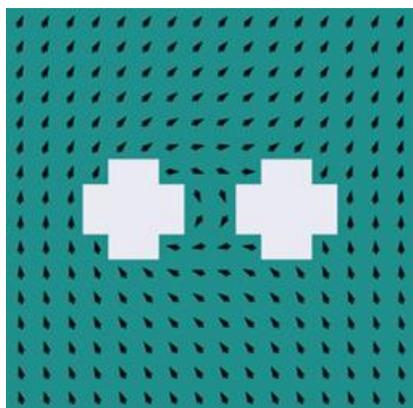


Рис. 2.2. Уединенная неоднородность, локализованная на двух антидотах

Следует остановиться на том обстоятельстве, что поскольку глобальный минимум энергии (2.1) $E = 0$ достигается при однородном распределении намагниченности, расчет неоднородной структуры численными методами требует привлечения стохастического подхода (в работе [21] он был развит в применении к численной оптимизации без использования программного комплекса OOMMF). В рамках такого подхода расчет равновесного распределения намагниченности повторяется многократно, начинаясь из различных стартовых точек оптимизации, выбираемых случайно. Далее все найденные минимумы ранжируются по значениям энергии, и для каждого значения выбирается по одному решению (предполагается, что существование неэквивалентных минимумов, равных по величине, крайне маловероятно), что и позволяет исследовать состояния с $E \neq 0$. В частности, состояние, показанное на рис. 2.2, характеризуется энергией $E = 14.4 Ah$.

Несложно видеть, что при $N > 2$ соотношение, аналогичное (2.2), будет иметь вид $\theta = k_1\phi_1 + k_2\phi_2 + \dots + k_N\phi_N$. При этом условие конечности энергии системы выражается равенством $k_1 + k_2 + \dots + k_N = 0$. Для примера рассмотрим случай $N = 4$, поместив четыре одинаковых антидота радиусом

$R = 10$ нм в вершины квадрата со стороной $a = 40$ нм. Расчеты с использованием численного моделирования позволяют получить распределения намагниченности, показанные на рис. 2.3 (знаками отмечены отверстия, с которыми связаны заряды ± 1). Энергии этих состояний равны $E_1 = 14.1 Ah$ (связаны два отверстия по горизонтали или вертикали), $E_2 = 17.1 Ah$ (связаны два отверстия по диагонали) и $E_3 = 22.6 Ah$ (связаны между собой все четыре отверстия).

С точки зрения континуальной модели первые два из состояний на рис. 2.3 описываются соотношением (2.2) при $k = 1$, а значит, их энергии могут быть вычислены по формуле (2.3). Учитывая, что расстояние между центрами отверстий для второго состояния равно $a\sqrt{2}$, получаем: $E_1 = 4\pi Ah \ln(a/R)$, $E_2 = 4\pi Ah \ln(a\sqrt{2}/R)$. Для третьего состояния из имеем $E_3 = 8\pi Ah \ln(a/R\sqrt{2})$. Несложно видеть, что эта энергия может быть выражена через первые две следующим образом: $E_3 = 4E_1 - 2E_2$. Данное соотношение можно использовать в качестве контрольного для проверки соответствия между результатами аналитических оценок и численного моделирования. Подставляя в него ранее найденные величины E_1 и E_2 , получаем $E_3 = 22.2 Ah$, что менее чем на 2% отличается от расчетного значения $E_3 = 22.6 Ah$.

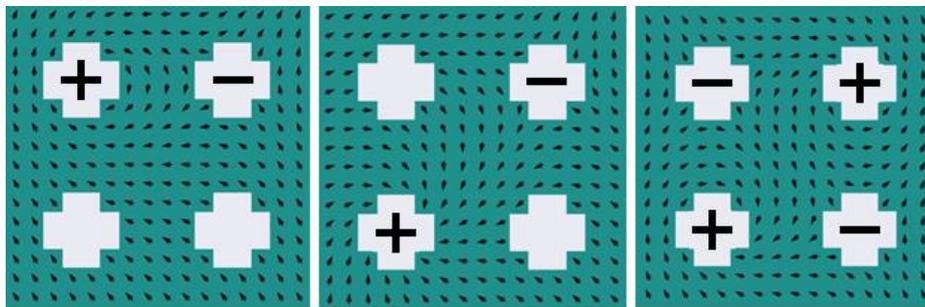


Рис. 2.3. Уединенные неоднородности, локализованные на четырех антидотах

Несмотря на то, что из приведенных на рис. 2.3 неоднородностей третья обладает наибольшей энергией, именно ею будет ограничен дальнейший анализ вихреподобных объектов, локализующихся в области четырех антидотов. Дело в том, что эта структура, фактически, представляет собой связанное состояние двух неоднородностей первого типа, что подтверждается наличием энергии связи $E_3 - 2E_1 = -4\pi Ah \ln 2 < 0$, а значит, она обладает повышенной стабильностью. Это обуславливает ее особую привлекательность для применения на практике.

2.3. Случай двух цилиндрических антидотов конечного размера

Представим себе, что вещество, заполняющее антидоты, является ферромагнитным, однако характеризуется более слабым обменным взаимодействием, чем материал самой пленки. Тогда обменный параметр A в выражении (2.1) становится функцией координат, и соответствующее уравнение Эйлера-Лагранжа принимает вид $\text{div}(A \text{ grad } \theta) = 0$ [32, 48]. Отсюда ясно, что при переходе через границу отверстия, где A испытывает скачок, непрерывно меняются как сама функция θ , так и проекция вектора $A \text{ grad } \theta$ на нормаль к границе. Следовательно, в пределе, когда внутри отверстия $A = 0$, на внешней границе отверстия должно выполняться соотношение $(\text{grad } \theta)_n = 0$, где индексом n обозначена нормальная компонента. Дополняя этим граничным условием уравнение Лапласа $\Delta \theta = 0$, мы получаем краевую задачу для распределения намагниченности θ внутри образца при наличии отверстий произвольной формы, размер которых не мал в сравнении с расстоянием между ними. Покажем, что в случае двух цилиндрических антидотов такая задача может быть решена аналитически.

Рассмотрим распределение вида (2.2) и введем обозначения C_1 и C_2 для центров полярных систем координат, в которых заданы углы φ_1 и φ_2 . Несложно убедиться, что условие $(\text{grad } \theta)_n = 0$ оказывается выполнено для

любой окружности, центр O которой лежит на продолжении отрезка C_1C_2 , а радиус равен $\sqrt{OC_1 \cdot OC_2}$ (эта ситуация является аналогом метода зеркальных изображений, хорошо известным в электростатике; см. рис. 2.4). Следовательно, если пленка имеет два круглых антидота с центрами в точках O_1 и O_2 и радиусами R_1 и R_2 , то распределение намагниченности в образце по-прежнему задается соотношением (2.2) при выполнении условий

$$R_1^2 = b_1(a - b_2), R_2^2 = b_2(a - b_1), \quad (2.4)$$

где принято во внимание, что $|O_1O_2| = a$, а также введены обозначения $|O_1C_1| = b_1$, $|O_2C_2| = b_2$. Равенства (2.4) следует рассматривать как систему уравнений относительно смещений b_1 и b_2 , причем с учетом очевидных требований $b_1 < R_1$, $b_2 < R_2$ эти величины определяются однозначно. В частном случае $R_1 = R_2 = R$ имеем

$$b_1 = b_2 = \frac{1}{2}(a - \sqrt{a^2 - 4R^2}).$$

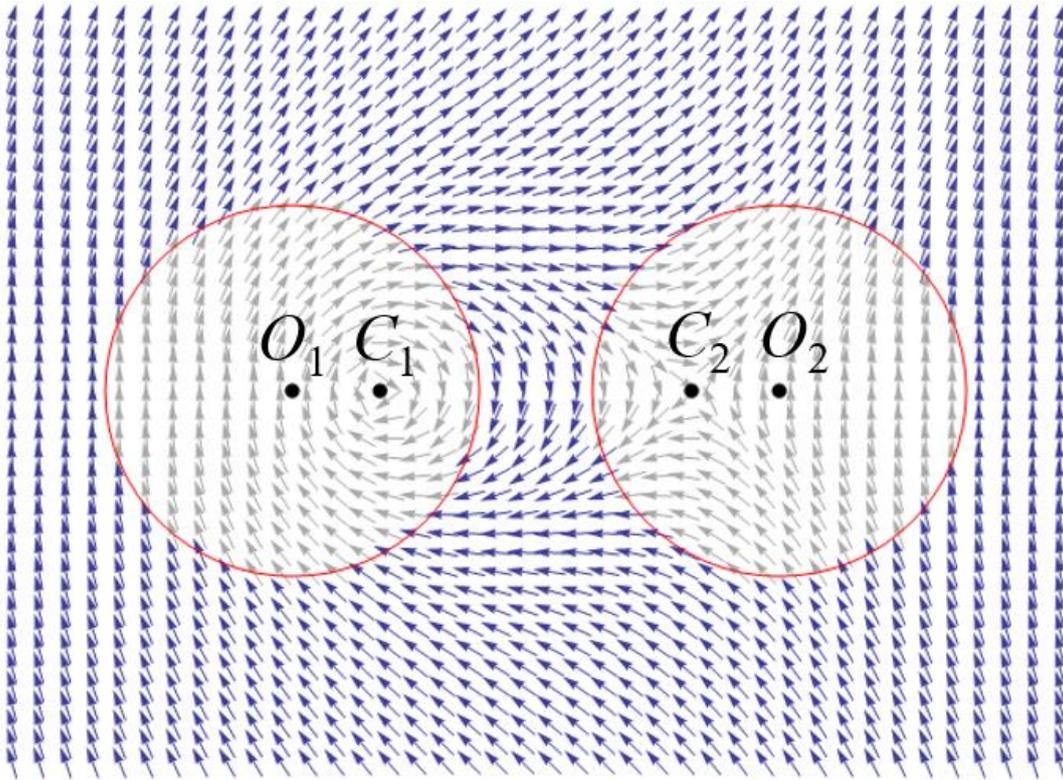


Рис. 2.4. Распределение намагниченности при конечных размерах отверстий

Заметим, что при небольших зазорах между отверстиями, когда $a \rightarrow R_1 + R_2$, решение системы (2.4) оказывается близко к $b_1 = R_1, b_2 = R_2$, так что $|C_1 C_2| \rightarrow 0$. Это значит, что при увеличении относительных размеров антидотов масштабы неоднородности становятся все меньше. Более того, существенная часть неоднородности оказывается «вырезана» самими антидотами (см. рис. 2.4), будучи ярко выраженной лишь в небольшой области между ними. Этот вывод находится в хорошем соответствии с результатами численного моделирования (см., например, рис. 2.2) и означает, что при наличии нескольких пар антидотов в одной пленке локализующиеся на них вихреподобные объекты практически не будут искажать структуру друг друга. Данное обстоятельство обеспечивает неплохие перспективы использования изучаемых перфорированных пленок на практике в качестве основы для создания надежных носителей информации.

2.4. Влияние размагничивающих полей в случае одного антидота

Для того чтобы ввести в рассмотрение размагничивающие поля, добавим к энергии (2.1) магнитной пленки член следующего вида [32]:

$$E_s = \int \Phi_s h dS, \Phi_s = -\frac{1}{2} \mathbf{H} \mathbf{M},$$

где \mathbf{M} – вектор намагниченности в данной точке, а \mathbf{H} – напряженность магнитного поля, которая удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H} = 0, \text{div}(\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0.$$

Следовательно, мы можем ввести вспомогательную функцию ψ , такую что

$$\mathbf{H} = -4\pi M_s \nabla \psi, \Delta \psi = \text{div } \mathbf{m}, \Phi_s = 2\pi M_s^2 \mathbf{m} \nabla \psi, \quad (2.5)$$

где M_s – намагниченность насыщения, а \mathbf{m} – единичный вектор в направлении \mathbf{M} (при этом внутри антидотов мы полагаем $\mathbf{m} = 0$).

Пусть пленка содержит один цилиндрический антидот радиусом R с центром в начале полярной системы координат (r, φ) . По-прежнему полагая, что влияние размагничивающих полей невелико в сравнении с обменным взаимодействием, будем считать, что распределение намагниченности внутри образца описывается тем же соотношением $\theta = k\varphi + \alpha$, $\alpha = \text{const}$, что и в случае энергии, выбранной в виде (2.1). Тогда с учетом выражения

$$\mathbf{m} = [-\sin(\theta - \varphi)\mathbf{e}_r + \cos(\theta - \varphi)\mathbf{e}_\varphi]\sigma(r - R),$$

где $\sigma(r)$ – функция Хевисайда[65], второе соотношение (2.5) принимает следующий вид:

$$\Delta\psi = -\sin(\theta - \varphi) \left[\frac{k}{r}\sigma(r - R) + \delta(r - R) \right],$$

где $\delta(r)$ – дельта-функция Дирака. Отсюда видно, что

$$\psi = \sin(\theta - \varphi) \begin{cases} f_i(r), r \leq R, \\ f_e(r), r > R, \end{cases}$$

причем неизвестные функции могут быть найдены из следующей системы уравнений:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f_i}{\partial r} \right) - \frac{(k-1)^2}{r^2} f_i = 0,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f_e}{\partial r} \right) - \frac{(k-1)^2}{r^2} f_e = -\frac{k}{r},$$

$$f_e(R) = f_i(R), f_e'(R) - f_i'(R) = -1.$$

Кроме того, необходимо потребовать, чтобы значение $f_i(0)$ было конечным, а функция $f_e(r)$ возрастала при $r \rightarrow \infty$ как можно медленней. Решив

полученные уравнения, мы далее можем найти плотность энергии внутри образца из третьего соотношения (2.5), а именно

$$\Phi_s = 2\pi M_s^2 \left[-\sin^2(\theta - \varphi) f_e'(r) + \cos^2(\theta - \varphi) (k - 1) \frac{f_e(r)}{r} \right].$$

При $k = 1$ значение этого выражения не зависит от угла φ ; при других значениях k его можно усреднить по значениям φ от 0 до 2π , так что

$$\langle \Phi_s \rangle = \pi M_s^2 \left[-f_e'(r) + (k - 1) \frac{f_e(r)}{r} \right].$$

Конкретный вид функций $f_i(r)$ и $f_e(r)$, а также значения средней плотности энергии $\langle \Phi_s \rangle$ для всевозможных топологических зарядов k приведены в таблице 2.1. Несложно заметить, что ни в одном из случаев плотность энергии не зависит от расстояния r . Более того, если при $k = 1$ использовать значение $\langle \Phi_s \rangle$, усредненное по углу α , или, что то же самое, значение при $\alpha = \pi/4$ (из рис. 2.2 и 2.3 видно, что это направление является вполне типичным), то можно считать, что соотношение $\langle \Phi_s \rangle = \pi M_s^2$ выполняется при любых ненулевых значениях топологического заряда. По этой причине в случае системы нескольких антидотов плотность энергии размагничивающих полей в области самой системы также является приблизительно постоянной и равной πM_s^2 , если распределение намагниченности неоднородно.

	$f_i(r)$	$f_e(r)$	$\langle \Phi_s \rangle$
$k < 0$	0	$\frac{1}{k-2} \left(r - \frac{R^{2-k}}{r^{1-k}} \right)$	πM_s^2
$k = 0$	$r/2$	$R^2/(2r)$	0
$k = 1$	$-R$	$-r$	$2\pi M_s^2 \sin^2 \alpha$

$k = 2$	0	$-r \ln(r/R)$	πM_s^2
$k > 2$	$\frac{1}{k-2} \frac{r^{k-1}}{R^{k-2}}$	$\frac{1}{k-2} r$	πM_s^2

Таблица 2.1. Поведение размагничивающих полей в случае одного антидота

2.5. Влияние размагничивающих полей в случае нескольких антидотов

Изучим поведение размагничивающих полей в случаях $N = 2$ (рис. 2.2) и $N = 4$ (третья неоднородность на рис. 2.3) на большом удалении от системы. При $r \gg a$ соотношения типа (2.2) приближенно дают

$$\theta = \frac{ka^n \sin n\varphi}{r^n}, \quad (2.6)$$

где $n = 1$ для двух отверстий и $n = 2$ для четырех. Как и следовало ожидать, решения (2.6) удовлетворяют уравнению Лапласа. Подставляя их во второе соотношение (2.5), имеем:

$$\Delta\psi = \frac{nka^n \sin((n+1)\varphi - \theta)}{r^{n+1}}.$$

Пренебрегая в этом соотношении величиной θ и решая полученное уравнение, находим:

$$\psi = -\frac{ka^n \sin(n+1)\varphi}{4r^{n-1}}. \quad (2.7)$$

Подставляя это выражение в третье соотношение (2.5) и усредняя результат по углу φ , мы получаем следующее выражение для средней плотности энергии:

$$\langle \Phi_s \rangle = \frac{1}{4} \pi M_s^2 \frac{k^2 a^{2n}}{r^{2n}}. \quad (2.8)$$

Чтобы вычислить полную энергию E_s размагничивающих полей при $k = \pm 1$, необходимо проинтегрировать Φ_s по всему объему образца. Для

этого будем считать, что плотность энергии определяется формулой (2.8) при $r > r_0$ и соотношением $\langle \Phi_s \rangle = \pi M_s^2$ при $r < r_0$, где значение параметра r_0 можно найти из соображений непрерывности $\langle \Phi_s \rangle$. Тогда для случая четырех отверстий имеем $r_0 = a/\sqrt{2}$ и $E_s = \pi^2 M_s^2 a^2 h$. В случае двух отверстий, однако, выражение (2.8) убывает при $r \rightarrow \infty$ недостаточно быстро, и интеграл по объему образца расходится. Этого можно избежать, ограничив область интегрирования условием $r < R_{ex}$, где R_{ex} имеет смысл характерного размера магнитной неоднородности с учетом факторов, выходящих за пределы рассматриваемой модели; тогда с учетом $r_0 = a/2$ получаем $E_s = \pi^2 M_s^2 a^2 h \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln \frac{2R_{ex}}{a} \right)$. Выражение в скобках имеет порядок 1 при всех практически реализуемых соотношениях R_{ex}/a (в частности, оно близко к 2 при значениях R_{ex}/a в диапазоне от 15 до 20), поэтому для обоих рассматриваемых значений N можно принять

$$E_s \sim \pi^2 M_s^2 a^2 h. \quad (2.9)$$

Сравнивая это выражение, например, с (2.3), приходим к выводу, что условием малости влияния размагничивающих полей на структуру изучаемых неоднородностей является соотношение $a \ll L$, где введено обозначение $L = \sqrt{\frac{A}{2\pi M_s^2}}$.

Используя выражение (2.7), можно также оценить изменение распределения намагниченности (2.6), непосредственно обусловленное влиянием размагничивающих полей. Для этого заметим, что эффективное магнитное поле, соответствующее энергии $E + E_s$, имеет вид $\mathbf{H}_{eff} = \frac{2A}{M_s} \Delta \mathbf{m} + \mathbf{H}$, вследствие чего уравнение Ландау-Лифшица [64] в статическом случае $[\mathbf{H}_{eff} \times \mathbf{m}] = 0$ с учетом первого соотношения (2.5) может быть записано следующим образом:

$$\Delta\theta = -\frac{1}{L^2} \left[\sin(\theta - \varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial\psi}{\partial\varphi} + \cos(\theta - \varphi) \frac{\partial\psi}{\partial r} \right]. \quad (2.10)$$

Пользуясь теорией возмущений, будем искать решение уравнения (2.10) в виде $\theta = \theta_0 + \theta_1$, где невозмущенное распределение θ_0 задается формулой (2.6), а θ_1 представляет собой малую поправку первого порядка, обусловленную влиянием поля \mathbf{H} . Тогда, пренебрегая θ в правой части (2.10) и подставляя (2.7), имеем:

$$\Delta\theta_1 = \frac{ka^n}{4r^n L^2} [\sin n\varphi - n \sin(n+2)\varphi],$$

откуда $\theta_1 = \theta_{1m} + W\theta_0 + \theta_{1r}$, где

$$\theta_{1m} = \begin{cases} \frac{kar}{32L^2} [\sin 3\varphi + 4 \ln r \sin \varphi], n = 1, \\ \frac{ka^2}{32L^2} [\sin 4\varphi - 2 \sin 2\varphi], n = 2, \end{cases} \quad (2.11)$$

$W \ll 1$ – постоянная величина, а θ_{1r} – некое решение уравнения Лапласа, не содержащее слагаемых, пропорциональных θ_0 . Сравнивая (2.11) с выражением (2.6), можно заключить, что полученное решение имеет смысл только при условии $r \ll L$, когда $\theta_{1m} \ll \theta_0$; ясно, что это условие выполняется во всем объеме образца, если $R_{ex} \ll L$ (при этом соотношение $a \ll L$ также выполняется автоматически).

Довольно любопытным представляется вопрос о перераспределении обменной энергии в пространстве в связи с появлением поправки θ_1 . Локальное изменение плотности энергии равно $\Phi_{es} = A(\nabla\theta)^2 - A(\nabla\theta_0)^2 \approx 2A\nabla\theta_0\nabla\theta_1$, откуда $\Phi_{es} = \Phi_{esm} + \Phi_{es0} + \Phi_{esr}$, где $\Phi_{esm} = 2A\nabla\theta_0\nabla\theta_{1m}$, $\Phi_{es0} = 2AW(\nabla\theta_0)^2$, $\Phi_{esr} = 2A\nabla\theta_0\nabla\theta_{1r}$. Несложно заметить, что в области $a \ll r \ll L$ основной вклад в величину Φ_{es} дает первое слагаемое; усредняя его по углу φ , из (2.6) и (2.11) получаем:

$$\langle \Phi_{esm} \rangle = -\frac{1}{4} n\pi M_S^2 \frac{k^2 a^{2n}}{r^{2n}} = -n \langle \Phi_S \rangle.$$

Таким образом, воздействие размагничивающих полей приводит к снижению плотности обменной энергии (а при $n = 2$ – и плотности энергии в целом) на удалении от системы antidotes. В то же время функция θ_0 минимизирует функционал (2.1), а значит, интеграл Φ_{es} по всему объему образца должен быть равен нулю. Отсюда можно сделать вывод, что обменная энергия неоднородности перераспределяется в направлении ее центра, то есть неоднородность становится еще более локализованной. Поскольку, как несложно убедиться, $\langle \Phi_{esr} \rangle = 0$, то отрицательный вклад Φ_{esm} может быть скомпенсирован только за счет члена Φ_{es0} , порядок и знак которого во всех точках пространства определяются коэффициентом W . Следовательно, $W \sim (a/L)^2$, причем $W > 0$, поэтому θ_0 входит в выражение для θ с коэффициентом $1 + W > 1$, что эквивалентно замене расстояния a в формуле (2.6) на несколько большее эффективное значение.

Приведенные выше рассуждения основывались на предположении, что $a \ll L$, то есть влияние размагничивающих полей считалось относительно малым. В случаях, когда это соотношение не выполняется, расчет E_s можно осуществить посредством численного моделирования с использованием ООММФ. Вводя в рассмотрение размагничивающие поля и варьируя значения намагниченности насыщения M_s в диапазоне от 10^5 А/м до $2 \cdot 10^6$ А/м, получаем зависимости энергии E_s (рассчитанной как изменение полной энергии системы по сравнению с результатом соответствующего расчета энергии E без учета размагничивания) от отношения a/L , показанные на рис. 2.5 (синяя и зеленая линии). Для сравнения на том же рисунке приведены графики, отвечающие применению приближенной формулы (2.9), в которой выбран множитель 2 для случая $N = 2$ и множитель 1 для случая $N = 4$ (красная и желтая линии). Несложно видеть, таким образом, что рассмотренное приближение позволяет

получить неплохие количественные оценки в довольно широком диапазоне значений намагниченности насыщения.

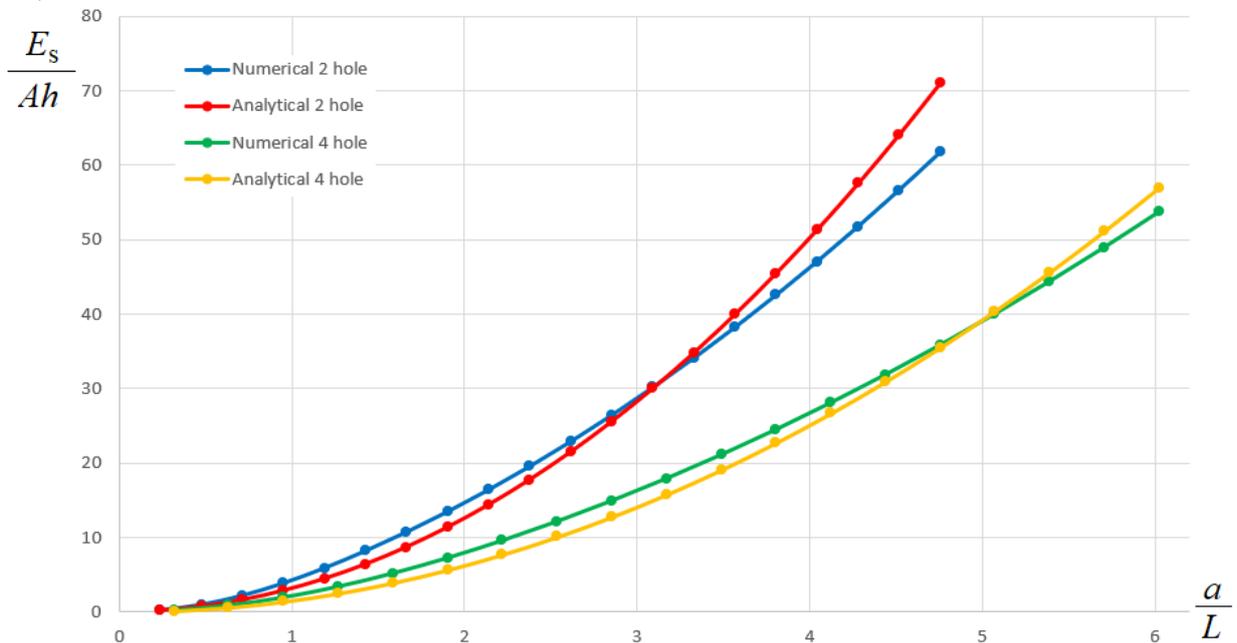


Рис. 2.5. График зависимости энергии E_s размагничивающих полей образца от характерного расстояния a для систем с двумя и четырьмя антидотами

2.6. Выводы

Основными результатами приведенных исследований являются следующие:

1. Вихреподобные неоднородности изучаемого типа обладают хорошей локализованностью в пространстве, которая становится еще более ярко выраженной при размерах антидотов, сопоставимых с расстоянием между ними, а также под влиянием размагничивающих полей.
2. В случае антидотов конечного размера область локализации и кривизна магнитной неоднородности не обязательно совпадают с

областью локализации и кривизной самих антидотов, что и приводит к необходимости соответствующих корректировок.

3. В случае заметного влияния размагничивающих полей «кажущиеся» размеры системы антидотов, в действительности немного превышают истинные геометрические размеры этой системы.
4. Единственным существенным условием наблюдения вихреподобных неоднородностей в перфорированных ферромагнитных пленках является наличие в них сильной одноосной анизотропии типа «легкая плоскость».

Глава III

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ПЛОСКИХ НЕОДНОРОДНЫХ СТРУКТУР В НАНОРАЗМЕРНЫХ МАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ

В предыдущей главе рассматривался новый вид нанообъектов вихревого типа, которые характеризуются особенно простой текстурой и понятными механизмами формирования, что делает их крайне привлекательными для использования на практике.

В данной главе будет развит инструментарий для вычисления предельных значений константы анизотропии, при которых плоские структуры становятся устойчивыми.

3.1. Постановка задачи

Рассмотрим ферромагнитную пленку, характеризующуюся параметром обменного взаимодействия A и постоянной малой толщиной h (в остальном геометрия образца может быть произвольной благодаря, например, наличию перфораций). Тогда с учетом одноосной анизотропии типа «легкая плоскость» полная энергия магнетика может быть записана в следующем виде [64]:

$$E = \int \{A[(\nabla\alpha)^2 + \cos^2\alpha (\nabla\theta)^2] + K \sin^2\alpha\} h dS, \quad (3.1)$$

где интегрирование ведется по всей площади образца, K – абсолютная величина константы анизотропии, α – полярный угол, характеризующий выход вектора намагниченности из плоскости пленки, а θ – азимутальный угол, определяющий ориентацию проекции вектора намагниченности на эту плоскость. Влиянием размагничивающих полей мы здесь пренебрегаем [20].

Ясно, что при $K \rightarrow \infty$ требование минимальности энергии (3.1) приводит к тому что $\alpha \equiv 0$, которое соответствует образованию плоской структуры. При этом

$$E = E_0 = \int A (\nabla\theta)^2 h dS, \quad (3.2)$$

а значит, распределение намагниченности может быть найдено из уравнения Эйлера-Лагранжа [21] для функционала (3.2). Несложно видеть, что оно представляет собой уравнение Лапласа с граничным условием, заключающимся в отсутствии нормальной составляющей градиента θ на всех границах области, занимаемой образцом:

$$\Delta\theta = 0, \quad \left. \frac{\partial\theta}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0. \quad (3.3)$$

В [21] показано, что при наличии топологических особенностей пленки (антидотов) уравнение (3.3) имеет нетривиальные решения, которые отвечают привлекательным с практической точки зрения неоднородным структурам.

С другой стороны, при $K = 0$ энергию (3.1), отвечающую какому-либо неоднородному распределению намагниченности с $\alpha \equiv 0$, можно монотонно уменьшить до нулевого значения, непрерывно изменяя α от 0 до $\pi/2$ одновременно во всех точках пленки. Конечное распределение намагниченности при этом окажется однородным с $\alpha = \pi/2$, и далее оно может быть переведено в однородное состояние с $\alpha = 0$ без изменения энергии. Очевидно, что близкие к этому сценарию непрерывные преобразования, в ходе которых энергия (3.1) монотонно уменьшается до своего абсолютного минимума $E = 0$, существуют и для малых значений K , отличных от нуля. Следовательно, при небольших величинах константы анизотропии любые плоские неоднородные структуры будут спонтанно перестраиваться в однородное состояние путем выхода вектора

намагниченности из плоскости пленки с его последующим возвратом обратно в плоскость.

Таким образом, соотношения (3.3) и $\alpha \equiv 0$, формально отвечающие условиям экстремума функционала (3.1), не всегда задают его минимум: при больших значениях K минимальность действительно гарантируется, однако при малых значениях K минимуму соответствует только тривиальное решение уравнения Лапласа $\theta = \text{const}$. Поэтому для всех нетривиальных решений θ имеет смысл решения следующей задачи: отыскать такое значение K_{\min} , что при всяком $K > K_{\min}$ выбранное распределение θ минимизирует функционал (3.1). В более широкой постановке это означает отыскание порогового значения $K = K_{\min}$, выше которого данная плоская неоднородная структура является устойчивой относительно малых внешних воздействий, а ниже – теряет свою устойчивость.

3.2. Аналитический подход

Исследуем поведение функционала (3.1) при малых значениях функции α , которые рассматриваются как возмущение. Сохраняя не более чем квадратичные члены по α , имеем $E = E_0 + AhF$, где

$$F[\alpha] = \int \left\{ (\nabla\alpha)^2 + \left[\frac{K}{A} - (\nabla\theta)^2 \right] \alpha^2 \right\} dS. \quad (3.4)$$

Ясно, что достаточным условием минимума энергии (3.1) является положительная определенность квадратичной формы (3.4). Поскольку умножение α на постоянную величину не меняет знак (3.4), ограничимся рассмотрением функций α , нормированных условием

$$Q[\alpha] = \int \alpha^2 dS = 1. \quad (3.5)$$

Возможность такой нормировки вытекает из физического смысла α : функция, соответствующая реализуемой флуктуации, должна быть

ограниченной и локализованной в пространстве. Далее введем неопределенный множитель Лагранжа λ [64] и рассмотрим следующий функционал, значения которого совпадают с (3.4) для всех функций, нормированных условием (3.5): $\tilde{F} = F - \left(\frac{K}{A} + \lambda\right)(Q - 1)$. Уравнение Эйлера-Лагранжа для него имеет следующий вид:

$$-\Delta\alpha + U\alpha = \lambda\alpha, \quad \left.\frac{\partial\alpha}{\partial n}\right|_{\Gamma} = 0, \quad (3.6)$$

где введено обозначение $U = -(\nabla\theta)^2$. Соотношения (3.6) представляют собой задачу на собственные значения λ типа стационарного уравнения Шредингера, которая в общем случае имеет смешанный спектр [67]. Тогда, подставляя собственную функцию α , соответствующую λ , в выражение (3.4), с учетом (3.5) получаем: $F[\alpha] = \frac{K}{A} + \lambda$. Отсюда вытекает, что все экстремумы функционала \tilde{F} имеют вид $\frac{K}{A} + \lambda$, а значит, условие положительной определенности формы (3.4) выражается соотношением $K > K_{\min} = -A \lambda_{\min}$, где λ_{\min} – наименьшее собственное значение (3.6).

Необходимо отметить, что некоторые оценки в отношении K_{\min} могут быть сделаны и без решения задачи (3.6). В частности, из (3.4) следует, что форма $F[\alpha]$ заведомо является положительно определенной при $K > K_t = A \max(\nabla\theta)^2$. Кроме того, значение $F[\alpha]$ должно быть неотрицательным при $\alpha = \text{const}$, что приводит к соотношению $K > K_b = A \langle (\nabla\theta)^2 \rangle$, где угловыми скобками обозначено усреднение по площади образца. Отсюда имеем диапазон $K_b \leq K_{\min} \leq K_t$, знания которого может быть вполне достаточно для прикладных целей. Важное исключение составляет случай уединенных неоднородностей, когда энергия E_0 в (3.2) имеет фиксированное конечное значение, и величина K_b при увеличении размеров образца становится близкой к нулю.

3.3. Численный подход

Несмотря на то, что аналитический подход, изложенный выше, достаточно обоснован, его применение на практике ограничивается случаями простейших распределений θ , при которых потенциал U в первом уравнении (3.6) обладает высокой симметрией. Для более сложных распределений решение этого уравнения уже не может быть получено в явном виде, что приводит к необходимости привлечения численных методов. Тем не менее, численное решение задачи на собственные значения в постановке, соответствующей (3.6), требует значительных вычислительных ресурсов, а применение вариационных методов [16] для непосредственной оптимизации функционала (3.4) приводит к весьма приблизительным результатам из-за отсутствия надежных предпосылок к выбору пробных функций. Обойти эти затруднения удастся за счет перехода от континуального приближения к решеточной модели магнетика [68].

Рассмотрим систему, состоящую из N спинов s_1, \dots, s_N , расположенных в узлах плоской квадратной решетки с периодом b , часть из которых является вакантной. Представим энергию этой системы в следующем виде [68]:

$$E = -\frac{1}{2}J \sum_{i,j} G_{ij} s_i s_j - J \sum_i s_i p_i + K_L \sum_i (s_i \mathbf{n})^2, \quad (3.7)$$

где J – обменный интеграл, $G_{ij} = 1$, если спины с номерами i и j расположены в соседних узлах решетки, и $G_{ij} = 0$ в противном случае, K_L – коэффициент, характеризующий интенсивность анизотропии в решеточной модели, \mathbf{n} – единичный вектор нормали к плоскости решетки. Второе слагаемое в (3.7) введено для того, чтобы имитировать (если есть такая необходимость) бесконечную протяженность образца. Для этого будем считать, что за пределами области, занимаемой спинами s_1, \dots, s_N , имеются также и другие спины, направление которых зафиксировано. Тогда p_i представляет собой зафиксированный спин, соседний по отношению к s_i (при этом $p_i \perp \mathbf{n}$); если

у спина s_i нет ближайших соседей вне области рассматриваемой системы, то будем условно полагать $p_i = 0$. Использование такой имитации оказывается крайне эффективным при исследовании уединенных неоднородностей [21], когда все p_i , отличные от нуля, равны одному и тому же вектору p , характеризующему постоянное направление намагниченности в образце на большом удалении от неоднородности.

При $K_L \rightarrow \infty$ магнитная структура будет плоской, так что $s_i = s_i^{(0)} \perp n$. Конкретные направления $s_i^{(0)}$ могут быть найдены путем минимизации выражения (3.7), при этом третье слагаемое в нем автоматически оказывается равным нулю, так что вид плоской структуры не зависит от значений J и полностью определяется геометрией системы. Такая минимизация легко осуществляется численно вследствие того, что все искомые направления спинов однозначно задаются углами их ориентации на плоскости (например, углами отклонения от p). Как и в случае континуальной модели, при конечных значениях K_L найденная плоская структура по-прежнему будет соответствовать экстремуму функции (3.7). Чтобы выяснить, является ли этот экстремум минимумом, предположим, что каждый спин s_i отклонился от плоскости на малый угол α_i , так что $s_i = s_i^{(0)} \cos \alpha_i + n \sin \alpha_i$. Тогда энергия (3.7) с точностью до квадратичных членов по α_i примет вид

$$E = E_0 + \sum_{i,j} \left(\frac{1}{2} J B_{ij} + K_L \delta_{ij} \right) \alpha_i \alpha_j, \quad (3.8)$$

где E_0 – энергия системы при $\alpha_i = 0$, δ_{ij} – символ Кронекера,

$$B_{ij} = \delta_{ij} s_i^{(0)} \left(p_i + \sum_k G_{ik} s_k^{(0)} \right) - G_{ij}. \quad (3.9)$$

Для того чтобы плоская структура являлась устойчивой, квадратичная форма в правой части (3.8) должна быть положительно определенной [65], а значит, отвечающие ей собственные значения должны быть

положительными. Это имеет место при выполнении следующего неравенства: $K_L > K_{L\min} = -J \lambda_{L\min}/2$, где $\lambda_{L\min}$ – наименьшее собственное значение матрицы B , элементы которой задаются соотношением (3.9).

Из сравнения выражений (3.1) и (3.7) следует, что $J \approx 2Ah$, $K_L \approx Khb^2$. Благодаря этому становится возможно использовать результаты, полученные численно в рамках решеточной модели, для определения граничного значения константы анизотропии: $K_{\min} \approx -A \lambda_{L\min}/b^2$. Разумеется, такое сопоставление будет тем точнее, чем меньше величина b , поэтому в тех случаях, когда изначальная постановка задачи является феноменологической, значение периода решетки b , казалось бы, целесообразно искусственно уменьшать, одновременно масштабируя и другие параметры модели. Следует, однако, иметь в виду, что при этом число спинов в системе будет расти по закону $N \sim b^{-2}$, а значит, число элементов матрицы B – по закону $N^2 \sim b^{-4}$. По этой причине выбор неоправданно малого b может существенно снизить производительность численных расчетов, что перечеркнет основные достоинства излагаемого подхода.

3.4. Эмпирический подход

Развитые выше методы существенно опирались на требование устойчивости плоской структуры относительно малых возмущений произвольной формы. Это требование, однако, можно смягчить, ограничившись устойчивостью относительно возмущений, принадлежащих определенному классу. В частности, вопрос устойчивости может рассматриваться в отношении вполне конкретного изменения, заключающегося, например, в выходе намагниченности из плоскости пленки на один и тот же малый угол либо во всех точках образца, либо в пределах какой-то его области. При этом, конечно, уже недостаточно проверять выполнение условия $E > E_0$ (в частном случае $\alpha = \text{const}$, как было

показано ранее, такая проверка позволяет получить лишь грубую оценку снизу $K_{\min} \geq K_b$). Вместо этого необходимо рассматривать некий динамический процесс, в результате которого система может либо вернуться в исходное неоднородное состояние, что означало бы его устойчивость, либо перейти в состояние с однородным распределением намагниченности. На первый взгляд, такой подход также не избавлен от методической погрешности, приводящей к занижению оценки K_{\min} из-за выбора конкретного вида начального возмущения. Покажем, тем не менее, что на практике значительное занижение маловероятно.

Для простоты изложения будем пользоваться решеточной моделью, хотя все последующие рассуждения легко переносятся и на континуальную модель. Тогда возмущенное состояние системы в произвольный момент условного времени t описывается N -мерным вектором $\mathbf{\alpha}(t)$, составленным из углов α_i . Пусть динамический процесс задан следующим уравнением:

$$\dot{\alpha} = -\frac{\partial E}{\partial \alpha}. \quad (3.10)$$

Подставляя сюда (3.8) и разлагая $\mathbf{\alpha}(t)$ по ортонормированному базису, порожденному собственными векторами \mathbf{u}_i матрицы B , имеем:

$$\dot{C}_i = -2\beta_i C_i, \quad \beta_i = \frac{1}{2}J\lambda_i + K_L, \quad (3.11)$$

где $C_i(t) = \mathbf{\alpha}(t)\mathbf{u}_i$, а λ_i – собственное значение, которому соответствует \mathbf{u}_i . Решая уравнения (3.11) и подставляя результат в (3.8), получаем:

$$E = E_0 + \sum_i C_i(0)^2 \beta_i \exp(-4\beta_i t). \quad (3.12)$$

Несложно видеть, что при $K_L > K_{L\min}$ все величины β_i являются положительными, вследствие чего энергия (3.12) с течением времени t постепенно приближается к значению E_0 , которое отвечает неоднородному состоянию. Такое же поведение, вообще говоря, может наблюдаться и при $K_L < K_{L\min}$. Для этого необходимо, чтобы все $C_i(0)$, соответствующие

отрицательным β_i , оказались нулевыми, то есть начальное возмущение $\alpha(0)$ должно быть ортогонально одному из векторов \mathbf{u}_i . Ясно, что хотя такая ситуация теоретически и может возникнуть, на практике она будет наблюдаться крайне редко. При этом наиболее вероятной причиной реализации такого сценария окажется намеренный выбор симметричного в пространстве начального возмущения, вследствие чего какие-то из соотношений $\alpha(0) \perp \mathbf{u}_i$ будут выполняться автоматически. Чтобы гарантированно избежать этого, достаточно всегда добавлять к $\alpha(0)$ небольшие случайные составляющие.

Далее будем полагать, что $C_i(0) \neq 0$, а значит, при $K_L < K_{L\min}$ в правой части выражения (3.12) обязательно присутствуют отрицательные слагаемые, быстро растущие со временем по абсолютной величине. Наибольшим темпом роста при этом будет обладать слагаемое, отвечающее наименьшему собственному значению $\lambda_{L\min}$ (соответствующий ему собственный вектор обозначим \mathbf{u}_{\min}). Более того, при приближении K_L к $K_{L\min}$ это слагаемое станет единственным, для которого $\beta_i = \beta_{\min} < 0$, а значит, согласно (3.11), все коэффициенты $C_i(t)$ за исключением $C_{\min}(t) = \alpha(t)\mathbf{u}_{\min}$ быстро затухнут, и будет иметь место следующее приближенное равенство:

$$\alpha(t) \approx C_{\min}(0) \exp(2|\beta_{\min}|t)\mathbf{u}_{\min}. \quad (3.13)$$

Полученное соотношение описывает начальный этап процесса перестроения неоднородной структуры, которая утратила устойчивость при уменьшении K_L , например, вследствие изменения температуры [69]. При этом пространственное распределение угла выхода вектора намагниченности из плоскости пленки носит универсальный характер (практически не зависит ни от $\alpha(0)$, ни от K_L) и задается компонентами вектора \mathbf{u}_{\min} , который тем самым приобретает физический смысл. Тут следует оговориться, что в действительности динамика магнетика, конечно,

не описывается уравнением (3.10); тем не менее, уравнение (3.10) является предельным случаем уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта в угловых переменных [32] при больших значениях параметра диссипации, что оправдывает его применение в рамках данного анализа.

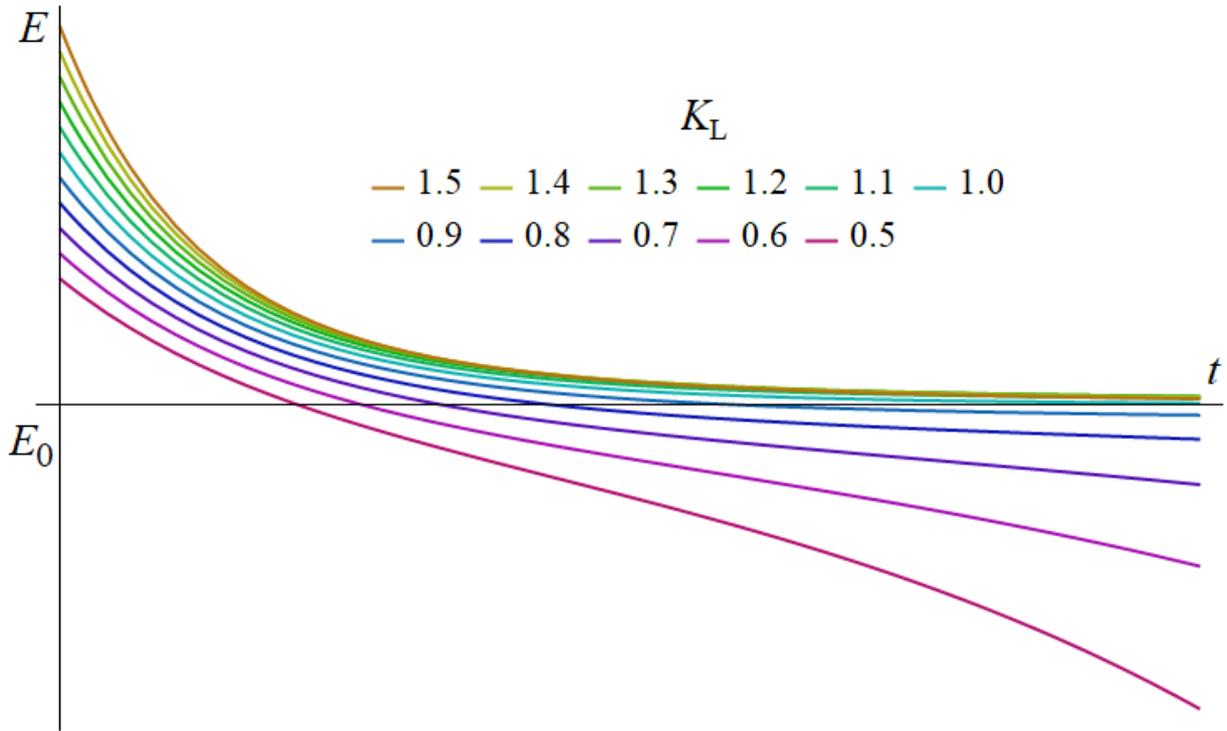


Рис. 3.1. Характер зависимости энергии системы E от времени t при различных значениях параметра K_L

Итак, значения энергии E при больших временах t позволяют довольно надежно судить об устойчивости неоднородной структуры: если $E < E_0$, то структура разрушилась в соответствии с законом (3.13), а значит, $K_L < K_{Lmin}$; если же $E \approx E_0$, то структура устойчива, и $K_L > K_{Lmin}$. Произведя серию численных экспериментов при различных K_L , можно тем самым установить граничное значение K_{Lmin} , что и решает задачу. Слабое место такого эмпирического подхода заключается в сложности выбора времени наблюдения t . Дело в том, что хотя формула (3.13) и предполагает экспоненциальный рост амплитуды возмущения, величины $C_{min}(0)$ и $|\beta_{min}|$ могут оказаться столь малыми, что при данном t этот рост не успеет

проявиться, и отличие E от E_0 будет незаметным. На рис. 3.1 показано, как в типичной ситуации меняется зависимость E от t при различных значениях K_L (в условных единицах) и фиксированных значениях $C_i(0)$ в соответствии с соотношением (3.12). Несмотря на то, что в данном случае $K_{L\min} = 1.0$, даже при $K_L = 0.8$ спад энергии E все еще остается незаметным на протяжении всего эксперимента, и к его окончанию можно считать, что $E \approx E_0$. Таким образом, использование эмпирического подхода все-таки приводит к незначительному занижению получаемых значений $K_{L\min}$, однако лучшей точности всегда можно добиться путем удлинения интервала наблюдения.

Заметим, что процесс, задаваемый уравнением (3.10), фактически представляет собой минимизацию энергии E методом градиентного спуска. Это позволяет использовать для постановки численного эксперимента оптимизатор пакета микромагнитного моделирования OOMMF [23], автоматизируя подбор $K_{L\min}$ с использованием инструментов, предоставляемых оболочкой Ubermag [70].

3.5. Случай тонкой магнитной нити

Переходя к применению разработанных подходов на практике, для начала рассмотрим простейший случай образца, представляющего собой вырезанную из пленки тонкую замкнутую нить длины L . Такой объект можно считать одномерным в том смысле, что направление намагниченности будет зависеть только от одной координаты x , которая отсчитывается вдоль нити. При этом из уравнения Лапласа (3.3) следует, что зависимость θ от x должна быть линейной. С другой стороны, для замкнутой нити имеет место условие $\theta(x + L) = \theta(x) + 2\pi k$, где произвольное целое число k играет роль топологического заряда [21]. Следовательно, $\theta(x) = 2\pi kx/L + \text{const}$. Данное соотношение задает семейство плоских магнитных структур, которые являются неоднородными при $k \neq 0$.

Так как $(\nabla\theta)^2 \equiv (2\pi k/L)^2$, оценки K_b и K_t для граничного значения константы анизотропии совпадают между собой, что сразу приводит к выражению $K_{\min} = A(2\pi k/L)^2$. Как видим, стабилизация структур, характеризующихся большими значениями топологического заряда k , требует более сильной анизотропии. Данное обстоятельство является важным аргументом против применения на практике вихреподобных неоднородностей с $k \neq \pm 1$.

Частным случаем тонкой нити является тонкое кольцо радиусом $R = L/(2\pi)$. Тогда $K_{\min} = A(k/R)^2$. Из данного выражения можно заключить, что основным фактором, накладывающим ограничения на значения K , является геометрическая кривизна элементов пленки. В частности, не следует стремиться к уменьшению размеров используемых антидотов (хотя соответствующая модель весьма удобна для аналитических расчетов [21]): именно в окрестности антидотов наименьшего радиуса будет начинаться процесс перестроения структуры магнетика при изменении K , приводящий к разрушению всей неоднородности.

3.6. Случай проколотого диска

Пусть теперь материал пленки заполняет область, ограниченную двумя concentрическими окружностями радиусами R и R_{ex} , так что $R \leq r \leq R_{\text{ex}}$, где введена полярная система координат (r, φ) . В отличие от тонкой нити, такой проколотый диск является уже принципиально двумерным объектом, однако решение уравнения (3.3) выглядит схожим образом: $\theta = k\varphi + \text{const}$. Следовательно, $(\nabla\theta)^2 = (k/r)^2$, откуда $K_t = A(k/R)^2$, а также $K_b/K_t = 2 \ln \rho/(\rho^2 - 1)$, где $\rho = R_{\text{ex}}/R$. Несложно видеть, что при росте ρ оценка K_b быстро становится неинформативной, поэтому для определения K_{\min} с приемлемой точностью необходимо решить задачу на собственные значения (3.6), принимающую следующий вид:

$$-\Delta\alpha - (k/r)^2\alpha = \lambda\alpha, \quad \frac{\partial\alpha}{\partial r}(r = R) = 0, \quad \frac{\partial\alpha}{\partial r}(r = R_{ex}) = 0. \quad (14)$$

Поскольку нас интересует не весь спектр, а только наименьшее собственной значение λ_{\min} задачи (3.14), будем считать, что α не зависит от φ . Тогда общее решение первого уравнения из (3.14) представляет собой линейную комбинацию модифицированных функций Бесселя $I_{ik}(\sqrt{-\lambda}r)$ и $K_{ik}(\sqrt{-\lambda}r)$ [65] (i – мнимая единица; под k здесь и далее понимается абсолютная величина топологического заряда, поскольку ясно, что рассуждения не зависят от его знака), подставляя которую в последние два условия (3.14), получаем:

$$W_k(k\rho\sqrt{c_k(\rho)}) = W_k(k\sqrt{c_k(\rho)}), \quad W_k(x) = \frac{K_{ik-1}(x) + K_{ik+1}(x)}{I_{ik-1}(x) + I_{ik+1}(x)}. \quad (3.15)$$

Здесь введено обозначение $c_k(\rho) = -\lambda(R/k)^2$, так что $K_{\min}/K_t = c_k(\rho)$. Наибольшие корни $c_k(\rho)$ уравнения (3.15) при различных значениях k и ρ могут быть найдены с помощью численных методов, что приводит к зависимости K_{\min}/K_t от ρ , показанной на рис. 3.2.

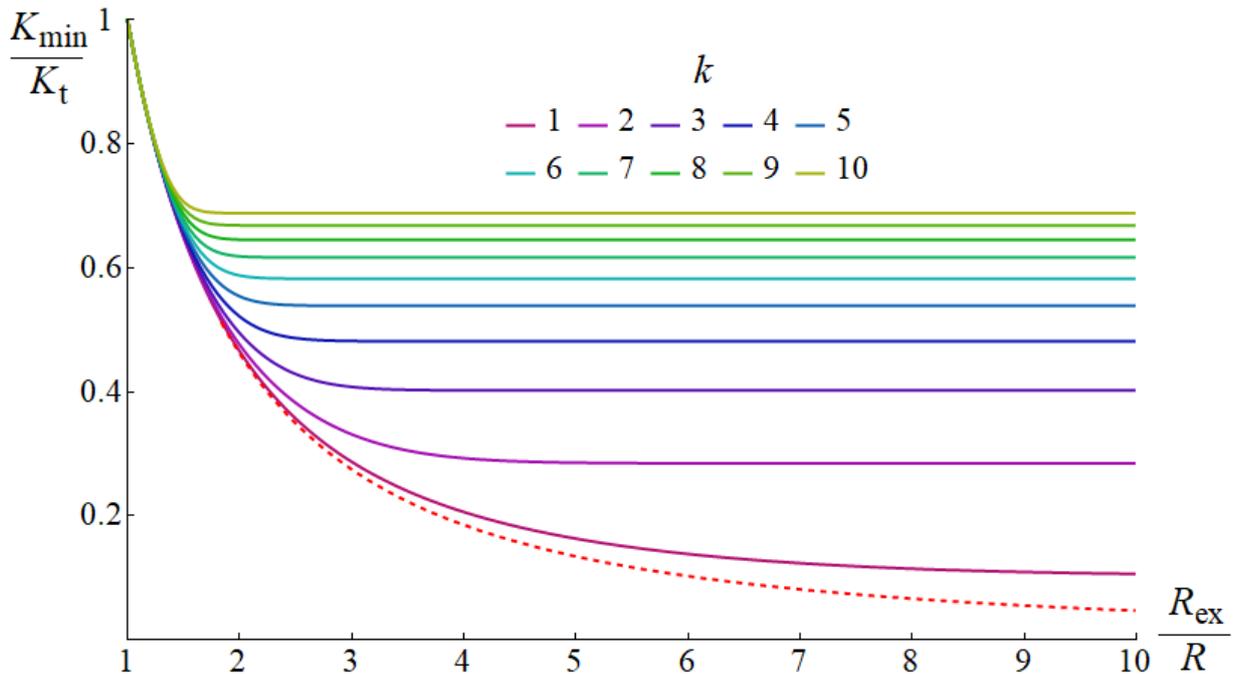


Рис. 3.2. Зависимость минимально допустимой величины константы анизотропии K_{\min} , нормированной на K_t , от отношения внешнего R_{ex} и внутреннего R радиусов проколотого диска при различных значениях топологического заряда k . Красной штриховой линией показана оценка снизу K_b/K_t

Несложно видеть, что независимо от величины k имеет место соотношение $c_k(1) = 1$, которое объясняется вырождением проколотого диска в тонкую нить при $R_{\text{ex}} \approx R$. Кроме того, при больших значениях ρ все функции $c_k(\rho)$ выходят на горизонтальные асимптоты $c_k(\infty)$. Это связано с тем, что при $R_{\text{ex}} \rightarrow \infty$ образец представляет собой неограниченную пленку с одним антидотом радиуса R . Для этого случая уравнение (3.15) можно привести к следующему более простому виду:

$$K_{ik-1}(k\sqrt{c_k(\infty)}) + K_{ik+1}(k\sqrt{c_k(\infty)}) = 0. \quad (3.16)$$

Выбирая наибольшие корни уравнения (3.16) для каждого из k , получаем: $c_1(\infty) = 0.102$, $c_2(\infty) = 0.284$, $c_3(\infty) = 0.402$ и т.д. Таким образом, в рассматриваемом случае оценка K_t дает наихудшее приближение для K_{\min} при небольших значениях топологического заряда, причем при $k = 1$ имеет место ошибка на порядок. В то же время важно отметить, что K_{\min} никогда не составляет менее 10% величины K_t , а поскольку на практике имеет смысл выбирать материалы, которые удовлетворяют соотношению $K > K_{\min}$ с некоторым запасом, то использование величины K_t вместо точного значения K_{\min} является вполне уместным.

Отдельный интерес представляет ситуация $R_{\text{ex}} \rightarrow \infty$, $R \rightarrow 0$, соответствующая пленке без антидотов, в которой, тем не менее, имеется неоднородная структура. Эта ситуация, разумеется, не может быть описана в рамках континуальной модели, поскольку плотность энергии в (3.2) оказалась бы сингулярной. Подобные решения, однако, могут появляться в

решеточной модели и описывают, например, неоднородности типа квазичастиц, которые возникают в процессах перемагничивания образца, связанных с изменением топологии распределения намагниченности. Применяя в этой ситуации численный подход для сплошных квадратных решеток с N от 16^2 до 20^2 , что позволяет убедиться в отсутствии зависимости результата от выбранного размера решетки, имеем $K_{\min} \approx 0.938A/b^2$ при $k = \pm 1$ и $K_{\min} \approx 3.05A/b^2$ при $k = \pm 2$. Как видим, в обоих случаях K_{\min} оказывается меньше $A(k/b)^2$ и принимает значения, близкие к этой величине. Сравнивая же полученные результаты с выражениями для K_{\min} , полученными в рамках континуальной модели, находим, что эффективные значения R , отвечающие естественным пустотам внутри решетки, равны $0.33b$ и $0.61b$ для $k = \pm 1$ и $k = \pm 2$ соответственно.

3.7. Случай пленки с двумя антидотами

Рассмотрим далее неограниченную пленку с двумя одинаковыми антидотами радиуса R , расстояние между центрами O_1 и O_2 которых равно a (рис. 3.3). В этом случае решение уравнения (3.3), отвечающее уединенной неоднородности, имеет вид $\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2)$, где введены две независимые системы полярных координат (r_1, φ_1) и (r_2, φ_2) , направления $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = 0$ которых совпадают с лучом O_2O_1 , а центры связаны с точками C_1 и C_2 , принадлежащими отрезку O_1O_2 , причем $|O_1C_1| = |O_2C_2|$ и $|C_1C_2| = \sqrt{a^2 - 4R^2}$. На рис. 3.3 показано распределение намагниченности, соответствующее данному решению при $k = 1$; другие значения топологического заряда далее не рассматриваются.

Несложно убедиться, что в изучаемой ситуации $(\nabla\theta)^2 = (|C_1C_2|/(r_1r_2))^2$. В области образца это выражение достигает максимума в точках F_1 и F_2 на краях антидотов. Вычисляя этот максимум, находим:

$$K_t = \frac{A}{R^2} \frac{a+2R}{a-2R}. \quad (3.17)$$

Полученная оценка, дает сильно завышенные значения для K_{\min} (при этом оценка K_b вообще неинформативна), выражение (3.17) позволяет выявить важную особенность изучаемой системы. Заметим, что, согласно (3.17), K_t неограниченно растет не только при $R \rightarrow 0$ (это соответствует случаю антидотов малого размера, который уже обсуждался выше), но и при $R \rightarrow a/2$, когда становится малым зазор $|F_1F_2|$ между антидотами. Причина заключается в том, что при $|F_1F_2| \rightarrow 0$ точки C_1 и C_2 также смещаются к краям антидотов, в пределе совпадая с F_1 и F_2 . Благодаря этому вся неоднородность сосредотачивается в малой области между антидотами, и кривизна, характеризующая магнитную структуру, становится большой, несмотря на конечную кривизну всех элементов самой пленки. Тем самым оценка сверху $A(k/R)^2$ для K_{\min} , где под R понимается наименьший радиус кривизны среди всех перфораций, все же носит не универсальный характер: чтобы избежать роста K_{\min} , необходимо выбирать не слишком малые значения как для размеров перфораций, так и для расстояний между ними. Конкретная количественная рекомендация следует при этом из выражения (3.17), которое при фиксированном a имеет точку минимума $R_m = a(\sqrt{5} - 1)/4 \approx 0.31a$. Отсюда следует, что для формирования наиболее устойчивой неоднородной структуры следует выбирать зазоры между антидотами, примерно равные их радиусу.

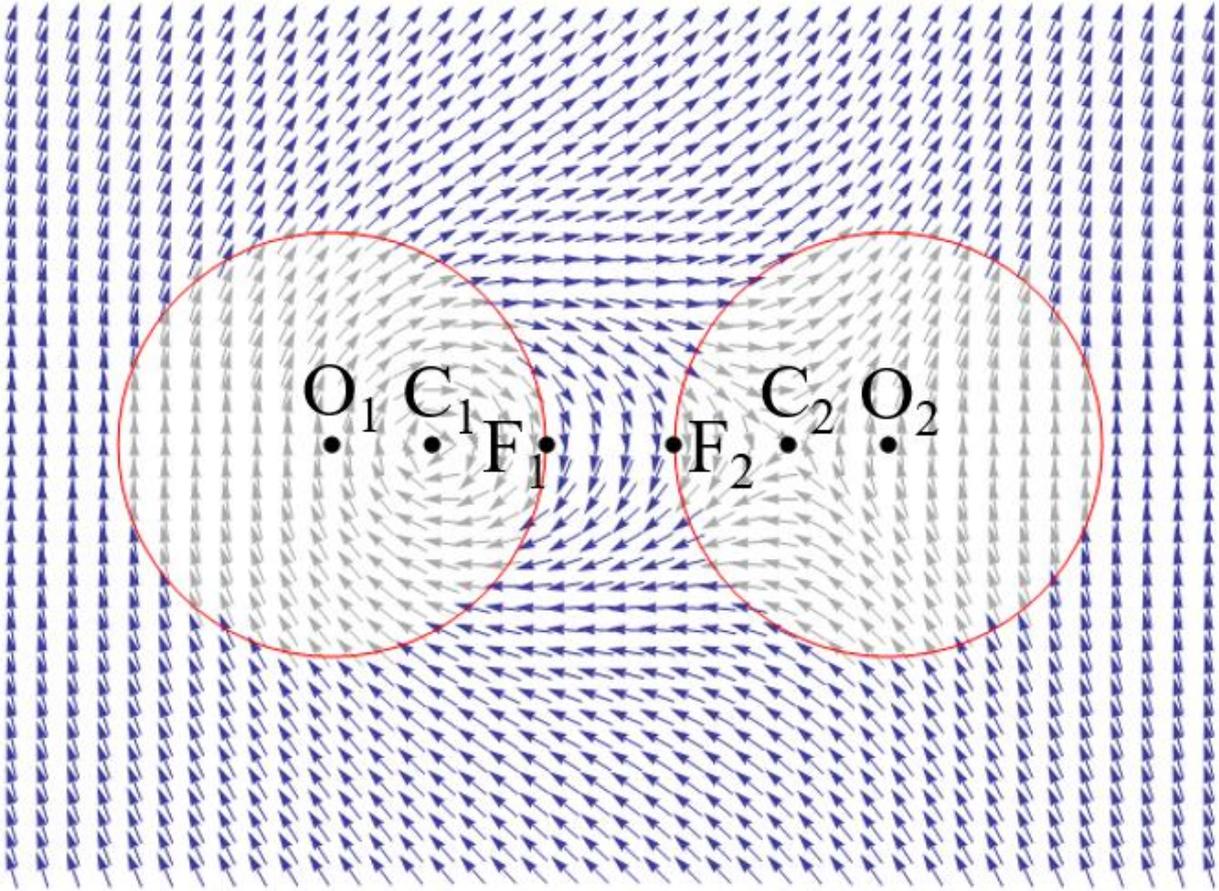


Рис. 3.3. Вихреподобная структура, локализованная на двух антидотах с центрами в точках O_1 и O_2 . Красными окружностями обозначены границы антидотов. Синие стрелки показывают направление намагниченности в образце, серые стрелки – поведение соответствующих формальных решений в области антидотов

В случае распределения, показанного на рис. 3.3, применение аналитического подхода оказывается затруднительным, поэтому для определения K_{\min} воспользуемся численным и эмпирическим подходами. Первый оказывается эффективным при сравнительно больших значениях a , когда антидот можно имитировать всего четырьмя вакантными узлами решетки, образующими квадрат; при этом приближенно полагаем $b = R$. В свою очередь эмпирический подход хорошо проявляет себя при небольших зазорах между антидотами, но с ростом a начинают сказываться ограничения, которые связаны с конечностью размеров образца,

используемого при численном моделировании. Значения K_{\min} , рассчитанные на основе обоих подходов, приведены на рис. 3.4. При этом с целью устранения описанных выше недостатков эмпирического подхода динамический процесс, ограниченный 1000 итераций оптимизатора, был повторен при ограничении в 2000 итераций; полученные результаты находились в пределах незначительной погрешности. Как и ожидалось, при одних и тех же расстояниях a два подхода привели к немного разным значениям K_{\min} , что объясняется как свойством эмпирического подхода, который немного занижает результат, так и в большей степени тем, что подходы опираются на различные физические модели. Тем не менее, в обоих случаях значения K_{\min} при увеличении a стремятся к некоторой постоянной величине. Очевидно, положение такой горизонтальной асимптоты должно совпадать с $c_1(\infty) = 0.102$: при удалении антидотов друг от друга каждый из них становится уже изолированным антидотом, условия устойчивости для которых были изучены в предыдущем разделе.

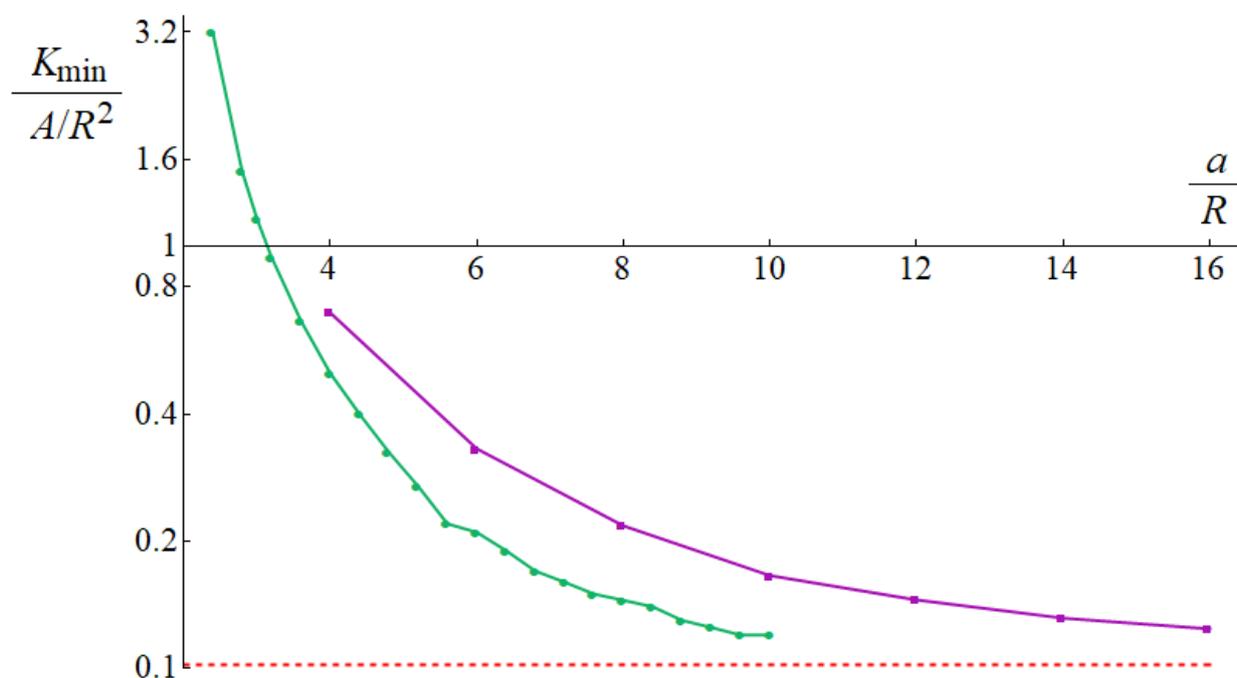


Рис. 3.4. Зависимость минимально допустимой величины константы анизотропии K_{\min} от расстояния между центрами антидотов. Зеленой линией показаны результаты, полученные с помощью эмпирического подхода, лиловой – с помощью численного. Красной штриховой линией обозначено положение предполагаемой асимптоты обоих графиков. По оси ординат масштаб логарифмический

Помимо величины K_{\min} численный подход позволяет также найти собственный вектор \mathbf{u}_{\min} матрицы B . На рис. 3.5 приведено соответствующее ему типичное пространственное распределение амплитуды угла α , который определяет выход вектора намагниченности из плоскости пленки в процессе разрушения плоской структуры. Как видим, наибольшая амплитуда наблюдается на краях антидотов в области между ними, то есть в точках F_1 и F_2 , показанных на рис. 3.3. Это вполне согласуется с той логикой, что разрушение неоднородной структуры, утратившей устойчивость, должно начинаться с областей, характеризующихся наибольшей кривизной, однако речь здесь идет опять же не о кривизне элементов самой пленки, а о кривизне, наблюдаемой в ней магнитной структуры. Здесь неэквивалентность этих понятий снова оказывается существенной.

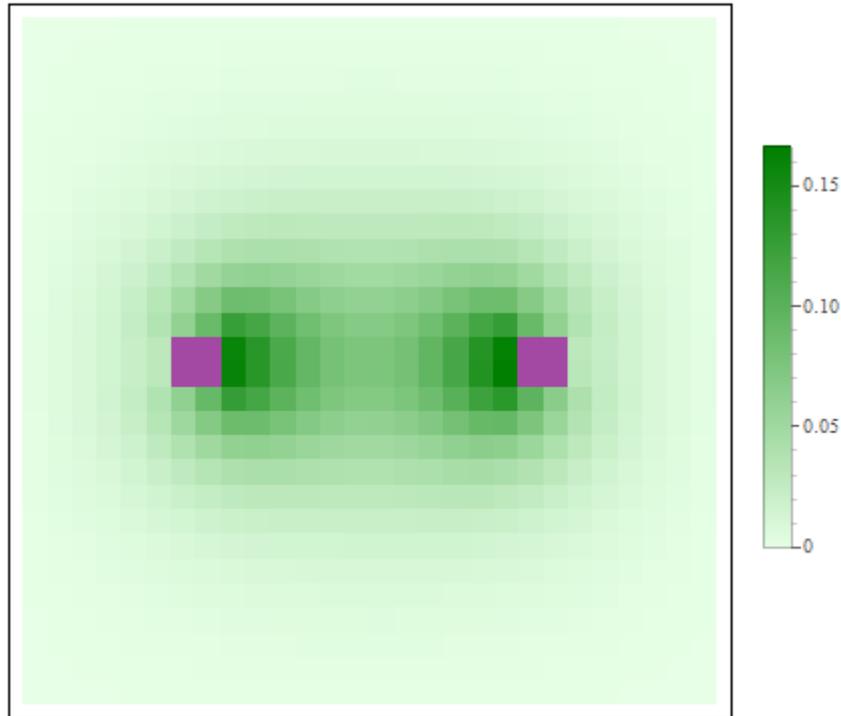


Рис. 3.5. Амплитуда угла выхода вектора намагниченности из плоскости пленки во всех ее точках в процессе разрушения плоской неоднородной структуры, утратившей устойчивость. Лиловыми квадратами обозначены положения антидотов

3.8 Оценки стабильности для конкретных материалов

Как показано выше, в случае пленки с двумя антидотами наилучшая стабильность нетривиальных структур достигается, когда ширина зазора между антидотами приблизительно равна их радиусу, т.е. при условии $a \approx 3R$. Из рисунка 3.4 видно, что для такой геометрии образца имеет место соотношение $K_{min} \approx A/R^2$ (как в случае тонкого магнитного кольца при $k = 1$). При известных значениях параметров материала магнита это соотношение можно рассматривать как ограничение на минимально допустимые радиусы антидоты, при которых могут образовываться устойчивые неоднородные структуры, а именно:

$$R_{min} = \sqrt{A/K} \quad (3.18)$$

В таблице 3.1 приведены значения R_{min} , рассчитанные для трех соединений, содержащих кобальт. Наличие сильной кристаллической анизотропии типа "легкая плоскость" в этих материалах (значения констант K взяты из [71], также предполагается, что $A = 10^{-11}$ Дж/м⁻¹) приводит к тому, что минимальные радиусы антидотов в пленках на их основе находятся в пределах нескольких нанометров. Очевидно, этого вполне достаточно, чтобы охватить все возможные случаи реального применения исследуемых магнитных структур.

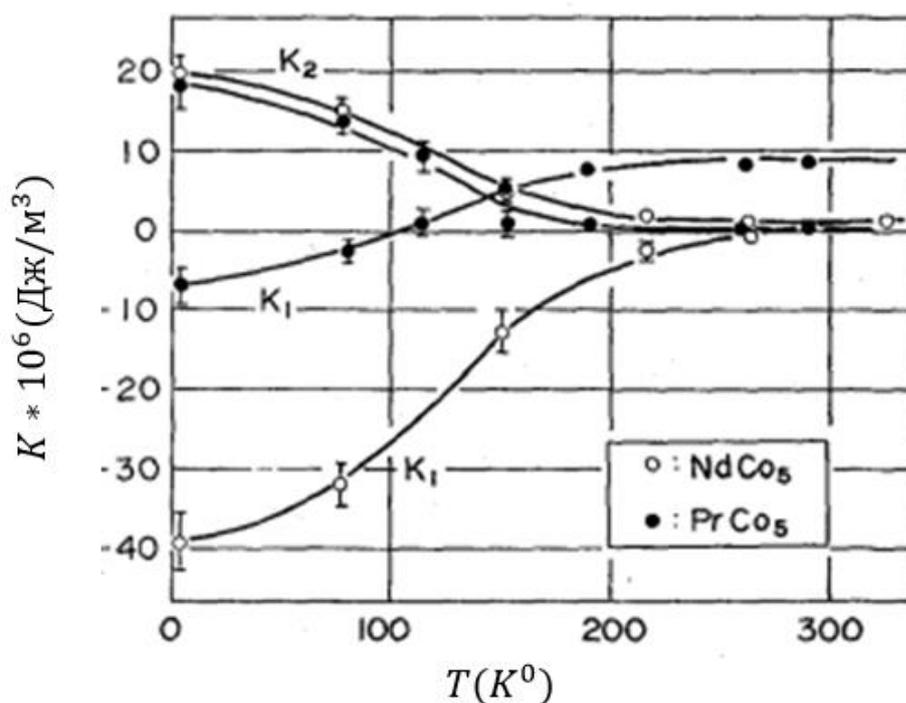


Рис 3.6. Графики зависимости констант анизотропии K (K_1 , K_2) от температуры T [72].

Однако, как видно из других источников [72], в которых представлены графики температурных зависимостей приведенных констант (рис. 3.6), эти данные приведены для случая $T = 0$ К за исключением материала пермаллоя ($Ni_{0.80}Fe_{0.20}$), для которого K_{eff} приведен при комнатных температурах. Из рис. 3.6 также видно, что при $T = 200$ К для интерметаллических

соединений PrCo_5 $K = 7 \cdot 10^6$, что делает ее одноосной, а для NdCo_5 – $K = -5 \cdot 10^6$; в последнем случае – $R_{\min} = 1.4$ нм. В тоже время для соединения железо-марганцевого феррита MnFe_2O_4 (рис 3.7) $K_1 = -1.6 \cdot 10^3$ Дж/м³ (при $M_s = 5 \cdot 10^5$ А/м), что дает $R_{\min} = 80$ нм.

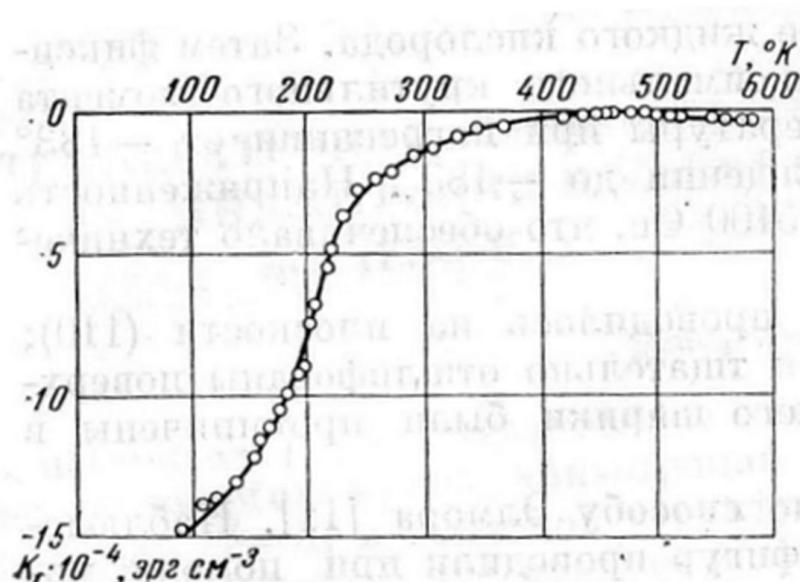


Рис 3.7. Графики зависимости константы анизотропии K_1 для MnFe_2O_4 от температуры T [73].

Материал	K (K_{eff}), (Дж, м ⁻³),	R_{\min} , (нм)
NdCo_5	-5×10^6	1,4
PrCo_5	-7×10^6	1,2
$\text{BaCo}_2\text{Fe}_{16}\text{O}_{27}$	$-1,86 \times 10^5$	7,3
$\text{Ni}_{0,80}\text{Fe}_{0,20}$	$-4,33 \times 10^5$	4,8
MnFe_2O_4	$-1.6 \cdot 10^3$	80

Таблица 3.1. Минимально допустимые радиусы R_{\min} антидотов, при которых в различных магнитных материалах устойчивы нетривиальные плоские структуры.

Известно, что в тонких пленках влияние размагничивающих полей на магнитную структуру аналогично эффекту анизотропии кристаллической решетки [20, 8]. Следовательно, для материалов с высокой намагниченностью насыщения M_s значение K в выражение (3.18) на самом деле следует понимать, как эффективную постоянную анизотропии $K_{eff} = K + \mu_0 M_s^2 / 2$, где μ_0 - магнитная постоянная. Это приводит, например, к тому, что в пермаллоиде $Ni_{0,80}Fe_{0,20}$, где $K \approx 0$, но $M_s = 0,83 \text{ MA m}^{-1}$ ($T = 300 \text{ K}$), значение минимального антидотного радиуса R_{min} оказывается сопоставимым с ранее рассмотренными соединениями (см. таблицу 3.1). Это обстоятельство указывает на то, что наличие выраженной кристаллической анизотропии не является необходимым условием для стабилизации нетривиальных плоских структур, а также для их создания могут быть использованы недорогие и хорошо изученные магнитные материалы. Однако следует иметь в виду, что в этом случае сильные размагничивающие поля также будут влиять на распределение намагниченности в плоскости пленки, конкурируя с обменным взаимодействием. Следовательно, характерное значение плотности обменной энергии A/R^2 не должно быть малым по сравнению с $\mu_0 M_s^2 / 2$, что приводит к ограничению допустимых значений R не только снизу, но и сверху.

3.9. Выводы

Основными результатами приведенных исследований являются следующие:

1. На практике величина константы анизотропии K , при которой плоские магнитные структуры являются устойчивыми, может быть определена из соотношения вида $K > A(k/R)^2$, где под R понимается наименьший радиус кривизны элементов пленки (в случае некруглых элементов следует говорить о средней кривизне элемента). Как

показывают расчеты эта оценка оказывается завышенной не более чем в 10 раз.

2. В ряде случаев оценка может оказаться и сильно заниженной, что характерно для пленок, в которых зазоры между антидотами существенно меньше размеров самих антидотов.
3. Выражение $A(k/R)^2$ дает хорошую отправную точку для выбора магнитных материалов, подходящих для реализации тех или иных плоских магнитных структур в пленках с нетривиальной топологией. Кроме того, если простых оценок оказывается недостаточно, то ограничения на величину константы анизотропии всегда можно уточнить, используя один из трех подходов, развитых в данной главе.

Глава IV

ДВА СПОСОБА ФОРМИРОВАНИЯ ПЛОСКИХ МАГНИТНЫХ СТРУКТУР В МАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ С ТОПОЛОГИЧЕСКИМИ ОСОБЕННОСТЯМИ

Серьезным препятствием на пути применения исследуемых магнитных структур для хранения данных в троичной системе исчисления на практике может стать необходимость перфорирования пленки, которая сама по себе представляет собой непростую техническую задачу. В то же время наличие антидотов в действительности не является необходимым условием реализации структур обсуждаемого типа: они представляют собой лишь один из возможных способов создания топологических особенностей образца, которые, наряду с сильной анизотропией, препятствующей выходу вектора намагниченности из плоскости пленки, обеспечивают равновесность плоских магнитных неоднородностей. В качестве альтернативного способа можно предложить формирование в пленке искусственных дефектов сквозного типа, представляющих собой небольшие области, внутри которых анизотропия либо совсем отсутствует, либо является менее выраженной, чем в остальном объеме образца [15-16, 74]. В данной главе изучаются оба изложенных способа создания нетривиальных плоских структур, а также доказывается общее утверждение о схожести распределений намагниченности в двух пленках, которые отличаются только типом топологических особенностей, но не их геометрией.

4.1. Основные уравнения

Будем рассматривать ферромагнитную пленку малой толщины h , для которой обменный параметр A и константа одноосной анизотропии K являются кусочно-постоянными функциями радиус-вектора r . При этом ось

анизотропии направлена перпендикулярно пленке, а положительные значения K отвечают анизотропии типа «легкая плоскость». Тогда, пренебрегая влиянием размагничивающих полей, энергию образца можно представить следующим образом [32]:

$$E = \int [A(\mathbf{r})(\nabla\alpha^2 + \cos^2\alpha \nabla\theta^2) + K(\mathbf{r}) \sin^2\alpha]hdS, \quad (4.1)$$

где α – полярный угол, характеризующий выход вектора намагниченности из плоскости пленки, а θ – азимутальный угол, определяющий ориентацию проекции вектора намагниченности на эту плоскость. Условие минимума энергии (4.1) определяется системой уравнений Эйлера-Лагранжа [32], которые имеют следующий вид в областях, где A и K принимают постоянные значения:

$$\operatorname{div}(\cos^2\alpha \nabla\theta) = 0, \quad (4.2)$$

$$\Delta\alpha + \sin\alpha \cos\alpha (\nabla\theta^2 - K/A) = 0. \quad (4.3)$$

Условиями «сшивки» решений уравнений (4.2) и (4.3) на границах областей с различными значениями A и K являются условия непрерывности функций α и θ , а также нормальных компонент $A\nabla\alpha$ и $A\nabla\theta$.

Один из возможных методов возникновения плоских магнитных структур предполагает наличие в пленке отверстий [21]. В этом случае интегрирование в уравнении (4.1) ведется не по всей плоскости, а только по области, занимаемой самим образцом, то есть антидоты исключаются. Материал пленки будем считать однородным, так что $A \equiv A_e$, $K \equiv K_e$. Тогда при условии сильной одноосной анизотропии $K_e \rightarrow \infty$ из вида выражения (4.1) заключаем, что $\alpha \equiv 0$ (несложно видеть, что это решение удовлетворяет уравнению (4.3) и при конечных значениях K_e), и (4.2) сводится к уравнению Лапласа:

$$\Delta\theta = 0. \quad (4.4)$$

При этом на границах антидотов должна отсутствовать нормальная составляющая $\nabla\theta$.

Другим подходом может служить ситуация, когда пленка содержит искусственные дефекты [75]. В этом случае интегрирование в (4.1) ведется по всей плоскости, однако величины A и K принимают внутри дефектов значения A_i и K_i соответственно, которые могут быть отличны от A_e и K_e . Тогда вне области дефектов при $K_e \rightarrow \infty$ по-прежнему имеем $\alpha \equiv 0$ и (4.4), откуда получаем следующие условия «сшивки»:

$$\alpha|_{int.\Gamma} = 0, \theta|_{int.\Gamma} = \theta|_{ext.\Gamma}, A_i \frac{\partial\theta}{\partial n}|_{int.\Gamma} = A_e \frac{\partial\theta}{\partial n}|_{ext.\Gamma}, \quad (4.5)$$

где дифференцированием по n обозначена проекция градиента на направление внешней нормали к границе Γ дефекта. Соотношение для $A\nabla\alpha$ отсутствует среди условий (4.5) вследствие бесконечного значения K_e .

Несложно видеть, что в рамках проводимого анализа антидоты представляют собой, по сути, частный случай дефектов при значениях параметров $A_i = 0$, $K_i = 0$. Тем не менее, с методической точки зрения именно пленки с антидотами являются базовой моделью для исследования нетривиальных плоских структур [21], вследствие чего становится целесообразно сводить случай образцов с дефектами к случаю перфорированных пленок, а не наоборот.

4.2. Пленка с антидотами малых размеров

В отсутствие топологических особенностей пленки все регулярные решения уравнения (4.4) являются тривиальными и отвечают однородному распределению намагниченности. Это утверждение, однако, становится неверным при наличии даже одного антидота: если в пленке имеется круглый прокол, то магнитная структура вокруг него может описываться

выражением вида $\theta = k\varphi + \text{const}$ при любом целом значении k , где введена полярная система координат (r, φ) , связанная с центром антидота. Величина k играет здесь роль топологического заряда вихреподобного объекта [21] и равна числу оборотов, совершаемых вектором намагниченности при обходе по часовой стрелке вокруг антидота или некоторой области. Аналогично при наличии в пленке N антидотов, размеры которых малы в сравнении с расстояниями между ними, решение уравнения (4.4) в силу его линейности может быть представлено в виде

$$\theta = k_1\varphi_1 + \dots + k_N\varphi_N + \text{const}, \quad (4.6)$$

где k_1, \dots, k_N – топологические заряды, отвечающие антидотам, а $(r_1, \varphi_1), \dots, (r_N, \varphi_N)$ – связанные с ними полярные системы координат. Легко заметить, что соотношение (4.6) будет описывать уединенную неоднородность при выполнении условия

$$k_1 + \dots + k_N = 0. \quad (4.7)$$

В силу соотношения (4.4) в рассмотрение можно ввести величину ψ , такую что

$$\nabla\psi = [\mathbf{e}_z \times \nabla\theta], \quad (4.8)$$

где \mathbf{e}_z – единичный вектор нормали к плоскости пленки. Из (4.8) и граничных условий для угла θ следует, что эта величина также удовлетворяет уравнению Лапласа с граничными условиями:

$$\Delta\psi = 0, \quad \psi|_{\Gamma} = \text{const}, \quad (4.9)$$

то есть граница каждого антидота должна совпадать с какой-то из изолиний ψ . Кроме того, для антидота, с которым связан топологический заряд k , имеет место соотношение

$$\oint \nabla\psi \cdot \mathbf{n} dl = 2\pi k, \quad (4.10)$$

где интегрирование ведется по границе антидота, а \mathbf{n} – единичный вектор внешней нормали к этой границе.

Несложно видеть, что величина ψ определена с точностью до константы. От этого произвола можно избавиться, потребовав, чтобы ψ всегда принимало нулевые значения на большом удалении от системы антидотов. Тогда, например, в ситуации, которая описывается соотношением (4.6), имеем:

$$\psi = k_1 \ln r_1 + \dots + k_N \ln r_N. \quad (4.11)$$

Значения выражения (4.11) оказываются нулевыми при больших расстояниях r_1, \dots, r_N , если выполнено условие (4.7). В противном случае условимся считать, что на некотором удалении от системы всегда имеется фиктивный антидот, благодаря топологическому заряду которого система становится в целом нейтральной.

Из (8) ясно, что $|\nabla\psi| = |\nabla\theta|$. Следовательно, для энергии (4.1) с учетом первого из соотношений (4.9) имеем:

$$E = A_e h \int \nabla\psi^2 dS = -A_e h \oint \psi \nabla\psi \mathbf{n} dl,$$

где интегрирование ведется по границам всех антидотов. Учитывая второе из соотношений (4.9) и подставляя сюда (4.10), получаем:

$$E = -2\pi A_e h \sum_{i=1}^N k_i \psi_i. \quad (4.12)$$

Здесь ψ_i – постоянное значение величины ψ на границе соответствующего антидота. Важно отметить, что выражение (4.12) справедливо для антидотов произвольной геометрии. В том частном случае, когда их размеры малы, в силу (4.11) имеем:

$$E = -4\pi A_e h \sum_{i>j} k_i k_j \ln r_{ij} - 2\pi A_e h \sum_i k_i^2 \ln R_i, \quad (4.13)$$

где введены обозначения r_{ij} для расстояний между антидотами и R_i для их радиусов (или характерных размеров в случае нецилиндрической формы антидотов). Первое слагаемое в правой части (4.13) представляет собой сумму энергий попарных взаимодействий антидотов между собой, а второе можно отождествить с суммой их собственных энергий. Таким образом, анализ сложных систем антидотов, как правило, может быть сведен к изучению отдельных составляющих этих систем, в частности – пар близкорасположенных антидотов, что существенно упрощает рассуждения.

4.3. Пленка с двумя цилиндрическими антидотами

Пусть рассматриваемый образец содержит два цилиндрических антидота радиусами R_1 и R_2 , расстояние между центрами, которых $|O_1O_2| = a$ сопоставимо с этими радиусами (см. рис. 3.3). Свяжем системы полярных координат (r_1, φ_1) и (r_2, φ_2) с точками C_1 и C_2 , находящимися внутри антидотов. Тогда уравнение $r_1/r_2 = \text{const}$ определяет семейство окружностей, две из которых совпадают с границами рассматриваемых антидотов при выполнении следующих условий:

$$R_1^2 = b_1(a - b_2), R_2^2 = b_2(a - b_1), \quad (4.14)$$

где введены обозначения $|O_1C_1| = b_1, |O_2C_2| = b_2$. Следовательно, функция

$$\psi = k \ln \frac{r_1}{r_2} \quad (4.15)$$

представляет собой решение уравнения (4.9). Формально совпадая с (4.11) при $k_1 = k, k_2 = -k$, она описывает уединенную неоднородность, локализованную на двух антидотах. Соответствующее распределение намагниченности, очевидно, задается формулой $\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2)$ и показано на рис. 3.3 для случая $k = 1$ и $R_1 = R_2$. Подставляя далее (4.15) в (4.12), с учетом (4.14) получаем:

$$E = 2\pi A_e h k^2 \ln \frac{R_1 R_2}{b_1 b_2}. \quad (4.16)$$

Случай $R_1, R_2 \ll a$ уже был изучен выше: выражения (4.15) и (4.16) в пределе совпадают с (4.11) и (4.13) соответственно. Поэтому наибольший интерес представляет здесь противоположная ситуация, когда малым оказывается зазор $|F_1F_2|$ между антидотами. При этом, согласно (4.14), $b_1 \rightarrow R_1, b_2 \rightarrow R_2$, то есть точки C_1 и C_2 приближаются к точкам F_1 и F_2 на краях антидотов. Это приводит к тому, что неоднородность оказывается практически полностью локализованной в небольшой области между антидотами, что и наблюдается на рис. 3.3. Данное обстоятельство означает, что структуры, формирующиеся на разных парах антидотов в одной пленке, практически не интерферируют между собой, благодаря чему обеспечивается надежность записи и хранения информации с помощью вихреподобных объектов изучаемого типа.

Примечательно, однако, что даже при крайне малом зазоре $|F_1F_2| \ll a$ далеко не вся энергия неоднородности, для которой из формулы (4.16) при $R_1 = R_2 = R$ в данном случае имеем

$$E \approx 4\pi A_e h k^2 \sqrt{\frac{a}{R} - 2},$$

сосредоточена в полосе, ограниченной двумя параллельными прямыми, которые проходят через точки F_1 и F_2 . Чтобы убедиться в этом, заметим, что, как следует из соотношения (4.15), в этой области $|\nabla\psi| = |k|c/(r_1r_2) \approx |k|c/(y^2 + c^2/4)$, где $c = |C_1C_2|$, а y – координата вдоль оси, перпендикулярной прямой O_1O_2 . Тогда, интегрируя (4.1) в пределах рассматриваемой полосы, получаем:

$$E_1 = A_e h(a - 2R) \int_{-\infty}^{+\infty} \nabla\psi^2 dy \approx E/2.$$

Вторая половина энергии неоднородности локализована в другой области между антидотами, существование которой обусловлено кривизной их границ. Благодаря наличию этой кривизны ширина зазора между

антидотами при заданном значении координаты y в действительности превышает $a - 2R$ на переменную величину y^2/R , что и обуславливает появление требуемой добавки к энергии E_1 :

$$E_2 = A_e h \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y^2}{R} \nabla \psi^2 dy \approx E/2.$$

4.4. Теорема об эквивалентности подходов

Переходя от изучения вихреподобных структур, формирующихся на парных антидотах, к изучению аналогичных структур, возникающих в области парных дефектов, заметим для начала, что величина K_i не должна принимать большие положительные значения: в противном случае магнитная структура окажется плоской во всем образце, включая и области дефектов, а значит, плотность обменной энергии в центре каждого вихря будет сингулярной. В то же время при отрицательных и небольших положительных значениях K_i внутри дефектов становится возможным выход вектора намагниченности из плоскости пленки вплоть до значений $\alpha = \pi/2$ в центрах формирующихся вихрей, вследствие чего энергия (4.1) остается конечной. Поскольку, однако, достижение больших по модулю отрицательных значений K_i внутри дефектов при больших положительных значениях K_e в самой пленке затруднительно на практике, то можно полагать, что $|K_i| \ll K_e$. Следовательно, корректной моделью для исследования неоднородностей в пленках с искусственными дефектами является модель «идеальных» дефектов, когда $K_i = 0$.

Как видим, использование подхода, связанного с включением в магнитный образец искусственных дефектов, обязательно приводит к появлению некруговых траекторий вектора намагниченности, что, казалось бы, может сильно исказить плоскую структуру неоднородности вне области дефектов по сравнению с той, которая формируется при использовании антидотов. Тем не менее, справедливо следующее утверждение,

представляющее собой теорему об эквивалентности двух изучаемых подходов: если в пленке, содержащей антидоты произвольных размеров и форм, заменить все антидоты на «идеальные» дефекты той же геометрии, то распределение намагниченности вне области дефектов останется неизменным. При этом дополнительный вклад в энергию магнетика от дефекта, с которым связан топологический заряд k , равен $4\pi A_i h |k|$ независимо от геометрии дефекта.

Представим конструктивное доказательство основного утверждения теоремы. Для этого достаточно указать такие решения системы уравнений (4.2) и (4.3) внутри каждого из дефектов, для которых удовлетворяются условия (4.5) при сшивке с решением уравнения (4.4) вне области дефектов или антидотов. Рассмотрим один из дефектов, которому отвечает топологический заряд k . Если $k = 0$, то вследствие нейтральности системы в целом топологический заряд второго дефекта также равен нулю, а значит, распределение намагниченности является однородным, и утверждение теоремы очевидно. Если $k \neq 0$, то $\nabla\theta$ имеет точку сингулярности S в области дефекта, где $\alpha = \pi/2$. Будем понимать под θ функцию, которая непрерывна и является решением уравнения (4.4) с соответствующим граничным условием не только вне антидота, но также и во всей его внутренней области, за исключением точки S . Тогда можно предположить, что такая функция θ является решением системы уравнений (4.2) и (4.3) внутри дефекта, а угол α при этом однозначно определяется величиной ψ , введенной в соответствии с соотношением (4.8). Подставляя этот абзац в уравнение (4.3) и учитывая (4.9), при $K_i = 0$ получаем:

$$\frac{d^2\alpha}{d\psi^2} + \sin\alpha \cos\alpha = 0. \quad (4.17)$$

Кроме того, уравнение (4.2) удовлетворяется автоматически, поскольку вектор $\nabla\alpha$ в каждой точке перпендикулярен $\nabla\theta$, а θ является решением (4.4).

Также автоматически выполняются второе и третье из условий (4.5), причем независимо от значений A_i и A_e из-за отсутствия нормальной составляющей $\nabla\theta$ на границе антидота. Первое из условий (4.5) означает, что $\alpha(\psi = \psi_0) = 0$, где ψ_0 – значение ψ на границе антидота. Также имеем $\alpha(\psi \rightarrow \pm\infty) = \pi/2$, так как выполнение соотношения (4.10) требует сингулярности функции ψ в точке S . С учетом этих граничных условий уравнение (4.17) имеет следующее единственное решение:

$$\alpha = f(e^{\psi - \psi_0}), \quad f(z) = \arccos \frac{2z}{z^2 + 1}. \quad (4.18)$$

Таким образом, при наличии «идеальных» дефектов распределение намагниченности задается функцией θ и углом α , который определяется из выражения (4.18) в области дефекта и равен нулю вне этой области. Поскольку та же функция θ описывает и плоскую магнитную структуру в пленке с антидотами, утверждение об эквивалентности подходов можно считать доказанным.

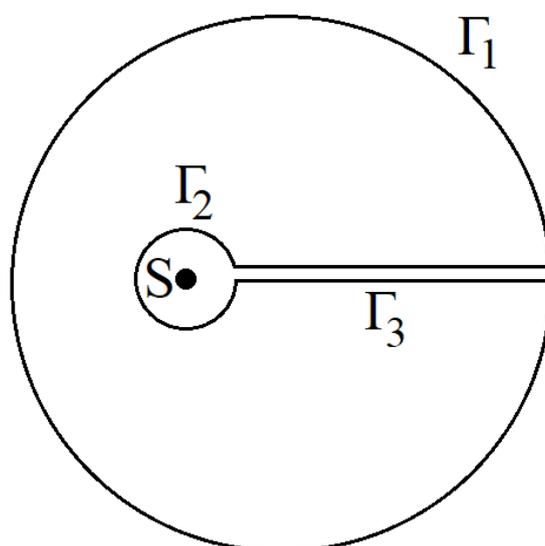


Рис. 4.1. Схематическое изображение элементов границы, вдоль которой осуществляется интегрирование при расчете энергии дефекта. S – точка сингулярности функции ψ

Рассчитаем далее энергию, связанную с данным дефектом. Для этого необходимо вычислить во внутренней области дефекта интеграл (4.1), который с учетом (4.17) и (4.2) оказывается равен

$$E_D = 2A_i h \oint \cos^2 \alpha \theta \nabla \theta \mathbf{n} dl. \quad (4.19)$$

Поскольку величина θ при $k \neq 0$, вообще говоря, не является однозначной функцией координат, граница, по которой ведется интегрирование в (4.19), состоит из трех элементов (см. рис. 4.1). Элемент Γ_1 представляет собой собственно границу дефекта; на ней $\nabla \theta \perp \mathbf{n}$, поэтому вклад Γ_1 в интеграл (4.19) равен нулю. Также равен нулю вклад бесконечно малого контура Γ_2 вокруг точки S: здесь $\cos \alpha \rightarrow 0$, в то время как величина $|\cos \alpha \nabla \theta|$ принимает конечные значения. Элемент Γ_3 образован двумя бесконечно близкими линиями произвольной формы, соединяющими элементы Γ_1 и Γ_2 . Значения θ на этих линиях отличаются в соответствующих точках на постоянную величину $2\pi k$, вследствие чего интеграл (4.19) можно преобразовать к интегралу по одной линии, в качестве которой удобно выбрать какую-либо из изолиний величины θ . В этом случае $\nabla \theta \parallel \mathbf{n}$, а значит, $\nabla \theta \mathbf{n} dl = d\psi$. Также в силу (4.17) представляя $\cos^2 \alpha$ в (4.19) как $\cos \alpha \left| \frac{d\alpha}{d\psi} \right|$, окончательно получаем:

$$E_D = 4\pi A_i h |k| \int_0^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha = 4\pi A_i h |k|. \quad (4.20)$$

4.5. Пленка с двумя дефектами цилиндрической или прямоугольной формы

Наличие аналитического решения (4.15) для пленки, содержащей два цилиндрических антидота, позволяет воспользоваться теоремой об эквивалентности подходов для отыскания явного вида распределения намагниченности также и в пленке с двумя цилиндрическими дефектами.

Согласно теореме, в этом случае распределение описывается функцией (4.15) во всем объеме образца и, следовательно, при $k = 1$ имеет вид, показанный на рис. 3.3, причем серые стрелки отвечают уже не формальной экстраполяции, а реальному направлению вектора намагниченности внутри дефектов в проекции на плоскость пленки. При этом точки C_1 и C_2 играют роль точек сингулярности S , а значит, в них намагниченность направлена под прямым углом к поверхности образца. Чтобы найти значения угла α во всех точках области, занимаемой каким-то из дефектов, подставим решение (4.15) в выражение (4.18). Тогда получим:

$$\alpha = f\left(\left(\frac{r_1 r_{20}}{r_2 r_{10}}\right)^k\right), \quad (4.21)$$

где r_{10} и r_{20} – значения r_1 и r_2 соответственно в произвольной точке на границе дефекта (отношение r_{10}/r_{20} равно b_1/R_1 для дефекта с центром O_1 и R_2/b_2 для дефекта с центром O_2). На рис. 4.2 проиллюстрирована соответствующая выражению (4.21) зависимость компоненты $m_z = \sin \alpha$ единичного вектора намагниченности от пространственных координат при $k = 1$, $R_1 = R_2$ и различных значениях расстояния a между центрами дефектов.

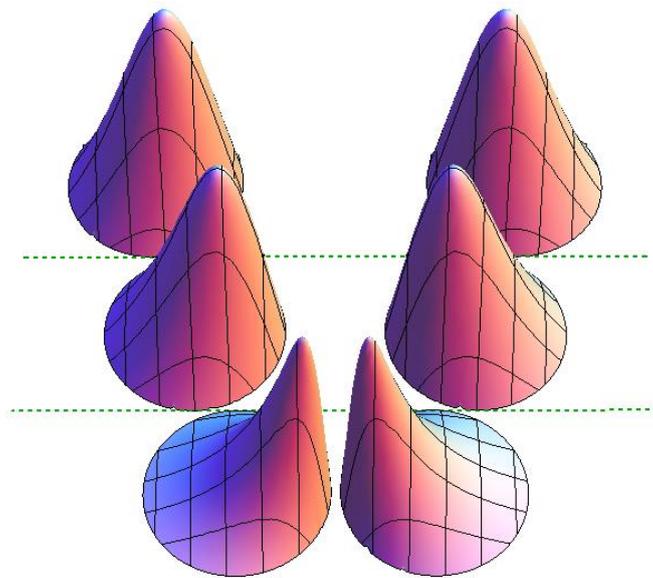


Рис. 4.2. Пространственное распределение компоненты вектора намагниченности, нормальной к плоскости пленки, для трех пар одинаковых цилиндрических дефектов, отличающихся расстоянием между дефектами в паре. Вне области дефектов эта компонента равна нулю. Топологический заряд, связанный с каждым из дефектов, равен ± 1 . Штриховые линии разделяют пары между собой

Приведем также формулу для полной энергии магнетика при $R_1 = R_2 = R$, которая резюмирует выражения (4.16) и (4.20):

$$E = 4\pi A_e h k^2 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - 4R^2}}{2R} + 8\pi A_i h |k|.$$

Заметим, что в типичной ситуации $k = 1$, $A_e = A_i$, $a = 3R$, когда зазор между дефектами равен их радиусам, из данного соотношения следует $E_D \approx 0.34E$, то есть энергия образца оказывается распределенной примерно поровну между каждым из двух дефектов и собственно плоской неоднородностью.

В случае дефектов прямоугольной формы структуру вихреподобных неоднородностей можно определить численно с использованием пакета микромагнитного моделирования OOMMF [23] и оболочки Ubermag [70]. На рис. 4.3 показано найденное при этом типичное распределение намагниченности, отвечающее $k = 1$. Расчеты были произведены для дефектов, отстоящих друг от друга на 5 нм. Их размер в направлении, которое на рис. 4.3 является горизонтальным, был постоянным и составлял 20 нм, а в вертикальном направлении варьировался от 6 нм до 50 нм. Сопоставление с результатами аналогичных расчетов для случая антидотов той же геометрии показало, что увеличение энергии образца при переходе от антидотов к «идеальным» дефектам составило от 24.8 до 26.9 единиц $A_i h$, что находится в неплохом соответствии с предсказанным значением 8π (при этом наличие расхождений связано с дискретным характером представления магнетика при численном моделировании, из-за чего

условия (4.5), на которые существенно опирается вывод формулы (4.20), могут выполняться с небольшой точностью).

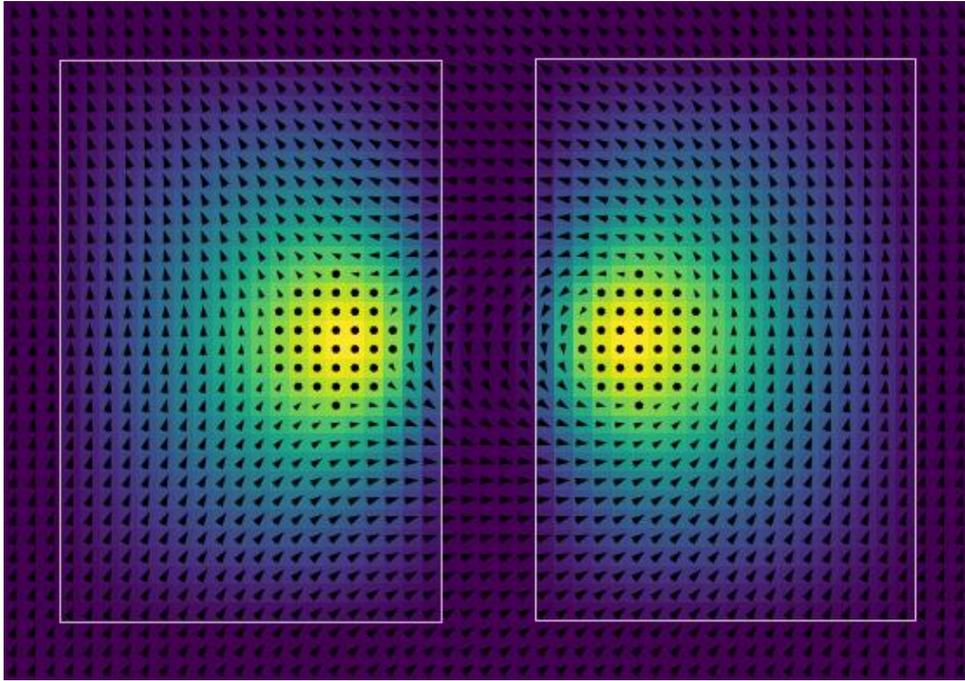


Рис. 4.3. Распределение намагниченности в пленке с двумя прямоугольными дефектами $20 \text{ нм} \times 30 \text{ нм}$, зазор между которыми 5 нм . Стрелками показано направление намагниченности. Белыми рамками обозначены границы дефектов. Цвет иллюстрирует величину компоненты вектора намагниченности, нормальной к плоскости пленки: лиловый цвет соответствует отсутствию выхода вектора намагниченности из плоскости, желтый – выходу из плоскости под прямым углом

Рис. 4.3 позволяет понять природу парадокса, заключающегося в отсутствии зависимости энергии дефекта от его размера. Как несложно видеть, значение компоненты m_z вектора намагниченности может оказаться близким к 1 в областях довольно большой площади, которым соответствуют желтые зоны на рисунке (хотя точка S остается при этом единственной в каждом из дефектов; многообразие форм изолиний ψ обуславливается при этом различным характером поведения этой функции при приближении к

точке сингулярности). Ясно, что такие области не дают практически никакого вклада в энергию (4.1). При увеличении размера дефекта площадь области, учитываемой в расчете его энергии, будет расти, однако вместе с тем будет расширяться и желтая зона. В итоге эти два процесса примерно компенсируют влияние друг друга.

4.6. Дефекты с ненулевой анизотропией

Из конструктивного характера доказательства теоремы об эквивалентности подходов следует, что отклонение характеристик дефектов от «идеальной» модели не может привести к существенному нарушению основного утверждения теоремы. В то же время ясно, что энергия дефектов, равно как и структура образующихся внутри них вихрей, находится в сильной зависимости от величины константы анизотропии K_i . Чтобы исследовать эту зависимость, будем рассматривать цилиндрический дефект радиуса R с топологическим зарядом k , который является частью в целом нейтральной системы с большим расстоянием между дефектами. Тогда данный дефект можно приближенно считать изолированным, а возникающее в его окрестности распределение намагниченности аксиально симметричным, так что $\psi = k \ln r$, $\theta = k\varphi + \text{const}$. В случае «идеального» дефекта с $K_i = 0$ из (4.18) имеем:

$$\alpha = \arccos \frac{2R^k r^k}{(R^k + r^k)^2}. \quad (4.22)$$

При $K_i \neq 0$ зависимость $\alpha(r)$ должна определяться из уравнения (4.3), которое приводится к следующему виду:

$$\Delta\alpha + \sin\alpha \cos\alpha (k^2/r^2 - K_i/A_i) = 0, \quad \alpha(0) = \pi/2, \quad \alpha(R) = 0. \quad (4.23)$$

Решая уравнение (4.23) численно при различных значениях $\kappa = K_i R^2/A_i$ и k (при этом ясно, что знак величины k можно не уточнять), получаем

пространственные распределения компоненты m_z , показанные на рис. 4.4. Зависимости, отвечающие $\kappa = 0$, находятся в соответствии с соотношением (4.22).

Анализируя вид кривых на рис. 4.4, несложно заметить, что при больших (однако все же не сопоставимых с аналогичными значениями вне дефекта) значениях $|\kappa|$ распределение намагниченности оказывается близким к однородному в значительной части области дефекта: при $\kappa > 0$ неоднородность преимущественно сосредоточена в окрестности центра дефекта, а при $\kappa < 0$ – на его границе. Это позволяет сделать ряд приближенных аналитических оценок для структуры и энергии вихрей в указанных предельных случаях.

Если $\kappa > 0$, $|\kappa| \gg 1$, то третье соотношение в (4.23) можно с большой точностью заменить на $\alpha(r \rightarrow \infty) = 0$, соответствующим образом расширив область определения функции α , вид которой перестает зависеть от R . Тогда при увеличении радиуса R энергия (4.1) будет расти исключительно за счет изменения области интегрирования, причем поскольку на границе этой области $\alpha \approx 0$, то $dE = A_i h \nabla \theta^2 2\pi R dR$. Интегрируя это соотношение и выражая R через κ , получаем:

$$E_D = 2\pi A_i h \left(C_k + \frac{1}{2} k^2 \ln \kappa \right). \quad (4.24)$$

Величины C_k являются безразмерными и не могут явно зависеть от κ , поэтому при каждом k они принимают некоторые фиксированные значения, которые можно определить с использованием численных методов. В частности, $C_1 = 1.57$, $C_2 = 0.96$.

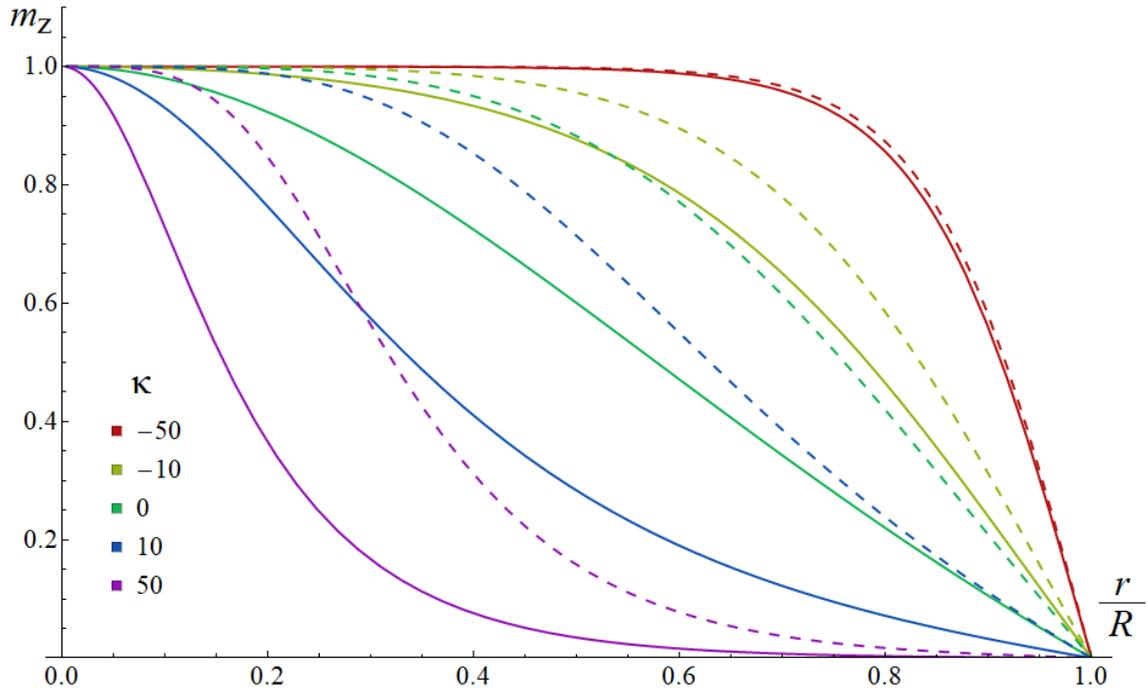


Рис. 4.4. Зависимость компоненты m_z вектора намагниченности, нормальной к плоскости пленки, от расстояния r до центра цилиндрического дефекта радиуса R при различных значениях нормированной константы одноосной анизотропии κ . Сплошными линиями показаны зависимости при $k = 1$, штриховыми – при $k = 2$

Если $\kappa < 0$, $|\kappa| \gg 1$, то в области, где неоднородность существенна, первое из соотношений (4.23) принимает следующий приближенный вид:

$$\frac{d^2\alpha}{dr^2} + \frac{k^2 + |\kappa|}{R^2} \sin \alpha \cos \alpha = 0.$$

При этом второе соотношение в (4.23) можно заменить на $\alpha(r \rightarrow -\infty) = \pi/2$. Отсюда имеем:

$$\cos \alpha = \cosh^{-1} \left[\sqrt{k^2 + |\kappa|} \left(1 - \frac{r}{R} \right) \right]. \quad (4.25)$$

Из формулы (4.25), которая описывает распределение намагниченности внутри дефекта с анизотропией типа «легкая ось», видно, что требование сильной анизотропии для этого случая в действительности можно смягчить, заменив его условием $k^2 + |\kappa| \gg 1$, которое при больших значениях

топологического заряда k выполняется автоматически. Этому соответствует то наблюдаемое на рис. 4.4 обстоятельство, что при одинаковых значениях k кривые, отвечающие $k = 2$, лежат выше кривых, отвечающих $k = 1$, и имеют заметный пологий участок вблизи центра дефекта.

Поскольку в изучаемой ситуации $\alpha \approx \pi/2$ в большей части области дефекта, главный член в разложении энергии (4.1) по степеням $|k|$ представляет собой энергию анизотропии $K_i \pi R^2 h$. После вычитания K_i подынтегральное выражение (4.1) будет существенно отличаться от нуля только вблизи границы дефекта, вследствие чего при расчете получившегося интеграла можно воспользоваться формулой (4.25). С учетом этой поправки имеем:

$$E_D = 2\pi A_i h \left(\frac{1}{2} k + 2\sqrt{k^2 + |k|} - 2 \ln 2 \right). \quad (4.26)$$

На рис. 4.4 показаны зависимости энергии E_D от величины k при различных значениях k , полученные в результате численного решения уравнения (4.23) и подстановки найденных решений в интеграл (4.1) (синие линии). Также на рисунке показаны асимптоты этих зависимостей, определяемые формулами (4.24) и (4.26) (зеленые линии). Несложно видеть тем самым, что рассмотренные приближения применимы в довольно широких диапазонах изменения $|k|$. При этом при близких к нулю значениях $|k|$ энергия E_D , как и следовало ожидать, может быть найдена из соотношения (4.20). Следует отметить, что все слагаемые в формулах (4.24) и (4.26) дают существенный вклад в сумму: при попытке пренебречь любым из них согласие с результатами численного расчета на рис. 4.5 будет заметно ухудшаться.

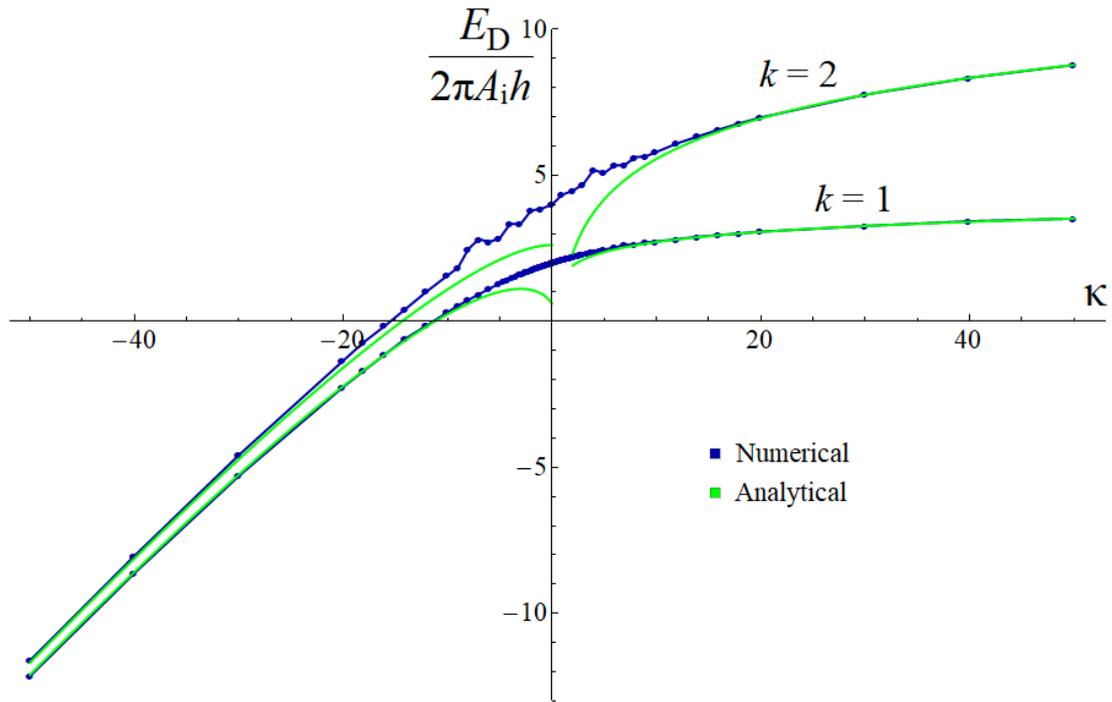


Рис. 4.5. Зависимость энергии E_D , локализованной в области цилиндрического дефекта, от величины нормированной константы одноосной анизотропии k при различных значениях топологического заряда k . Синими линиями показаны результаты численных расчетов, зелеными линиями – результаты применения явных формул, справедливых при больших абсолютных значениях k

4.7. Влияние конечной константы анизотропии вне области дефектов

Как уже отмечалось выше, в случае пленки, содержащей антидоты, плоская магнитная структура, наблюдаемая в образце с $K_e \rightarrow \infty$, может быть в неизменном виде реализована в образце с конечным значением константы K_e , поскольку такой структуре отвечает тривиальное решение $\alpha \equiv 0$, удовлетворяющее уравнению (4.3) при произвольных значениях параметров среды. Однако в случае пленки с искусственно созданными дефектами соотношение $\alpha \equiv 0$ будет строго выполняться вне области дефектов только при условии $K_e \rightarrow \infty$. Если же значения K_e являются

большими, но конечными, то вблизи внешней границы дефекта должен наблюдаться незначительный выход вектора намагниченности из плоскости образца.

Чтобы исследовать описанное явление количественно, вновь обратимся к модели изолированного дефекта, считая его на этот раз «идеальным» ($K_i = 0$). Тогда при ненулевом значении угла α на границе дефекта распределение намагниченности внутри его области должно описываться соотношением вида (4.22), в котором роль R играет несколько большая величина $(1 + \gamma)R$, то есть

$$\alpha = f\left(\left(\frac{r}{(1+\gamma)R}\right)^k\right), \quad (4.27)$$

где $\gamma \ll 1$. Вне области дефекта распределение может быть найдено из уравнения (4.3), которое вследствие малости угла α и больших значений K_e приобретает вид $\Delta\alpha = (K_e/A_e)\alpha$. Ограниченное при $r \rightarrow 0$ решение этого уравнения может быть представлено следующим образом:

$$\alpha = \mu B_0 \left(\sqrt{\frac{K_e}{A_e}} r \right), \quad (4.28)$$

где $\mu \ll 1$, а также введено обозначение $B_j(z)$ для модифицированной функции Бесселя второго рода, имеющей порядок j (отказ от традиционного обозначения $K_j(z)$ продиктован здесь стремлением избежать путаницы с константами анизотропии). Вследствие конечности величины K_e первое из условий сшивки (4.5) необходимо заменить следующей парой равенств:

$$\alpha|_{int.\Gamma} = \alpha|_{ext.\Gamma}, \quad A_i \frac{\partial \alpha}{\partial n} \Big|_{int.\Gamma} = A_e \frac{\partial \alpha}{\partial n} \Big|_{ext.\Gamma}. \quad (4.29)$$

Подставляя выражения (4.27) и (4.28) в условия (4.29), с учетом малости величин γ и μ получаем:

$$\mu = \frac{|k|A_i}{A_e \rho B_1(\rho)}, \quad \gamma = \frac{\mu B_0(\rho)}{|k|} \approx \frac{A_i}{A_e \rho}, \quad (4.30)$$

где $\rho = \sqrt{\frac{K_e}{A_e}} R \gg 1$. Соотношения (4.27), (4.28) и (4.30) полностью определяют структуру вихря в изучаемой ситуации.

Энергию E_i , локализованную внутри области дефекта, можно вычислить, подставив решение (4.27) при $r < R$ в выражение (4.1). Тогда с учетом (4.30) имеем:

$$E_i = 4\pi A_i h |k| - 4\pi A_i h k^2 \gamma. \quad (4.31)$$

При $K_e \rightarrow \infty$ второе слагаемое в правой части (4.31) исчезает, что снова приводит к формуле (4.20). Вне области дефекта при $k \neq 0$ интеграл (4.1) расходится, так как плотность энергии содержит член $A_e \nabla \theta^2$, который отвечает за энергию (4.12) плоской структуры, получающейся при замене дефектов на антидоты. Вычитая этот член из подынтегрального выражения (4.1) и рассчитывая получившийся интеграл при $r > R$ с учетом (4.28) и (4.30), имеем следующую поправку E_e к энергии, обусловленную конечностью величины K_e :

$$E_e = 2\pi A_i h k^2 \gamma. \quad (4.32)$$

Таким образом, уменьшение константы анизотропии K_e приводит к росту энергии неоднородности вне области дефекта, что вполне ожидаемо. Тем не менее, из сравнения выражений (4.31) и (4.32) вытекает, что энергия, заключенная внутри дефекта, уменьшается при этом на величину, равную $2E_e$, а значит, общая энергия $E_D = E_i + E_e$ вихря, локализованного на дефекте, понижается. Данное обстоятельство позволяет существенно расширить границы применимости формулы (4.20), которая является одним из утверждений теоремы об эквивалентности подходов: независимо от того, является ли величина K_e бесконечной, эта формула дает для энергии дефекта корректную оценку сверху. Кроме того, отсутствие зависимости такой оценки от геометрии дефекта позволяет утверждать, что плоские магнитные

структуры изучаемого типа действительно могут наблюдаться на практике для весьма широкого диапазона масштабов и форм дефектов, создаваемых в образце. Противоположностью этой ситуации могла бы стать возможность резкого повышения энергии E_D при переходе от модельных условий к реальным, однако этого, как видим, не происходит ни при нарушении равенства $K_i = 0$ (что следует, например, из формулы (4.24), свидетельствующей о крайне медленном росте E_D при увеличении K_i), ни при отказе от соотношения $K_e \rightarrow \infty$.

В завершение приведем выражение для энергии цилиндрического дефекта, резюмирующее соотношения (4.31) и (4.32):

$$E_D = 4\pi A_i h |k| - \frac{2\pi A_i^2 h k^2}{R\sqrt{A_e K_e}}.$$

4.8. Выводы

Основными результатами приведенных исследований являются следующие:

1. Из теоремы об эквивалентности следует что при экспериментальном изучении плоских вихреподобных неоднородностей отпадает потребность воспроизводить одни и те же эффекты сразу в двух образцах, которые отличаются подходом к формированию топологических особенностей. Вместо этого достаточно обнаружить какое-либо явление, например, в перфорированной пленке и, ссылаясь на теорему об эквивалентности подходов, обозначить наблюдаемость данного явления также и в магнитных образцах с соответствующей конфигурацией дефектов.
2. Выбор одного из подходов в конкретной ситуации становится вопросом удобства при фундаментальных исследованиях и вопросом

экономической целесообразности при серийном производстве устройств наноэлектроники. Наличие такого выбора обуславливает крайнюю привлекательность плоских вихреподобных структур как единого принципа функционирования логических элементов и ячеек памяти нового поколения.

3. Утверждение об эквивалентности в отношении ряда динамических свойств может не выполняться. Более того, согласно полученным выше оценкам, дефекты почти всегда сосредотачивают внутри себя энергию, составляющую значительную долю полной энергии системы, вследствие чего структуры, сформированные за счет наличия дефектов, окажутся, скорее всего, более инертными, чем аналогичные структуры в перфорированных пленках. Это, в свою очередь, негативно повлияет на быстродействие и энергоэффективность электронных устройств на основе пленок с дефектами. Тем не менее, относительная простота внедрения искусственных дефектов в сравнении с созданием наноразмерных антидотов может нивелировать обозначенные недостатки данного подхода.

Глава V

ВИХРЕПОДОБНЫЕ НАНООБЪЕКТЫ В ПЕРФОРИРОВАННЫХ ПЛЕНКАХ ПЕРМАЛЛОЯ

Рассматриваемая геометрия антидотов в ферромагнитных пленках в литературе достаточно основательно изучена. В конце 90х и вначале нулевых годов специально получали пленки с искусственно созданными массивами антидотов [74, 75]. Предполагалось что такие пленки представляют собой класс новых перспективных искусственных материалов [78], которые могут найти применение в устройствах записи информации [79-80], в магнитооптических устройствах [81-82] и в других приложениях в спинтронике [83-84]. Действительно, как экспериментальные [85-86], так и теоретические [87-88] исследования магнитных антидотов такого типа показывают, что наличие перфораций может существенно изменить свойства материала. Было установлено, что подобная геометрия антидотов в пленках вызывает периодическое распределение намагниченности в них, которое сказывалось на процессах их намагничивания и перемагничивания и позволяет контролировать зарождение и перемещение микромагнитных структур. В некоторых магнитных материалах, в которых существуют магнитные скирмионы, наличие антидотов влияет на их устойчивость [86] и даже приводит к увеличению плотности зарождающихся скирмионов [85]. Кроме того, перфорированные тонкие магнитные пленки представляют и чисто научный интерес, т.к. они могут служить модельными системами при изучении некоторых необычных свойств магнитных элементов [89-90]. Однако, как правило, исследования особенностей распределения магнитных моментов в области антидотов не предпринимались. При этом, однако, остается трудновыполнимым требование наличия сильной легкоплоскостной анизотропии у материала (хотя, например, NdCo_5 отвечает этому

требованию с большим запасом), поскольку коммерческая привлекательность таких материалов, весьма низка.

В данной главе исследуется возможность отказа от легкоплоскостных ферромагнетиков в пользу пермаллоевых пленок, которые, с одной стороны, лишены указанных недостатков, а с другой – компенсируют отсутствие кристаллической анизотропии наличием анизотропии формы, которая может дать такой же эффект.

5.1. Основные предпосылки

Рассмотрим тонкую ферромагнитную пленку постоянной толщины h , содержащую два цилиндрических антидота одинакового радиуса R , расстояние между центрами, которых равно a (см. рис. 5.1). Тогда при наличии одноосной анизотропии вдоль оси Oz , которая нормальна плоскости пленки, для полной энергии образца (в системе СИ) имеем [63]:

$$E = \int [\Phi_{ex} + \Phi_s + Km_z^2]hdS, \quad \Phi_s = -\frac{1}{2}\mu_0M_sHm, \quad (5.1)$$

где интегрирование ведется по всей площади пленки за исключением областей, занимаемых антидотами, Φ_{ex} – плотность энергии обменного взаимодействия, K – абсолютная величина константы анизотропии, H – напряженность размагничивающих полей, m – единичный вектор намагниченности, M_s – намагниченность насыщения, μ_0 – магнитная постоянная.

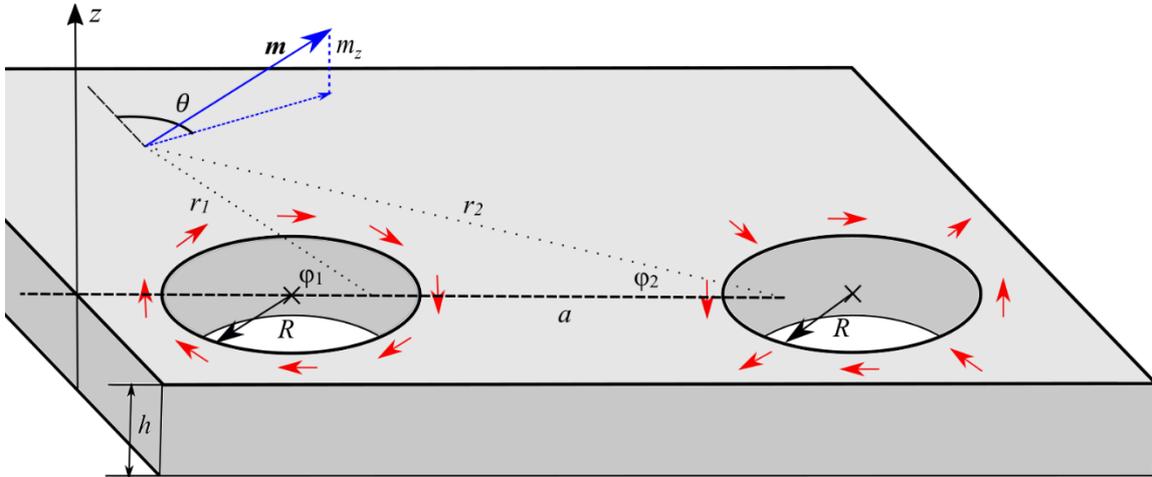


Рис. 5.1. Геометрия системы

Пусть для начала анизотропия типа «легкая плоскость» является сильной, а величина намагниченности насыщения невелика, так что

$$\mu_0 M_s^2 \ll A/a^2 < A/R^2 \ll K. \quad (5.2)$$

Тогда вектор \mathbf{m} практически не будет выходить из плоскости пленки, так что $m_z \approx 0$. Кроме того, в этом случае, как показано в [A1], размагничивающие поля не будут оказывать существенного влияния на магнитную структуру, и величиной Φ_s в выражении (5.1) для энергии можно пренебречь, вследствие чего оно примет следующий вид:

$$E = \int \Phi_{ex} h dS, \quad \Phi_{ex} = A(\nabla\theta)^2, \quad (5.3)$$

где A – обменный параметр, θ – угол, определяющий ориентацию вектора \mathbf{m} на плоскости (рис. 5.1). Уравнение Эйлера-Лагранжа, выражающее условие минимума функционала (5.3), представляет собой уравнение Лапласа $\Delta\theta = 0$. Для рассматриваемой геометрии системы оно имеет следующее решение [21]:

$$\theta = k_1\varphi_1 + k_2\varphi_2, \quad (5.4)$$

где k_1, k_2 – произвольные целые числа, а также введены полярные системы координат $(r_1, \varphi_1), (r_2, \varphi_2)$, центры которых совпадают с определенными точками в области антидотов (рис. 5.1). От конкретных положений этих точек, найденных в работе [91], дальнейшие рассуждения не зависят. Величины k_1 и k_2 имеют смысл числа оборотов, совершаемых вектором \mathbf{m} при обходе по часовой стрелке вокруг каждого из антидотов. Тем самым они представляют собой некие топологические инварианты [21, 91], характеризующие в том числе и такие непрерывные распределения намагниченности с $m_z = 0$, которые не описываются формулой (5.4).

На большом удалении $r_1, r_2 \gg a$ от антидотов $r_1 \approx r_2 = r, \varphi_1 \approx \varphi_2 = \varphi$, так что из соотношения (5.4) имеем $\theta = (k_1 + k_2)\varphi$. Отсюда видно, что при $k_1 + k_2 \neq 0$ плотность обменной энергии $\Phi_{\text{ex}} \sim r^{-2}$, и интеграл в выражении (5.3) содержит логарифмическую расходимость. Следовательно, для всех физически реализуемых состояний системы должно выполняться соотношение $k_1 + k_2 = 0$ (в этом случае $\Phi_{\text{ex}} \sim r^{-4}$, и значения энергии оказываются конечными [21]). На рис. 5.1 схематически показано распределение намагниченности, отвечающее $k_1 = 1, k_2 = -1$ (красные стрелки); состояние с $k_1 = -1, k_2 = 1$, очевидно, получается из него зеркальным отражением; состояние с $k_1 = k_2 = 0$ является однородным. Эти три состояния обладают наиболее низкой энергией среди всех остальных состояний [A1], а также могут переходить друг в друга под воздействием управляющих внешних токов [92]; в то же время состояния с $|k_1| > 1$, по всей видимости, практического интереса не представляют. Поскольку однородное состояние системы тривиально, далее для определенности ограничимся изучением распределений, топологически эквивалентных распределению (5.4) с $k_1 = 1, k_2 = -1$.

Заметим, что при $\Phi_s = 0$ выполнение последнего из неравенств (5.2) на самом деле не является необходимым для того, чтобы найденные

неоднородные распределения с $m_z = 0$ минимизировали функционал (5.1). Несложно проверить, что они удовлетворяют условию экстремума данного функционала при произвольных значениях K ; тем не менее, эти экстремумы приобретают характер минимумов только при $K > K_{\min}$. Конкретные значения величины K_{\min} в зависимости от отношения a/R , которые в ряде случаев могут оказаться даже меньше A/R^2 , были получены в работе [A2]. Тем не менее, требование выполнения условия $K > K_{\min}$ так или иначе означает, что для формирования вихреподобных объектов в области перфораций материал пленки должен обладать довольно сильной легкоплоскостной анизотропией. Так, приближенно полагая $K_{\min} \approx A/R^2$, для $A = 10$ пДж/м и $R = 5$ нм имеем $K_{\min} \approx 0.4$ МДж/м³. Материалы с $K > 0.4$ МДж/м³ действительно существуют (в частности, $K = 7$ МДж/м³ для PrCo₅ и $K = 40$ МДж/м³ для NdCo₅ [71]), однако являются весьма экзотическими. Выход из этого затруднения может быть найден благодаря тому известному факту [32, 93], что в тонких пленках с большими значениями намагниченности насыщения влияние размагничивающих полей приводит к появлению эффективной одноосной анизотропии типа «легкая плоскость». Действительно, в тонких пленках требование непрерывности нормальной компоненты магнитной индукции на поверхности образца приводит к тому, что $H_z \approx -M_s m_z$, откуда

$$\Phi_s = \mu_0 M_s^2 m_z^2 / 2 + \Phi_{sp}, \quad (5.5)$$

где слагаемое Φ_{sp} отвечает вкладу плоскостных компонент размагничивающих полей, которые могут оказывать довольно заметное влияние на структуру неоднородностей с $m_z = 0$. Несложно видеть, что подстановка выражения (5.5) в энергию (5.1) эквивалентна замене Φ_s на Φ_{sp} , а константы K на ее эффективное значение $K_{eff} = K + \mu_0 M_s^2 / 2$. Отсюда резонно предположить, что условие устойчивости вихреподобных неоднородностей должно быть переписано в следующем виде: $K_{eff} > K_{\min}$.

Тогда в случае пермаллоя $\text{Ni}_{0.80}\text{Fe}_{0.20}$, намагниченность насыщения которого $M_s = 0.83 \text{ MA/m}$ [71], имеем $K_{\text{eff}} \approx 0.43 \text{ МДж/м}^3 > 0.4 \text{ МДж/м}^3$, то есть указанное условие оказывается выполненным. Данное обстоятельство явно свидетельствует о том, что неоднородные магнитные структуры интересующего нас типа могут наблюдаться не только в магнитных пленках с сильной кристаллической анизотропией, но также и в пермалловых пленках, где кристаллическая анизотропия практически отсутствует.

5.2. Результаты моделирования

Ограничивая дальнейший анализ случаем пленок пермаллоя, положим в выражении (5.1) $K = 0$. Тогда свойства пленки будут определяться всего двумя безразмерными параметрами: a/R и $\beta = \mu_0 M_s^2 R^2 / 2A$. При этом, однако, первое из неравенств (5.2) оказывается несовместным с условием $K_{\text{eff}} > K_{\text{min}}$, вследствие чего становится недопустимо пренебрегать как членом Φ_s в подынтегральном выражении (5.1), так и членом Φ_{sp} в (5.5). Это приводит к необходимости привлечения численного моделирования, для которого использовался пакет ООММФ [23]. Расчеты проводились для образца пермаллоя ($A = 1 \cdot 10^{-11}$) [94] в форме прямоугольного параллелепипеда размерами $200 \text{ нм} \times 100 \text{ нм} \times 10 \text{ нм}$ с антидотами радиусом $R = 10 \text{ нм}$; расстояние между центрами антидотов варьировалось в диапазоне от $a/R = 2.4$ до $a/R = 10$; варьирование параметра β достигалось изменением величины намагниченности насыщения M_s при постоянном значении A . Так как выбор однородного состояния системы в качестве затравочного решения при минимизации энергии (5.1), очевидно, позволяет найти только распределения с $k_1 = k_2 = 0$, для нахождения неоднородных распределений намагниченности с $k_1 = 1$, $k_2 = -1$ использовался стохастический подход, при котором оптимизация повторяется многократно, начиная из различных случайно выбранных точек

[A1]. При этом с целью контроля устойчивости получаемых структур затравочные решения с $m_z = 0$ намеренно искажались путем добавления небольшого случайного выхода вектора намагниченности из плоскости пленки, причем величина m_z выбиралась независимо для каждой из расчетных ячеек объемом 1 нм^3 (корректность такого подхода была обоснована в [A2]).

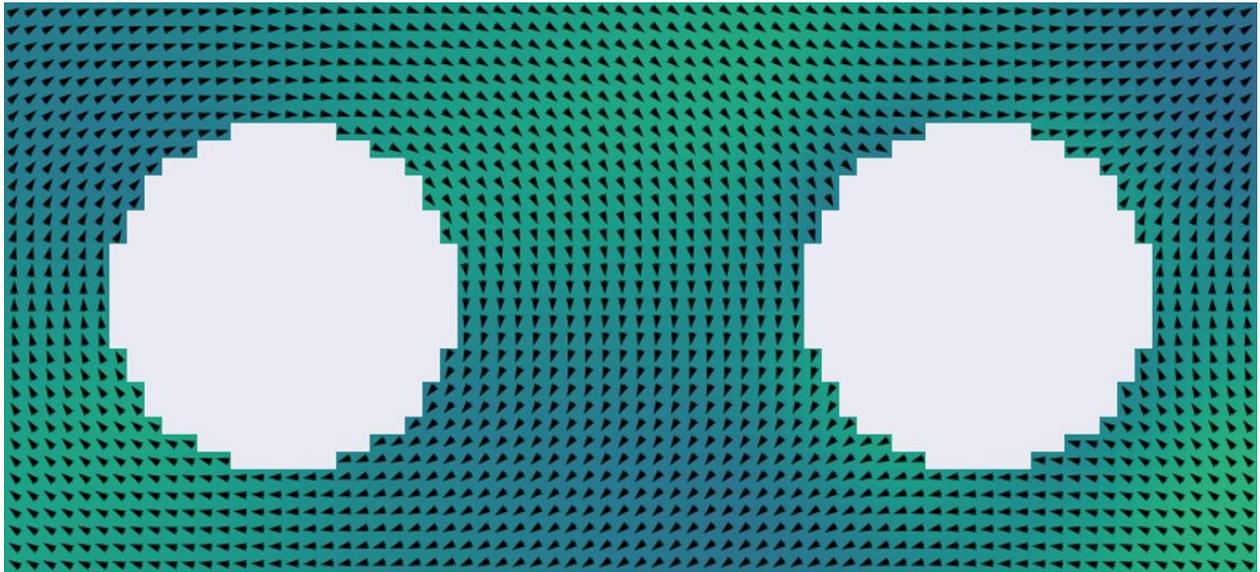


Рис. 5.2. Типичная структура устойчивой вихреподобной неоднородности. Стрелками показаны направления намагниченности в плоскости пленки. Выход намагниченности из плоскости практически отсутствует

На рис. 5.2 показано распределение намагниченности в образце при $a/R = 4$, $\beta \approx 10$ (для наглядности на рисунке приведен только фрагмент пленки). Несложно видеть, что в случае данного распределения действительно $k_1 = 1$, $k_2 = -1$: при обходе по часовой стрелке вокруг левого антидота вектор \mathbf{m} совершает один полный оборот по часовой стрелке, а при обходе вокруг правого – против часовой стрелки. Заметим, однако, что некоторые отличия от распределения, определяемого формулой (5.4), все же имеются: судя по рис. 5.1, намагниченность вблизи границы левого антидота во всех точках направлена почти по касательной к этой границе,

так что наблюдаемая структура оказывается существенно неоднородной во всей окрестности антидотов. В то же время в случае пленки с сильной легкоплоскостной анизотропией и слабым влиянием размагничивающих полей магнитная неоднородность стремится к локализации лишь в небольшой области между антидотами [A1], и на значительной части границ как левого, так и правого антидотов значение угла θ оказывается близким к нулю. Такая особенность структуры неоднородности в пленке пермаллоя объясняется стремлением системы к замыканию магнитного потока, по аналогии с образованием замыкающих магнитных доменов [95] и разнообразных (в том числе и вихреподобных) структур блоховского типа [20]. Это, вообще говоря, свидетельствует о том, что изучаемые нанобъекты обладают в пермаллоях меньшей локализованностью, чем в сильно анизотропных материалах. Тем не менее, данный недостаток, скорее всего, не перевешивает достоинства пермаллоев, указанные выше.

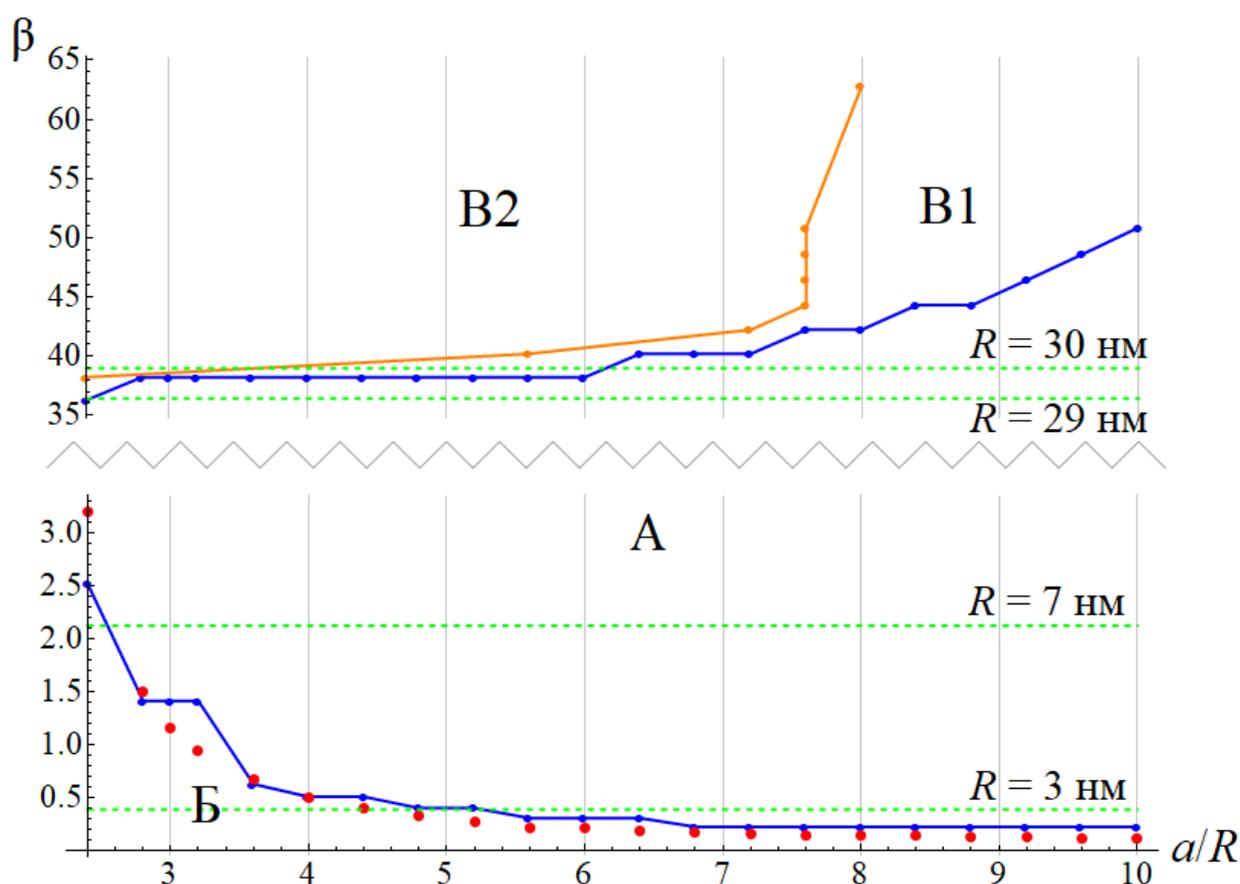


Рис. 5.3. Диаграмма устойчивости вихреподобной неоднородности в пермаллое. Синие линии – границы области «А», в которой неоднородность существует и устойчива. Оранжевая линия разделяет области «В1» и «В2», в которых различаются сценарии потери устойчивости. Зеленые штриховые линии показывают положение на диаграмме пленок пермаллоя с перфорациями различного радиуса R . Красные точки – значения $\beta = K_{\min}R^2/A$, определяющие границу области устойчивости аналогичной неоднородности в магнетике с сильной кристаллической анизотропией

Область «А» диаграммы на рис. 5.3 показывает сочетания параметров a/R и β , при которых в результате численного моделирования были найдены устойчивые неоднородности изучаемого типа. Эта область ограничена двумя линиями (синие линии на рис. 5.3), так что при произвольном значении отношения a/R существуют минимально и максимально допустимые значения β . Также на диаграмму нанесены линии $\beta = \text{const}$ (зеленые штриховые линии), отвечающие параметрам пермаллоя $\text{Ni}_{0.80}\text{Fe}_{0.20}$ ($A = 10$ пДж/м, $M_s = 0.83$ МА/м [71, 94]) при нескольких фиксированных значениях R . Из анализа положения этих линий относительно области «А» можно сделать вывод, что вихреподобные неоднородности оказываются устойчивыми при произвольных практически реализуемых значениях расстояния a , если радиус антидотов R находится в диапазоне от 7 до 29 нм. Более того, в пленках, геометрия которых характеризуется значениями отношения a/R свыше 6, этот диапазон расширяется, и допустимыми становятся значения R от 3 до 30 нм. Тем самым сделанная ранее грубая оценка, показывающая, что в пермаллое возможно наблюдение вихреподобных неоднородностей, локализованных на антидотах радиусом $R > 5$ нм, оказывается в целом верной. В то же время наличие оценки величины R не только снизу, но и сверху указывает на то, что в пермаллоях

существуют такие сценарии потери устойчивости, которые не имеют аналога в материалах с кристаллической анизотропией типа «легкая плоскость» и потому требуют детального изучения.

5.3. Сценарии потери устойчивости

Для начала рассмотрим область «Б» на рис. 5.3, в которой величина параметра β не достигает минимально допустимых значений. Неустойчивость неоднородных структур в этой области объясняется тем, что размагничивающие поля оказываются слишком слабыми, чтобы препятствовать выходу вектора намагниченности из плоскости пленки. В этом случае флуктуации, приводящие к появлению ненулевой компоненты m_z , будут, как правило, уменьшать не только энергию обменного взаимодействия, но также и энергию системы в целом. Ясно, что такие флуктуации будут прогрессировать, в результате чего система самопроизвольно перейдет в состояние, наиболее близкое к однородному ($k_1 = k_2 = 0$). При увеличении M_s , однако, появление флуктуаций будет сопровождаться не только уменьшением энергии обменного взаимодействия, но также увеличением энергии эффективной анизотропии, обусловленной первым слагаемым в правой части формулы (5.5). Таким образом, при достаточно больших значениях K_{eff} флуктуации уже не будут прогрессировать, и неоднородная структура стабилизируется, что соответствует переходу параметров образца в область «А» на рис. 5.3. Заметим, что описанный механизм стабилизации структуры никак не зависит от конкретной природы эффективной анизотропии, из-за чего следует ожидать, что положение границы между областями «А» и «Б» будет одинаковым как для пермаллоя, так и для материала с кристаллической легкоплоскостной анизотропией, если под параметром β понимать величину $K_{\text{eff}}R^2/A$. Данная гипотеза подтверждается сравнением с результатами расчетов K_{min} , произведенными в работе [A2] в рамках модели

магнетика с сильной кристаллической анизотропией и слабым влиянием размагничивающих полей. Соответствующие этим расчетам значения $\beta = K_{\min}R^2/A$ показаны на рис. 5.3 красными точками, которые и впрямь лишь незначительно отклоняются от синей линии, ограничивающей снизу область «А» в случае пермаллоя.

Изучим далее верхнюю границу области «А». Переход через нее в направлении областей «В» означает достижение недопустимо больших значений M_s , то есть размагничивающие поля становятся слишком сильными. Разумно предположить, что разрушение структуры неоднородности в этом случае обусловлено замыканием магнитного потока в образце в целом, так как наличие нескомпенсированных магнитных зарядов на внешней границе образца может существенно увеличить энергию системы. При этом вектор m должен ориентироваться по направлению касательной к границе образца в каждой ее точке, что означает образование единого крупного вихря, занимающего весь объем магнетика. Очевидно, такая нелокализованная неоднородность будет характеризоваться довольно большими значениями обменной энергии, что и препятствует ее формированию в пленках, которым соответствуют точки, лежащие ниже областей «В» на диаграмме. Тем не менее, в самих областях «В» обменное взаимодействие уже перестает играть определяющую роль, уступая вкладу члена Φ_{sp} в формуле (5.5), и появление единого вихря становится энергетически выгодным. Из этого рассуждения ясно, что положение границы между областями «А» и «В» может, вообще говоря, зависеть от конкретных размеров изучаемого образца, поэтому результаты численного моделирования, приведенные на рис. 5.3, носят лишь оценочный характер.

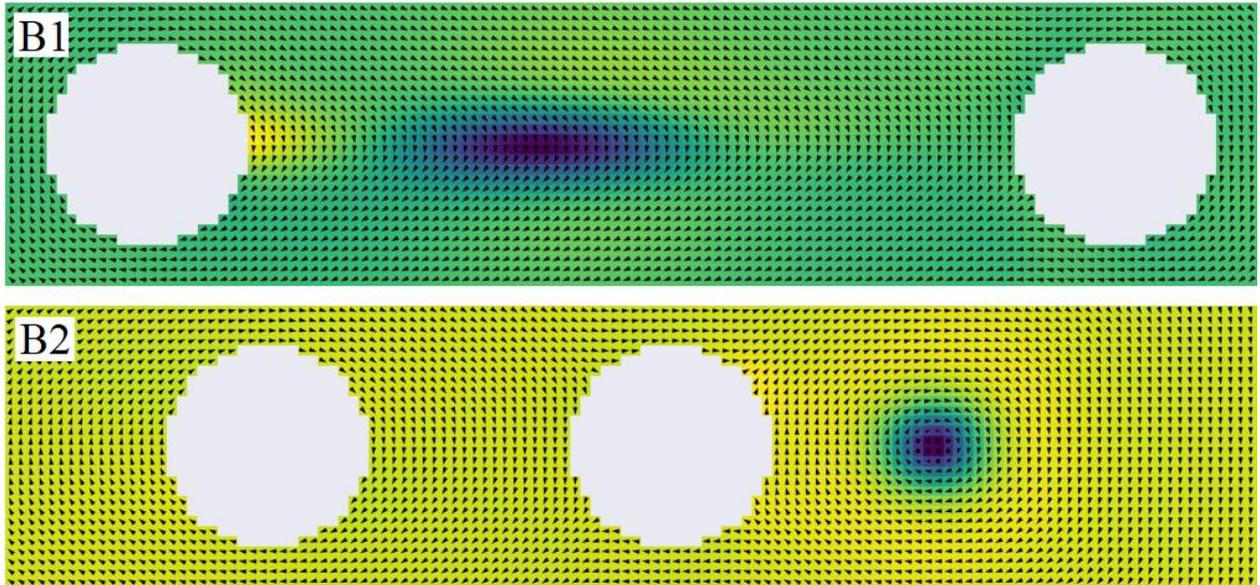


Рис. 5.4. Два сценария потери устойчивости в результате воздействия избыточно сильных размагничивающих полей ($\beta \approx 62.8$): сверху – через изменение топологии самой неоднородности ($a/R = 9.6$, наибольший выход вектора намагниченности из плоскости наблюдается в области синего цвета и не превышает 12°), снизу – через появление изолированного вихря ($a/R = 4$, в области синего цвета выход вектора намагниченности из плоскости достигает 90°)

С математической точки зрения образование крупного вихря во всем объеме магнетика означает, что при обходе по часовой стрелке вдоль внешней границы образца вектор \mathbf{m} должен совершать один полный оборот по часовой стрелке. Казалось бы, отсюда можно сделать вывод, что в областях «В» равенство $k_1 + k_2 = 0$ должно нарушаться, и его необходимо заменить условием $k_1 + k_2 = 1$, которое выполняется при $k_1 = 1, k_2 = 0$ (или $k_1 = 0, k_2 = 1$, что физически эквивалентно). И действительно, например, при $a/R = 9.6, \beta \approx 62.8$ распределение намагниченности в пленке будет выглядеть так, как показано на рис. 5.4 сверху (как и на рис. 5.2, на этом рисунке приводятся только фрагменты пленок). Несложно проверить, что при обходе вокруг правого антидота вектор \mathbf{m} сильно отклоняется, однако так и не совершает полного оборота, вследствие чего $k_2 = 0$. Тем не менее,

приведенный сценарий отнюдь не является универсальным. Так при том же значении $\beta \approx 62.8$, но при $a/R = 4$ распределение намагниченности будет иметь вид, показанный на рис. 5.4 снизу. Здесь, как и в случае устойчивой вихреподобной неоднородности, $k_1 = 1$, $k_2 = -1$, однако справа от антидотов наблюдается изолированный вихрь, в центре которого намагниченность направлена вдоль оси Oz. Расчеты показывают, что при реализации данного сценария изолированный вихрь всегда образуется на оси системы вблизи антидота с $k_2 = -1$, причем на противоположной стороне от антидота с $k_1 = 1$. При этом расстояние от центра вихря до соседнего антидота имеет порядок R и слабо зависит от расстояния a между антидотами (можно сказать, что вихрь «вписывает» себя в кривизну распределения намагниченности, обусловленную наличием антидота с $k_2 = -1$).

Оранжевая кривая на рис. 5.3 отделяет область «B1», в которой неоднородность разрушается за счет перехода в состояние с $k_1 = 1$, $k_2 = 0$ (рис. 5.4 сверху), от области «B2», в которой структура неоднородности искажается за счет появления изолированного вихря (рис. 5.4 снизу). Несложно заметить, что при $a/R > 8$ преобладает первый сценарий, который, на первый взгляд, представляется более естественным. Однако при более практичных значениях отношения a/R , не превышающих 5, область «B1» вырождается в узкую переходную зону между областями «A» и «B2», так что доминирующим становится второй механизм потери устойчивости, связанный с формированием изолированного вихря. Данное обстоятельство находится в хорошем соответствии с экспериментально наблюдаемым явлением, которое заключается в увеличении концентрации изолированных вихреподобных объектов в магнитных пленках после создания в них искусственных перфораций [85].

5.4 Выводы

Основными результатами приведенных исследований являются следующие:

1. В перфорированных пленках пермаллоя могут формироваться наноразмерные вихреподобные структуры, которые локализуются на парных перфорациях пленки и характеризуются тем, что выход вектора намагниченности из плоскости образца практически отсутствует.
2. Эти структуры обладают несколько меньшей локализованностью в пространстве по сравнению с аналогичными неоднородностями, наблюдаемыми в ферромагнетиках с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость». Тем не менее, минимальные размеры перфораций, при которых рассматриваемые нанообъекты являются устойчивыми в пленках пермаллоя, оказываются вполне сопоставимыми с теми размерами, которые могут быть достигнуты в легкоплоскостных ферромагнетиках; а именно, минимально допустимый радиус перфораций составляет от 3 до 7 нм в зависимости от соотношения между характерными размерами системы.
3. Важной особенностью пермаллоевых пленок является наличие также и максимально допустимого радиуса перфораций, который составляет несколько десятков нанометров. Это несколько усложняет экспериментальное наблюдение изучаемых структур в пермаллоях, однако не ограничивает возможности их практического применения для создания троичных ячеек памяти.

Глава VI

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ВИХРЕПОДОБНЫЕ МАГНИТНЫЕ СТРУКТУРЫ В ПЕРФОРИРОВАННЫХ ПЛЕНКАХ

Переход к практическому применению ячеек памяти рассматриваемого типа невозможен без анализа устойчивости соответствующих магнитных структур по отношению к ряду внешних воздействий, в частности – магнитных полей. Особый интерес в этом плане представляют поля, направленные по нормали к поверхности пленки, поскольку они могут конкурировать с легкоплоскостной анизотропией, обуславливающей стабильность неоднородных структур, и тем самым будут иметь паразитный характер. Данная глава полностью посвящена анализу данного явления, включая как трансформации распределения намагниченности в присутствии относительно слабых полей, так и разрушение магнитных структур под воздействием полей, напряженность которых превышает некоторые критические значения

6.1. Постановка задачи

Рассмотрим тонкую ферромагнитную пленку постоянной толщины h , содержащую два одинаковых цилиндрических антидота радиусом R , расстояние между их центрами которых равно a (рис. 6.1). Пусть материал пленки характеризуется одноосной анизотропией типа «легкая плоскость», ось которой направлена вдоль оси Oz , нормальной к поверхности пленки. Если, кроме того, образец находится в однородном магнитном поле напряженностью $\mathbf{H} \parallel Oz$, то его полная энергия может быть представлена в следующем виде [32]:

$$E = \int \{A[(\nabla\alpha)^2 + \cos^2\alpha (\nabla\theta)^2] + K \sin^2\alpha - HM_s \sin\alpha\}hdS, \quad (6.1)$$

где интегрирование ведется по всей площади образца, A – обменный параметр, K – абсолютная величина константы анизотропии (вследствие чего $K > 0$, хотя в более привычных обозначениях легкоплоскостной анизотропии соответствуют отрицательные значения константы), M_s – намагниченность насыщения, α – полярный угол, характеризующий выход вектора намагниченности \mathbf{M} ($\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$ – единичный вектор намагниченности) из плоскости пленки, а θ – азимутальный угол, определяющий ориентацию проекции вектора \mathbf{M} на эту плоскость. Заметим, что в выражение (6.1) не включены явно члены, отвечающие вкладу размагничивающих полей. Данное упрощение оправдано тем, что в тонких пленках размагничивающие поля, как правило, лишь обуславливают появление анизотропии формы [32], в то время как влияние их плоскостных компонент на структуру изучаемых неоднородностей оказывается незначительным [A1]. Таким образом, воздействие размагничивающих полей в большинстве случаев может быть учтено путем формальной замены величины K на ее эффективное значение $K_{eff} = K + 2\pi M_s^2$ [A3, 20]. Более того, в [A3] показано, что даже в случае пленки пермаллоя, где кристаллическая анизотропия практически отсутствует, и за стабилизацию вихреподобных неоднородностей отвечают исключительно размагничивающие поля, условия устойчивости магнитных структур могут быть, тем не менее, найдены с приемлемой точностью на основе выражения типа (6.1), в которой K необходимо заменить на $K_{eff} \approx 2\pi M_s^2$.

Уравнения Эйлера-Лагранжа [A1, 32], отвечающие условию экстремума функционала (6.1), имеют вид:

$$\operatorname{div}(\cos^2 \alpha \nabla \theta) = 0, \quad (6.2)$$

$$\Delta \alpha + \sin \alpha \cos \alpha [(\nabla \theta)^2 - K/A] = -\frac{HM_s}{2A} \cos \alpha. \quad (6.3)$$

При этом предполагаются выполненными граничные условия, которые заключаются в отсутствии нормальных составляющих $\nabla\theta$ и $\nabla\alpha$ на границах антидотов. Пусть для начала внешнее поле отсутствует: $H = 0$. Тогда несложно видеть, что уравнения (6.2) и (6.3) имеют решение $\alpha = 0$ при условии $\Delta\theta = 0$. Согласно [19], соответствующие этому решению плоские магнитные структуры (выход вектора намагниченности из плоскости пленки отсутствует), характеризуются следующим распределением намагниченности:

$$\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (6.4)$$

где k – произвольное целое число, а (r_1, φ_1) , (r_2, φ_2) – полярные системы координат, центры которых совпадают с определенными точками [A1] в области антидотов (рис. 6.1). Ясно, что при $k = 0$ распределение является однородным, а значениям $k = \pm 1$ отвечают два распределения, одно из которых схематически проиллюстрировано на рис. 6.1, а второе получается из него зеркальным отражением (тем не менее, они не эквивалентны). Состояния с $|k| > 1$ здесь рассматриваться не будут, поскольку они обладают существенно большей в сравнении с $k = \pm 1$ энергией [23], а также не могут формироваться под воздействием токов, протекающих через антидоты [93]. В [A4] доказано, что экстремумы функционала (6.1), определяемые выражением (6.4) при $k = \pm 1$, являются его минимумами, если выполнено условие $K > K_{\min}$, причем величина $K_{\min}R^2/A$ зависит только от отношения a/R . Далее будем предполагать, что это условие заведомо выполнено, так что неоднородные структуры являются устойчивыми, по крайней мере, в отсутствие внешнего поля.

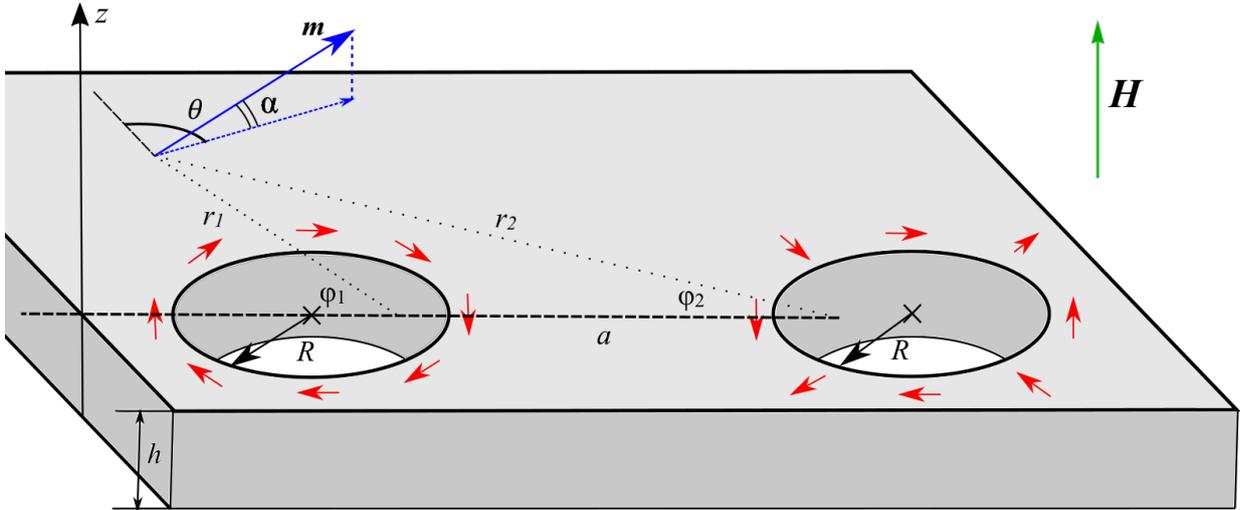


Рис. 6.1. Геометрия задачи. Синими стрелками показаны единичный вектор намагниченности m и его проекция на плоскость пленки.

Красные стрелки иллюстрируют направление вектора намагниченности вблизи границ антидотов в случае неоднородной структуры с $k = 1$. Зеленая стрелка задает направление внешнего магнитного поля H

Пусть далее $H \neq 0$. В этом случае, как видно из (6.3), плоские структуры с $\alpha = 0$ существовать уже не могут. При этом однородному распределению намагниченности, удовлетворяющему уравнениям (6.2) и (6.3), отвечает значение

$$\alpha \equiv \alpha_0 = \arcsin \frac{HM_s}{2K} \quad (6.5)$$

при произвольном постоянном значении угла θ . Ясно, что в состояние именно такого типа трансформируется плоская структура с $k = 0$ в результате включения поля H , независимо от его величины. Резонно предположить, что неоднородные плоские структуры с $k = \pm 1$ также переходят в состояние типа (6.5), если напряженность внешнего поля превышает некоторое критическое значение: $H > H_c$. Таким образом, изучение влияния поля H на вихреподобные структуры с $k = \pm 1$ сводится к

определению величины критического поля H_c , а также нахождению равновесного распределения намагниченности в тех случаях, когда $H < H_c$.

6.2. Приближение слабых полей

Решение уравнений (6.2) и (6.3) без привлечения численных методов весьма затруднительно как вследствие существенной нелинейности самих уравнений, так и в силу сложной геометрии задачи. Определенного упрощения можно достичь, предполагая, что внешнее магнитное поле H является слабым, благодаря чему величина угла α , характеризующего выход вектора намагниченности из плоскости пленки, также оказывается небольшой: $|\alpha| \ll 1$. Ясно, что при этом условие $H < H_c$ должно выполняться с большим запасом, так что величина критического поля H_c не может быть найдена в рамках данного приближения. Тем не менее, оно позволяет установить ряд важных особенностей распределения намагниченности, часть из которых не связана с конкретной геометрией образца и носит общий характер.

Применяя теорию возмущений и сохраняя в уравнении (6.3) только члены, линейные по $\alpha \sim H$, получаем:

$$(\hat{L} + K/A)\alpha = (K/A)\alpha_0, \quad (6.6)$$

где

$$\hat{L}\alpha = -\Delta\alpha - (\nabla\theta)^2\alpha. \quad (6.7)$$

С той же точностью уравнение (6.2), как и в случае $H = 0$, сводится к уравнению Лапласа $\Delta\theta = 0$, так что пространственное распределение угла θ практически не меняется при включении поля, и в случае геометрии образца, показанной на рис. 6.1, по-прежнему описывается соотношением (6.4). Тем самым линейный оператор (6.7) оказывается полностью задан. Он совпадает по форме с оператором энергии в уравнении Шредингера,

описывающем плоское движение материальной точки в потенциальной яме со стенками конечной высоты (на удалении от уединенной неоднородности $|\nabla\theta| \rightarrow 0$), вследствие чего имеет смешанный спектр. Рассмотрим ортонормированный базис, состоящий из собственных функций ψ_λ оператора (6.7), соответствующих собственным значениям λ (при наличии вырождения повторяющиеся собственные значения будем считать различными), и представим решение уравнения (6.6) в следующем виде:

$$\alpha = \alpha_0 [1 + \sum_\lambda C_\lambda \psi_\lambda], \quad (6.8)$$

где под суммированием понимается также и интегрирование по непрерывной части спектра. Тогда из (6.6) для коэффициентов разложения (6.8) имеем:

$$C_\lambda = \frac{1}{\lambda + K/A} \int (\nabla\theta)^2 \psi_\lambda dS. \quad (6.9)$$

В [69] показано, что условие устойчивости плоской магнитной структуры в отсутствие внешнего поля в общем случае выражается соотношением $K > K_{\min} = -A \lambda_{\min}$, где λ_{\min} – наименьшее из собственных значений оператора (6.7). Тем самым множитель перед интегралом в формуле (6.9) является заведомо положительным для всех собственных значений λ . Он может неограниченно возрастать только для $\lambda = \lambda_{\min}$ при приближении K к K_{\min} сверху, поскольку λ_{\min} , очевидно, относится к дискретной части спектра и отличается от любого из других собственных значений на конечную величину. Тем самым в случае $K \approx K_{\min}$ определяющий вклад в сумму (6.8) дает слагаемое, отвечающее $\lambda = \lambda_{\min}$, что позволяет приближенно записать

$$\alpha \approx \alpha_0 \left[1 + \frac{A\psi_m}{K - K_{\min}} \int (\nabla\theta)^2 \psi_m dS \right], \quad (6.10)$$

где ψ_m – собственная функция, соответствующая λ_{\min} . В то же время при увеличении значения K все коэффициенты (6.9) монотонно убывают по абсолютной величине, так что вдали от границы потери устойчивости, где

$K \gg K_{\min}$, формула (6.8) вырождается в (6.5). Это явление также правильно описывается выражением (6.10), которое тем самым может приближенно использоваться вместо (6.8) во всем диапазоне допустимых значений K .

Итак, при воздействии внешним полем H на плоскую структуру, обладающую достаточным «запасом устойчивости», вектор m во всех точках образца поворачивается почти на один и тот же угол α_0 , что приводит к однородному распределению его z -компоненты. При приближении к границе потери устойчивости $K = K_{\min}$, однако, распределение становится существенно неоднородным, и его форма определяется собственной функцией ψ_m оператора (6.7), соответствующей его наименьшему собственному значению. Следует отметить, что, согласно [A4], та же функция ψ_m определяет распределение z -компоненты вектора намагниченности на начальной стадии процесса разрушения неоднородной плоской структуры в результате нарушения условия $K > K_{\min}$. Это означает, что воздействие внешним полем, фактически, позволяет запустить управляемый процесс разрушения структуры в той ситуации, когда для самопроизвольных трансформаций еще нет предпосылок. При этом вполне ожидаемо, что эффект от такого воздействия оказывается тем более значительным, чем ближе величина K к критическому значению K_{\min} .

6.3. Модель одного антидота

Пусть расстояние между антидотами на рис. 6.1 велико, то есть $a \gg R$. Тогда при изучении распределения намагниченности в окрестности каждого из антидотов существованием второго антидота можно полностью пренебречь. Получающаяся тем самым модель пленки с одним отверстием оказывается весьма привлекательной вследствие наличия цилиндрической симметрии. Соотношение (6.4) в этом случае принимает вид $\theta = \pm k\varphi + \text{const}$ (в окрестности правого антидота $\varphi_1 \approx \pi$, в окрестности левого $\varphi_2 \approx 0$), где под (r, φ) понимается одна из систем координат (r_1, φ_1) , (r_2, φ_2) , связанная с

центром единственного отверстия пленки. Отсюда при $k = \pm 1$ получаем $|\nabla\theta| = 1/r$, а значит, радиальная часть оператора (6.7) имеет вид

$$\hat{L}\alpha = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \alpha. \quad (6.11)$$

Введем обозначение $B_j(z)$ для модифицированной функции Бесселя второго рода порядка j (отказ от традиционного обозначения $K_j(z)$ продиктован здесь стремлением избежать путаницы с константами анизотропии). Тогда с учетом граничного условия $\frac{\partial \alpha}{\partial r}(r = R) = 0$ наименьшим собственным значением оператора (6.11) является $\lambda_{\min} = -(c/R)^2$, где $c \approx 0.3197$ – наибольший из корней уравнения $B_{i-1}(c) + B_{i+1}(c) = 0$ (i – мнимая единица). Соответствующая собственная функция $\psi_m(r) \sim B_i(cr/R)$, поэтому из (6.10) получаем:

$$\alpha \approx \alpha_0 \left[1 + f B_i(cr/R) / \left(\frac{K}{K_{\min}} - 1 \right) \right], \quad (6.12)$$

причем $K_{\min} = A(c/R)^2$, а значение постоянной $f \approx 5.2776$. Функция (6.12) является монотонно убывающей при $r > R$, поэтому максимальный выход вектора намагниченности из плоскости пленки наблюдается непосредственно на границе антидота $r = R$, где значение угла α равно

$$\alpha_m \approx \alpha_0 \left[1 + F / \left(\frac{K}{K_{\min}} - 1 \right) \right]. \quad (6.13)$$

Здесь $F = f B_i(c) \approx 2.7872$.

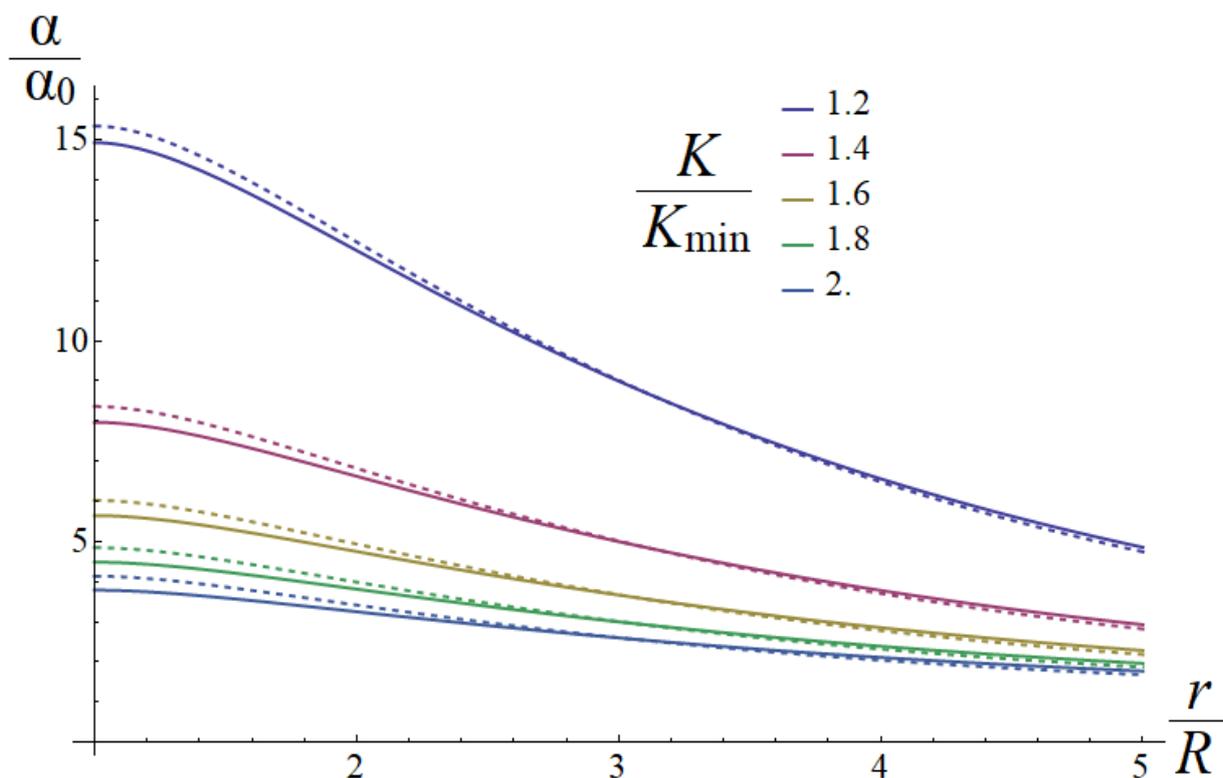


Рис. 6.2. Зависимость угла α отклонения вектора намагниченности от плоскости пленки при воздействии внешним полем от расстояния r до центра антидота при различных значениях абсолютной величины константы анизотропии K . Сплошными линиями показаны результаты, полученные с помощью приближенных аналитических выражений, штриховыми – результаты численных расчетов

Из формулы (6.13) следует, что при значении K , превышающем K_{\min} на 30%, максимальный угол α_m отклонения вектора намагниченности от плоскости пленки превосходит минимальный угол α_0 более чем в 10 раз, в то время как отношение $\alpha_m/\alpha_0 < 1.1$ достигается только при $K/K_{\min} > 29$. Таким образом, упомянутый выше «запас устойчивости», при котором распределение z -компоненты вектора \mathbf{m} оказывается практически однородным и с хорошей точностью описывается формулой (6.5), в действительности является чрезвычайно большим и на практике, скорее всего, не реализуется. В этой связи необходимо отдавать предпочтение

использованию формул (6.10) и (6.12), которые обеспечивают гораздо более точные оценки. На рис. 6.2 показано сравнение распределения намагниченности, описываемого выражением (6.12), с распределением, полученным путем численного решения уравнения (6.6) при различных значениях K . Несложно видеть, что отклонения, обусловленные переходом от разложения (6.8) к приближенному выражению (6.10), являются незначительными. Кроме того, аналогичное сравнение показывает, что использование формулы (6.13) для оценки величины угла α_m приводит к ошибке не более 12% во всем диапазоне значений K , причем наибольшая ошибка достигается при $K/K_{\min} \approx 5$.

Заметим, что формула (6.13) позволяет также конкретизировать условие слабости поля H . При $K \gg K_{\min}$ достаточно потребовать выполнения соотношения $\alpha_0 \ll 1$, то есть, в силу (6.5), $H \ll 2K/M_s$ (отметим, что последнее выражение представляет собой поле одноосной анизотропии). Тем не менее, вблизи границы потери устойчивости $K = K_{\min}$ данное условие становится необходимым, но не достаточным, и его следует заменить более сильным условием $\alpha_m \ll 1$.

6.4. Модель «кренделя»

Рассмотренная выше модель одного антидота позволяет довольно детально изучить радиальное распределение намагниченности вблизи границы любого из двух отверстий на рис. 6.1 при условии, что они достаточно удалены друг от друга. Тем не менее, эта модель не дает никакой информации об азимутальном распределении, в частности – об особенностях магнитной структуры в области между антидотами, что становится важно, если размеры этой области невелики (так, например, в [A4] показано, что именно в узком зазоре между антидотами начинается разрушение неоднородной плоской структуры, если она по каким-то причинам утрачивает стабильность). Отчасти закрыть этот пробел

позволяет модель «кренделя», в которой образец представляется в виде трех тонких ферромагнитных нитей пренебрежимо малой кривизны (рис. 6.3), одна из которых длиной L_1 соответствует зазору между антидотами, а две других длиной L_2 – остальному объему магнетика. С точки зрения топологии такой «крендель» полностью эквивалентен пленке конечных размеров с двумя отверстиями. Важно иметь в виду, однако, что, в отличие от пленки с одним антидотом, «крендель» не является предельным случаем образца, показанного на рис. 6.1, ни при каких соотношениях между его геометрическими параметрами. По этой причине модель «кренделя» применима для описания явлений, наблюдаемых в пленке с двумя перфорациями, лишь на качественном уровне. С другой стороны, эта модель обладает и собственной ценностью, поскольку система из нескольких соединенных между собой ферромагнитных нитей, очевидно, может быть реализована на практике и также представляет определенный прикладной интерес.

Вообще говоря, «крендель», показанный на рис. 6.3, является частным случаем тонкой пленки с отверстиями, вследствие чего его энергия может быть описана соотношением (6.1), и основные выводы, следующие из формулы (6.10), сохраняют свою силу. Воспользуемся далее тем фактом, что тонкие нити представляют собой одномерные объекты, и введем координату x так, как показано на рис. 6.3: точка $x = 0$ пусть отвечает середине зеленой нити, точка $x = \pm(L_1 + L_2)/2$ – середине любой из двух красных нитей, а точки $x = \pm L_1/2$ – соединению концов всех трех нитей между собой. Тогда, учитывая, что значения функций $\theta(x)$ и $\alpha(x)$ в силу симметрии совпадают для обеих красных нитей, элемент объема hdS в формуле (6.1) можно записать в виде $\eta(x)S_0dx$, где S_0 – площадь сечения нитей, а функция $\eta(x)$ принимает значение 1 на зеленой нити (при $|x| < L_1/2$)

и значение 2 на красных нитях (при $|x| > L_1/2$). Отсюда вместо уравнений (6.2) и (6.3) имеем:

$$\frac{d}{dx} \left(\eta \cos^2 \alpha \frac{d\theta}{dx} \right) = 0, \quad (6.14)$$

$$\frac{1}{\eta} \frac{d}{dx} \left(\eta \frac{d\alpha}{dx} \right) + \sin \alpha \cos \alpha \left[\left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 - K/A \right] = -\frac{HM_s}{2A} \cos \alpha. \quad (6.15)$$

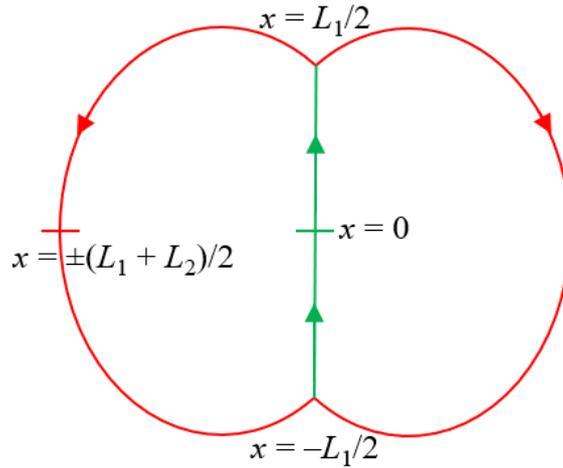


Рис. 6.3. Геометрия задачи в случае модели «кренделя». Зеленым цветом показана нить, соответствующая зазору между антидотами, красным – нити, моделирующие остальной объем магнетика

Вновь обратимся к приближению слабых полей и положим $|\alpha| \ll 1$. Тогда из (6.14) видно, что $\frac{d\theta}{dx} \sim \frac{1}{\eta}$. Постоянный коэффициент пропорциональности в этом соотношении определяется величиной $2\pi k$, на которую меняется угол θ при полном обходе одной из половин «кренделя», то есть при перемещении вдоль нитей из точки $x = -(L_1 + L_2)/2$ в точку $x = (L_1 + L_2)/2$. При этом смысл целого числа k оказывается тем же, что и в формуле (6.4). В общем случае имеем:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{4\pi k}{\eta(2L_1 + L_2)}. \quad (6.16)$$

Для однородного распределения намагниченности с $k = 0$ из (6.15) вновь получаем формулу (6.5). При $k = \pm 1$ с учетом (6.16) преобразуем уравнение (6.15) к следующему виду:

$$\frac{d^2 \alpha_{1,2}}{d\xi^2} - \mu_{1,2}^2 \alpha_{1,2} = -\kappa \alpha_0. \quad (6.17)$$

Здесь α_1 и α_2 совпадают с функцией $\alpha(x)$ на зеленой и красной нитях соответственно, а также введены обозначения:

$$\xi = x/L_1, \kappa = KL_1^2/A, \mu_1^2 = \kappa - 4\kappa_0, \mu_2^2 = \kappa - \kappa_0, \kappa_0 = (2\pi/(2+q))^2, q = L_2/L_1.$$

При этом должны выполняться следующие условия сшивки в точках соединения нитей:

$$\alpha_1\left(\xi = \pm \frac{1}{2}\right) = \alpha_2\left(\xi = \pm \frac{1}{2}\right), \frac{d\alpha_1}{d\xi}\left(\xi = \pm \frac{1}{2}\right) = 2 \frac{d\alpha_2}{d\xi}\left(\xi = \pm \frac{1}{2}\right). \quad (6.18)$$

Из соображений симметрии ясно, что интерес представляют только четные решения уравнений (6.17), а именно

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{\kappa}{\mu_1^2} + G_1 \cosh \mu_1 \xi, \quad \frac{\alpha_2}{\alpha_0} = \frac{\kappa}{\mu_2^2} + G_2 \cosh \mu_2 \left(\frac{q+1}{2} - |\xi|\right), \quad (6.19)$$

где G_1 и G_2 – некоторые константы. Их значения могут быть найдены из следующей системы линейных уравнений, которые получаются в результате подстановки решений (6.19) в условия (6.18):

$$\begin{cases} \cosh \frac{\mu_1}{2} G_1 - \cosh \frac{\mu_2 q}{2} G_2 = \kappa \left(\frac{1}{\mu_2^2} - \frac{1}{\mu_1^2} \right), \\ \mu_1 \sinh \frac{\mu_1}{2} G_1 + 2\mu_2 \sinh \frac{\mu_2 q}{2} G_2 = 0. \end{cases} \quad (6.20)$$

В соответствии с общим правилом, которое выражается, в частности, формулой (6.10), в произвольной точке образца зависимость угла α от величины K должна иметь сингулярность при $K = K_{\min}$. Следовательно, при

$\kappa = \kappa_{\min} = K_{\min} L_1^2 / A$ детерминант матрицы, отвечающей системе линейных уравнений (6.20), должен обращаться в нуль. Таким образом, критическое значение $\kappa = \kappa_{\min}$ может быть найдено как наибольший из корней уравнения

$$2\mu_2 \tanh \frac{\mu_2 q}{2} = -\mu_1 \tanh \frac{\mu_1}{2}. \quad (6.21)$$

Соотношение (6.21) неявно задает монотонно убывающую функцию $\kappa_{\min}(q)$, так что, к примеру, $\kappa_{\min}(q = 2) \approx 5.6632$. Заметим, что как при $q \rightarrow 0$, так и при $q \rightarrow \infty$ изучаемый «крендель» вырождается в кольцо (или пару колец) с длиной периметра $L = L_1$ и $L = L_2$ соответственно. В [А4] показано, что в случае таких колец $K_{\min} = A(2\pi/L)^2$. Это вполне согласуется с тем, что $\kappa_{\min}(q = 0) = (2\pi)^2$, а при $q \gg 1$ функция $\kappa_{\min}(q)$ асимптотически приближается к $(2\pi/q)^2$.

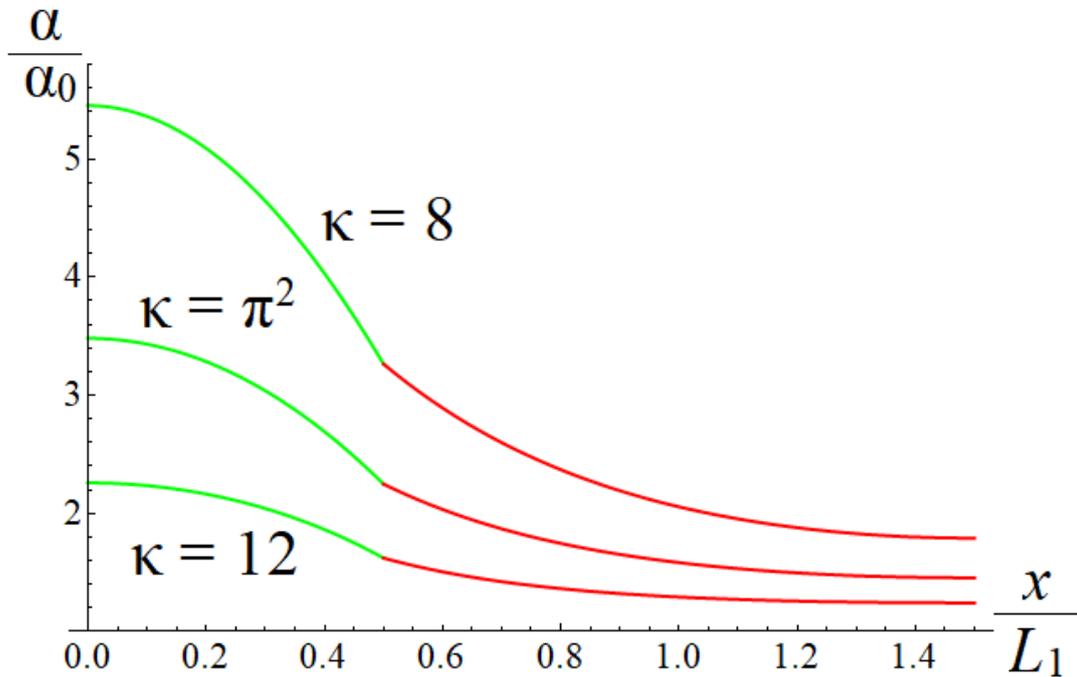


Рис. 6.4. Зависимость угла α от координаты x в модели «кренделя» при $L_2 = 2L_1$ и различных значениях нормированной константы анизотропии κ . Зеленые дуги кривых отвечают области $x < L_1/2$, красные — области $x > L_1/2$

Из (6.21) несложно видеть, что $\kappa_0 < \kappa_{\min} < 4\kappa_0$, поэтому для произвольных $\kappa > \kappa_{\min}$ имеет место неравенство $\mu_2^2 > 0$. В то же время величина μ_1^2 может оказаться как положительной при $\kappa > 4\kappa_0$, так и отрицательной при $\kappa < 4\kappa_0$. В действительности эти случаи не являются принципиально различными. На рис. 6.4 показаны графики функции $\alpha(x)$ при $q = 2$ для трех значений κ , одно из которых совпадает с $4\kappa_0 = \pi^2$, а два других лежат по разные стороны от $4\kappa_0$. Несложно видеть, что на качественном уровне соответствующие распределения намагниченности относятся к одному типу. С количественной же точки зрения зеленая кривая на рис. 6.4, согласно (6.19), представляет собой график гиперболического косинуса при $\kappa > 4\kappa_0$, дугу обычной синусоиды при $\kappa < 4\kappa_0$ и фрагмент параболы при $\kappa = 4\kappa_0$. Уравнение параболы в этом вырожденном случае имеет вид

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{4}{3} + \frac{\kappa}{8} + \frac{\sqrt{3\kappa}}{6} \coth \frac{q\sqrt{3\kappa}}{4} - \frac{\kappa}{2} \xi^2.$$

Поведение кривых на рис. 6.4 свидетельствует о том, что угол α достигает своего максимального значения α_{\max} в середине зеленой нити, а минимального α_{\min} (которое, тем не менее, превышает α_0) – в середине красной. Таким образом, модель «кренделя» позволяет предсказать, что наибольший выход вектора намагниченности из плоскости пленки с двумя антидотами под воздействием внешнего поля должен наблюдаться в зазоре между антидотами. Из (6.19) имеем:

$$\frac{\alpha_{\max}}{\alpha_0} = \frac{\kappa}{\mu_1^2} + G_1, \quad \frac{\alpha_{\min}}{\alpha_0} = \frac{\kappa}{\mu_2^2} + G_2. \quad (6.22)$$

Из (6.20) следует, что при $\kappa > 4\kappa_0$ выполняются неравенства: $G_1 < 0$, $G_2 > 0$. Поэтому выражения (6.22) позволяют получить также следующую грубую оценку:

$$\frac{\kappa}{\mu_2^2} < \frac{\alpha}{\alpha_0} < \frac{\kappa}{\mu_1^2}. \quad (6.23)$$

На рис. 6.5 для случая $q = 2$ приведены графики зависимостей от величины k экстремальных значений α_{\max} и α_{\min} в соответствии с выражениями (6.22), а также значений оценок сверху и снизу, следующих из соотношения (6.23). Несложно заметить, что оценка снизу оказывается не только более точной, чем оценка сверху, но и остается справедливой при $k < 4k_0$ (это, в частности, позволяет доказать неравенство $\alpha_{\min} > \alpha_0$ для произвольных значений k).

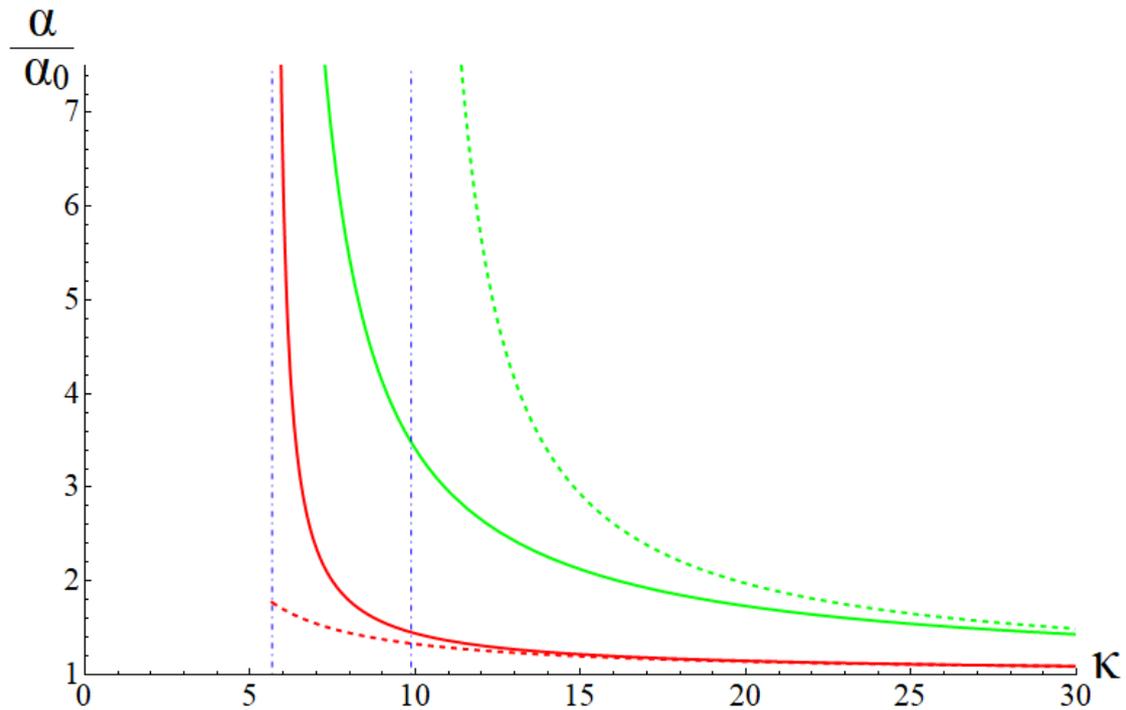


Рис. 6.5. Зависимость экстремальных значений угла α от нормированной константы анизотропии k в модели «кренделя» при $L_2 = 2L_1$. Зеленая и красная сплошные линии – максимальное α_{\max} и минимальное α_{\min} значения угла α соответственно. Зеленая и красная штриховые линии – грубые оценки угла α сверху и снизу. Синими штрихпунктирными линиями показаны значения $k = k_{\min}$ и $k = 4k_0$

Из рис. 6.5 видно, что при приближении величины K к критическому значению K_{\min} неограниченно растет не только α_{\max} , но и α_{\min} . Более того, как несложно убедиться, при убывании K растет также и отношение $\alpha_{\max}/\alpha_{\min}$. Примечательно, однако, что значение этого отношения имеет при $K \rightarrow K_{\min}$

конечный предел, который немонотонно зависит от величины q и принимает наибольшее значение 5.97 при $q \approx 1.8$. Отсюда следует универсальная оценка $\alpha_{\max}/\alpha_{\min} < 6$, которая справедлива для произвольного «кренделя», независимо от значений k и q . Необходимо подчеркнуть, впрочем, что универсальные оценки такого типа могут существовать не только в рамках модели «кренделя». Действительно, из формулы (6.10), которая носит общий характер, ясно, что при $K \rightarrow K_{\min}$ значение угла α растет по единому закону $(K - K_{\min})^{-1}$ во всех точках ограниченного образца. Этим и обеспечивается существование конечного предела отношения $\alpha_{\max}/\alpha_{\min}$, причем значение этого предела в общем случае определяется отношением максимального и минимального значений собственной функции ψ_m . Тем не менее, в случае образцов бесконечных размеров (включая образец, показанный на рис. 6.1, и пленку в модели одного антидота), отношение $\alpha_{\max}/\alpha_{\min}$ может расти неограниченно, поскольку на большом удалении от потенциальной ямы функция ψ_m будет принимать значения, сколь угодно близкие к нулю.

6.5. Численный эксперимент

Ранее было отмечено, что величина критического поля H_c , при котором разрушаются неоднородные магнитные структуры, не может быть найдена в рамках приближения слабых полей. Поэтому решение данной задачи осуществлялось численными методами с привлечением пакета микромагнитного моделирования OOMMF [23], а также оболочки Ubermag [69]. Рассмотренный образец толщиной $h = 10$ нм имел форму прямоугольника размером $200 \text{ нм} \times 100 \text{ нм}$ с двумя отверстиями радиусом $R = 10$ нм (при расчетной ячейке в форме кубика объемом 1 нм^3 такие отверстия, строго говоря, не являются круглыми, однако этим эффектом, как показывает практика, можно пренебречь [A1, A3]); расстояние между центрами отверстий $a = 3R$. Использовались следующие значения

материальных параметров: $A = 10^{-12}$ Дж/м, $M_s = 10^5$ А/м (здесь и далее, в отличие от предшествующего изложения, применяется система СИ, которая является стандартом для пакета OOMMF).

Расчет равновесного распределения намагниченности выполнялся в два шага. Сначала при заданном значении K вычислялось распределение, отвечающее неоднородной магнитной структуре типа (6.4) в отсутствие внешнего поля ($H = 0$). Затем найденная плоская структура подавалась в качестве нулевого приближения на вход расчета, в котором уже учитывалось влияние магнитного поля заданной величины H . По аналогии с [75] можно обосновать, что при таком подходе полученный результат позволяет судить о возможности существования устойчивых неоднородных структур, отвечающих выбранным значениям K и H (причем в данном случае для проверки устойчивости не требуется искусственного добавления каких-то возмущений к нулевому приближению, так как плоская структура наверняка не является равновесной при $H \neq 0$, а значит, уже содержит в себе возмущение). Если в результате оптимизации энергии магнетика получается однородное распределение намагниченности типа (6.5), то можно утверждать, что неоднородная плоская структура была разрушена полем, то есть $H > H_c$. Таким образом, выбирая различные значения H при фиксированном K , можно определить наибольшую величину H , при которой неоднородная структура еще не разрушается (для ускорения описанного процесса использовался метод половинного деления); эта величина и будет искомым критическим значением H_c .

Чтобы придать общности обсуждаемым далее результатам, будем измерять абсолютную величину константы анизотропии K в единицах $K_0 = A/R^2$, а напряженность магнитного поля H в единицах $H_0 = K_0/(\mu_0 M_s)$ (μ_0 – магнитная постоянная). Также введем в рассмотрение безразмерную величину $\beta = \mu_0 M_s^2 / 2K_0$, определяющую степень влияния

размагничивающих полей на структуру неоднородностей. Несложно видеть, что при указанных выше значениях материальных параметров $\beta \approx 0.63$, то есть размагничивающие поля вполне могут конкурировать с обменным взаимодействием и должны быть явно учтены при расчетах в ООММФ. Тем не менее, расчеты без учета размагничивающих полей также представляют интерес: поскольку при переходе к приведенной напряженности поля H/H_0 намагниченность насыщения M_s уже не фигурирует явно в энергии (6.1), пренебрежение влиянием размагничивающих полей оказывается эквивалентно рассмотрению случая $\beta \ll 1$, причем независимо от конкретной величины M_s , которая формально использовалась при расчетах. Отметим, что этот математический прием на практике гораздо эффективнее, чем реальное снижение M_s на несколько порядков, поскольку в последнем случае могут проявиться проблемы сходимости численных схем, реализованных в ООММФ.

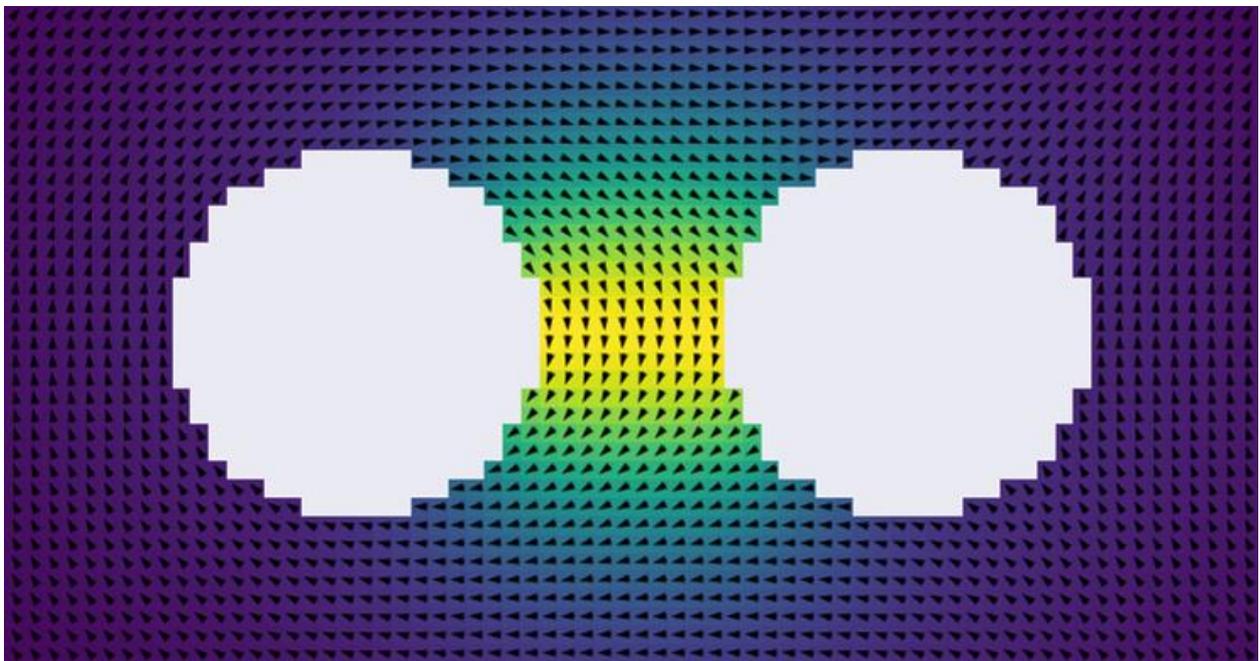


Рис. 6.6. Структура вихреподобной неоднородности в присутствии внешнего магнитного поля при $K/K_0 = 1$, $H/H_0 \approx 0.1166$, $\beta \approx 0.63$.

Стрелками показано направление проекции вектора

намагниченности на плоскость пленки. Значения компоненты вектора намагниченности, нормальной к плоскости пленки, показаны градациями цвета, причем желтый цвет соответствует максимальному отклонению вектора от плоскости, а фиолетовый – минимальному. Для наглядности на рисунке приведен только небольшой фрагмент пленки, расположенный в ее центре

На рис. 6.6 показано типичное распределение намагниченности, формирующееся под воздействием внешнего магнитного поля в окрестности антидотов. В полном соответствии с предсказанием модели «кренделя» наибольшее отклонение вектора намагниченности от плоскости образца наблюдается в зазоре между антидотами. Более того, во всем объеме магнетика вне области данного зазора траектории вектора намагниченности являются, по сути, круговыми ($\alpha \approx \alpha_0$), что, как видно из рис. 6.5, также характерно для «кренделя» при $K \gg K_{\min}$. Подчеркнем, что значения параметров $K/K_0 = 1$, $H/H_0 \approx 0.1166$, $\beta \approx 0.63$, для которых было рассчитано распределение на рис. 6.6, в действительности не отвечают ни условию $H \ll H_c$ (при данном значении K критическая напряженность поля $H_c/H_0 \approx 0.1197$), подразумевавшемуся в рамках приближения слабых полей, ни условию $\beta \ll 1$, которое гарантирует применимость формулы (6.1). Тем самым развитые выше аналитические модели могут применяться в довольно широком диапазоне изменения материальных параметров, по крайней мере, на качественном уровне.

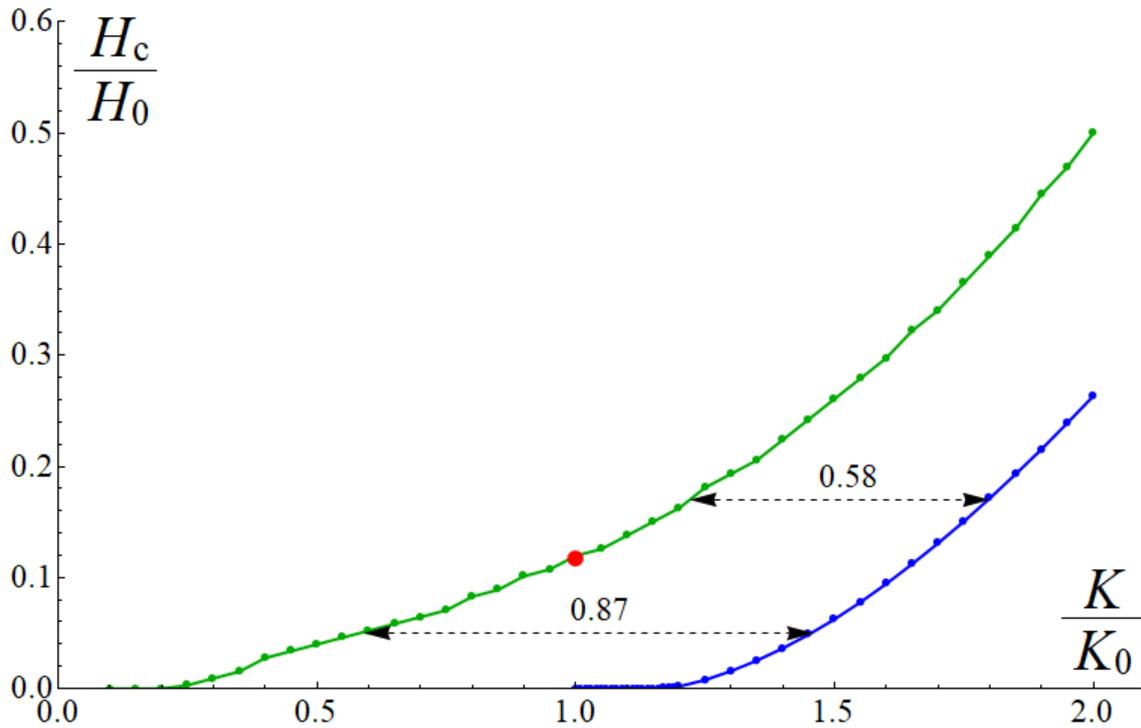


Рис. 6.7. Графики зависимости критической напряженности поля H_c от абсолютной величины константы анизотропии K . Зеленая кривая – случай $\beta \approx 0.63$ (влияние размагничивающих полей является существенным), синяя кривая – случай $\beta \ll 1$ (влияние размагничивающих полей незначительно). Штриховыми стрелками показаны смещения между кривыми по абсциссе. Красная точка соответствует положению на данной диаграмме магнитной структуры, изображенной на рис. 6.6

На рис. 6.7 показаны зависимости H_c от абсолютной величины константы анизотропии K для случаев $\beta \approx 0.63$ и $\beta \ll 1$. Наблюдаемая картина является вполне ожидаемой. Во-первых, ненулевые значения H_c начинают появляться только при значениях K , превышающих некоторое K_{\min} , когда неоднородность становится устойчивой хотя бы в отсутствие поля. Во-вторых, при дальнейшем росте величины K значения H_c также увеличиваются. Это объясняется тем, что для разрушения неоднородной структуры необходимо достижение углом α каких-то характерных

«больших» значений (которые, впрочем, не являются известными постоянными). Из формулы (6.5) видно, что при фиксированной величине α_0 имеет место соотношение $H \sim K$, что и является предпосылкой для монотонного возрастания функции $H_c(K)$, пусть и не по линейному закону. В-третьих, как видно из рис. 6.7, графики $H_c(K)$ для двух рассмотренных случаев имеют близкую форму и смещены друг относительно друга по абсциссе на величину, практически совпадающую с $\beta \approx 0.63$. Это подтверждает высказанный в начале тезис о том, что учет влияния размагничивающих полей с большой точностью может быть сведен к замене K на K_{eff} или, что то же самое, K/K_0 на $K/K_0 + \beta$. Отклонение от этого правила становится существенным только при сравнительно небольших значениях K , где смещение между кривыми начинает постепенно возрастать (см. рис. 6.7: смещение 0.87 превышает $\beta \approx 0.63$ почти на 40%). Данное явление, видимо, имеет ту же природу, что и некоторое расхождение между критическими значениями величины K_{eff} в случаях кристаллической анизотропии и анизотропии формы [A3]: если значения параметра β не являются малыми, то влияние размагничивающих полей начинает сказываться не только на распределении угла α , но также и на распределении угла θ , так что соотношение (6.4) может оказаться довольно грубым приближением. Тем не менее, как в случае работы [A3], так и в случае рис. 6.7 погрешности, обусловленные этим приближением, не приводят к ошибкам в порядках вычисляемых величин.

6.6 Выводы

Основными результатами приведенных исследований являются следующие:

1. Влияние внешнего магнитного поля, нормального к поверхности пленки с двумя антидотами, на формирующиеся в этой пленке вихреподобные структуры проявляется либо в разрушении

неоднородности, если величина поля превышает критическое значение H_c , либо в ее деформировании, которое связано в основном с появлением отклонения вектора намагниченности от плоскости пленки. При этом угол отклонения α может быть практически одинаковым во всех точках образца, если абсолютная величина константы одноосной анизотропии K значительно превышает минимально допустимое значение K_{\min} , ниже которого вихреподобные структуры оказываются неустойчивыми даже в отсутствие внешнего поля.

2. Напротив, при приближении величины K к K_{\min} распределение угла α становится существенно неоднородным, причем амплитуда этой неоднородности растет по закону $(K - K_{\min})^{-1}$. В том случае, если антидоты расположены близко друг к другу, наибольшие значения угла отклонения α будут достигаться в области зазора между ними, в котором преимущественно и локализуется неоднородность распределения нормальной компоненты намагниченности. В то же время при большом расстоянии между антидотами максимальные значения α будут наблюдаться непосредственно на границах антидотов.
3. Критические значения H_c напряженности внешнего поля, при которых еще могут существовать устойчивые вихреподобные неоднородности, растут по мере удаления K от величины K_{\min} . В тех случаях, когда условие $K > K_{\min}$ выполняется с небольшим запасом, значения H_c составляют, как правило, десятые доли величины $H_0 = A/(\mu_0 M_s R^2)$. При использованных выше значениях материальных параметров, которые являются в целом вполне характерными для ферромагнитных материалов, напряженности $0.1H_0$ соответствует индукция около 0.01 Тл, что значительно превышает магнитное поле Земли, однако вполне сопоставимо с полем встречающихся в быту

постоянных магнитов. Это накладывает определенные ограничения на применение ферромагнитных пленок с парными перфорациями в качестве записывающих устройств, поскольку такие устройства должны быть, очевидно, нечувствительны к паразитным полям.

4. Из проведенных расчетов следует, что снижение чувствительности может быть достигнуто либо за счет увеличения абсолютной величины константы анизотропии K , либо за счет снижения намагниченности насыщения M_s .

Глава VII.

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ВИХРЕПОДОБНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Одним из очевидных требований к функционированию большинства устройств микроэлектроники является возможность их эксплуатации при комнатных температурах. В то же время вихреподобные магнитные неоднородности, которые рассматриваются в качестве основы для создания таких устройств, являются, как правило, метастабильными и могут, вообще говоря, разрушаться под воздействием тепловых флуктуаций [96, 97]. Тем самым переход к практическому применению топологически защищенных структур невозможен без предварительного изучения вопроса их устойчивости при различных температурах. В частности, необходимо установить, при каких предельных температурах структуры такого типа остаются долгоживущими, то есть не разрушаются, по крайней мере, в течение времени, установленного техническими требованиями к соответствующим элементам микроэлектроники. Также представляется целесообразным изучение сценариев разрушения структур в результате длительного воздействия флуктуаций. Несмотря на то, что применение чисто теоретических методов к перечисленным задачам, по всей видимости, не позволяет получить конкретные количественные оценки интересующих параметров, их оказывается вполне достаточно, чтобы отследить ряд важных закономерностей, выявлению которых и посвящена данная глава.

7.1. Методика исследования

В качестве модели вихреподобной неоднородности будем рассматривать замкнутую линейную цепочку, состоящую из n спинов. Учитывая обменное взаимодействие только между парами соседних

спинов, энергию такой системы с точностью до множителя можно представить в следующем виде:

$$E = n - \cos(\theta_2 - \theta_1) - \cos(\theta_3 - \theta_2) - \dots - \cos(\theta_n - \theta_{n-1}) - \cos(\theta_1 - \theta_n),$$

где $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ задают углы ориентации спинов. Минимизируя энергию E , несложно убедиться, что все стабильные и метастабильные состояния цепочки могут быть описаны следующим соотношением:

$$\theta_i = 2\pi ik/n + \text{const}, i = 1, \dots, n,$$

где k – произвольное целое число, такое что $|k| < n/4$. Ясно, что величину k можно отождествить с топологическим зарядом вихреподобной структуры, а стабильному состоянию системы соответствует значение $k = 0$ (распределение намагниченности однородно). Ориентации спинов, отвечающие всевозможным допустимым значениям k при $n = 10$, схематически показаны на рис. 7.1.

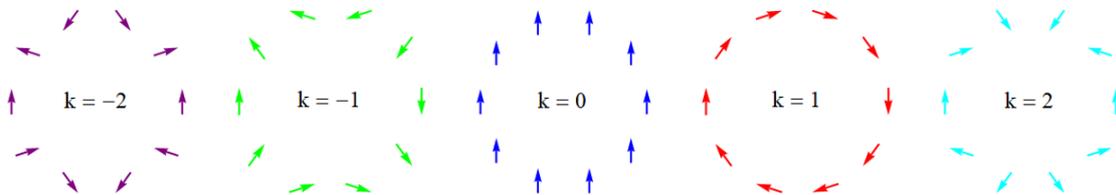


Рис 7.1. Стабильные и метастабильные состояния цепочки при $n = 10$.

Чтобы исследовать возможные трансформации состояний цепочек под воздействием тепловых флуктуаций, воспользуемся алгоритмом Метрополиса [98]. Применительно к изучаемому случаю данный алгоритм будет состоять из следующих шагов:

1. В качестве начального состояния системы выбирается равновесное состояние цепочки, отвечающее заданному значению k .
2. В системе производится случайное пробное изменение конфигурации спинов (очевидно обусловленное тепловыми

флуктуациями), а именно случайным образом выбирается один из n спинов и поворачивается на случайный угол.

3. Вычисляется изменение энергии системы ΔE , обусловленное произведенным пробным его изменением.
4. Если $\Delta E \leq 0$, то принимается, что новое состояние системы физически реализовалось, и далее выполняется шаг 8 (шаги 5-7 пропускаются).
5. Если $\Delta E > 0$, то вычисляется вероятность перехода $W = \exp(-\Delta E/T)$, где T – заданная температура в относительных единицах.
6. Генерируется случайное число r в интервале $(0, 1)$.
7. Если $r \leq W$, то принимается, что новое состояние системы физически реализовалось, в противном случае считается, что состояние системы осталось неизменным (при этом состояние, полученное пробным изменением системы, полностью игнорируется).
8. Определяются значения интересующих параметров системы в текущем состоянии, то есть в данный момент времени эволюции системы.
9. Шаги 2-8 повторяются для каждого последующего момента времени.

На рис. 7.2 представлены зависимости энергии E цепочки с $n = 10$ от времени t , полученные в результате применения алгоритма Метрополиса при $T = 0.01$ к начальным состояниям, отвечающим значениям $k = 0, 1, 2$. Как видно из графика, состояния с начальными топологическими зарядами 0 и 1 оказались устойчивыми (по крайней мере, долгоживущими). Напротив, состояние с $k = 2$ к моменту времени $t \approx 2000$ перестроилось в состояние с $k = 1$, которое характеризуется меньшей энергией (строго говоря,

основываясь только на значениях энергии, нельзя утверждать, что речь идет именно о состоянии с $k = 1$, а не с $k = -1$, поскольку энергии этих состояний одинаковы; тем не менее, перестроение структуры из состояния с $k = 2$ в состояние с $k = -1$ означало бы изменение величины k сразу на 3, что, как будет ясно из дальнейшего, в принципе возможно, однако маловероятно). Отметим, что наблюдаемое поведение системы, изначально характеризовавшейся топологическим зарядом $k = 1$, еще не позволяет судить об устойчивости соответствующего состояния: разумно ожидать, что при некотором значении $t \approx t_m > 5000$ оно все же перестраивается в состояние, обладающее меньшей энергией (в данном случае $k = 0$). Тем не менее, попытки в разумных пределах увеличить максимальное значение времени t , используемое при моделировании процесса, так и не привели к наблюдению изменения состояния системы, что свидетельствует о весьма большом характерном значении времени жизни состояния t_m при $T = 0.01$.

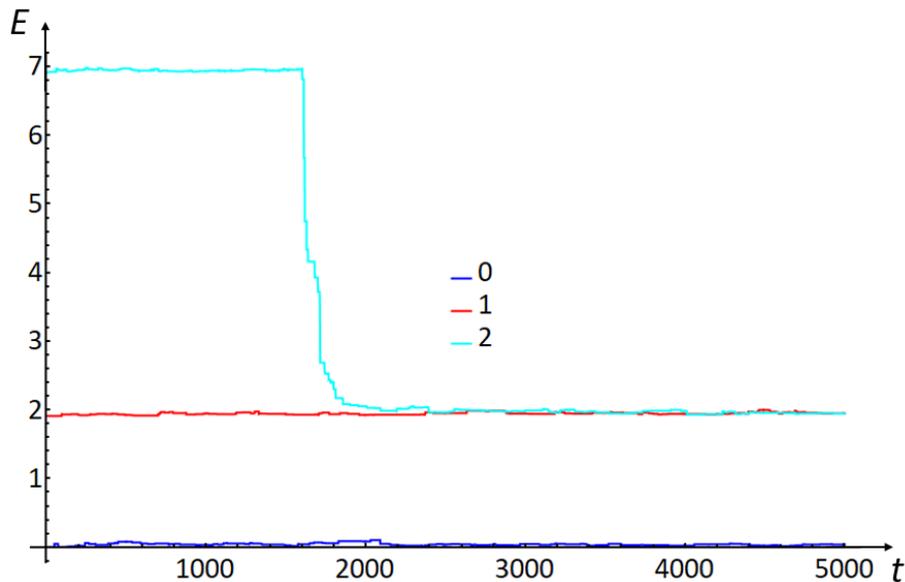


Рис 7.2. Зависимость энергии E от времени t для систем с различными начальными значениями топологического заряда $k = 0, 1, 2$ при $T = 0.01$.

7.2. Зависимость времени жизни состояний от температуры

Поскольку величина k , очевидно, имеет смысл числа полных оборотов, совершаемых направлением спина при полном обходе вдоль окружности цепочки, ею можно характеризовать не только равновесные состояния системы, но также и любые другие. Это позволяет поставить вопрос о времени жизни t_m состояния с заданным значением k , под которым будем понимать такую величину t_m , что при $t < t_m$ заряд k системы остается неизменным. Чтобы определить зависимость среднего значения t_m от температуры T , снова воспользуемся алгоритмом Метрополиса, но на этот раз на шаге 8 будем рассчитывать значение топологического заряда k и останавливать процесс моделирования в тот момент, когда заряд впервые изменится (в качестве дополнительного условия остановки использовалось достижение момента времени $t = 30000$; в тех случаях, когда это условие срабатывало, полученные результаты отбраковывались, и результат для соответствующего значения T считался неопределенным). На рис. 7.3 и 7.4 показаны зависимости $t_m(T)$ для состояний с $k = 1$ и $k = 2$ соответственно (при этом рассматривалась цепочка из $n = 10$ спинов).

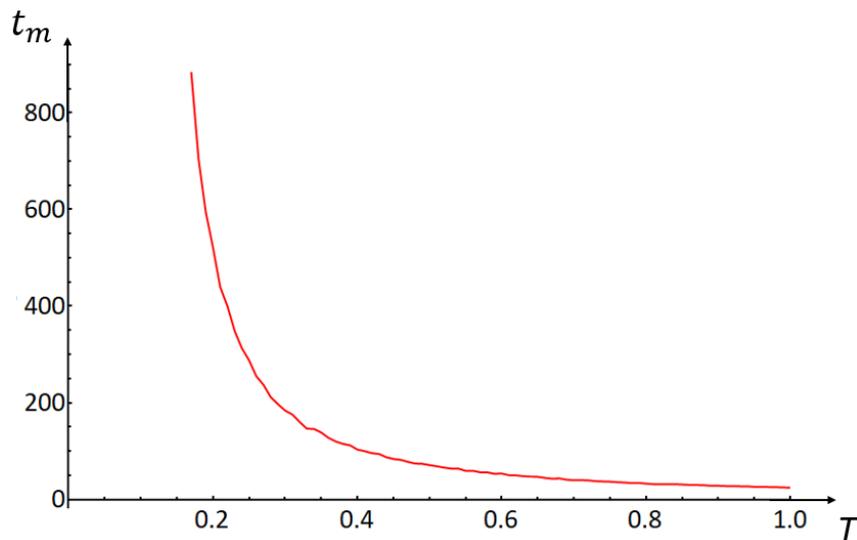


Рис. 7.3. Зависимость времени жизни t_m от температуры T для состояния цепочки длиной $n = 10$, отвечающего топологическому заряду $k = 1$.

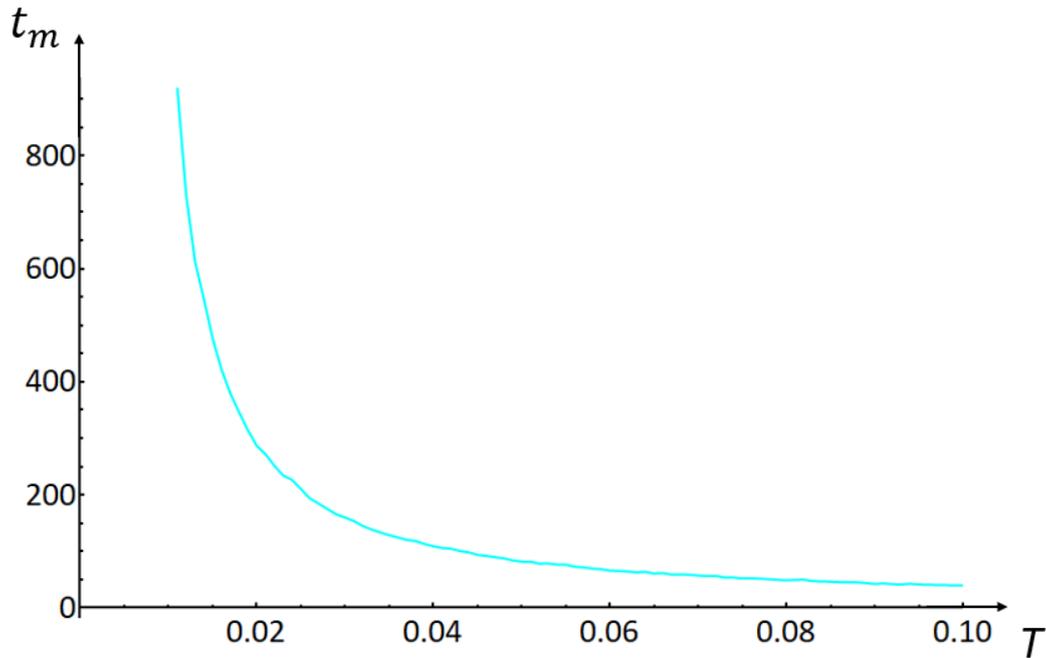


Рис. 7.4. Зависимость времени жизни t_m от температуры T для состояния цепочки длиной $n = 10$, отвечающего топологическому заряду $k = 2$.

Из приведенных результатов видно, что зависимость $t_m(T)$ является убывающей, то есть повышение температуры способствует скорейшему разрушению состояния цепочки. Кроме того, одинаковые времена жизни достигаются состояниями $k = 1$ и $k = 2$ при температурах, различающихся на порядок, откуда можно заключить, что более высокоэнергетические состояния имеют склонность разрушаться быстрее (что наблюдалось также в случае расчета на рис. 7.2). Заметим, что при малых значениях температуры T ее дальнейшее уменьшение приводит к крайне резкому росту t_m , так что можно ожидать, что долгоживущие метастабильные состояния действительно могут быть реализованы на практике даже при нормальных условиях.

7.3. Сценарии разрушения топологически защищенных структур

Рассмотрим далее поведение статистических ансамблей цепочек при временах, превышающих t_m , когда существенная часть цепочек в ансамбле уже характеризуется топологическим зарядом, отличным от исходного.

Примем, что в начальный момент времени все цепочки ансамбля находятся в состоянии с одним и тем же топологическим зарядом $k = k_0$, и будем интересоваться зависимостью от времени t доли p_k цепочек в ансамбле, находящихся в состоянии с заданным значением k . На рис. 7.5 показан результат моделирования поведения ансамбля из 5000 цепочек для случая $k_0 = 2$, $T = 0.1$. Как видно, в начале процесса структуры начинают активно переходить в состояние с $k = 1$, после чего состояния с обоими представленными значениями зарядов $k = 1, 2$ постепенно разрушаются, и при больших временах в ансамбле преобладают цепочки в однородном состоянии $k = 0$. Кроме того, несмотря на отсутствие явных предпосылок, отдельные структуры переходят в состояние с $k = -1$.

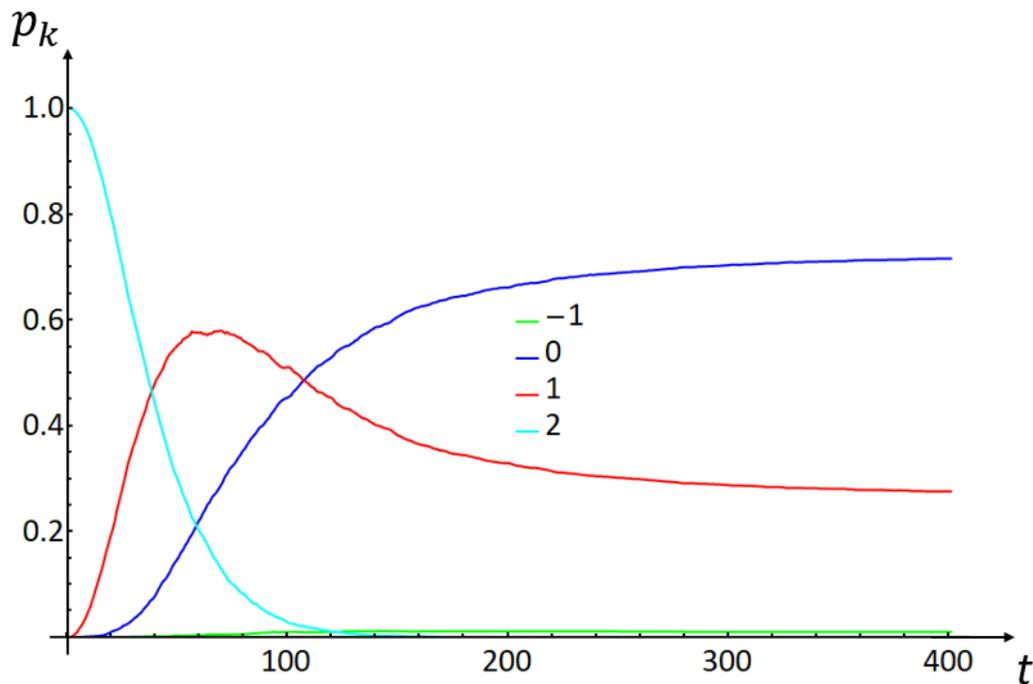


Рис. 7.5. Графики зависимости долей p_k от t при $k_0 = 2$, $T = 0.1$ ($n = 10$).

Результаты, полученные для случая $k_0 = 3$, $T = 0.02$, показаны на рис. 7.6 и демонстрируют в целом аналогичные тенденции (при этом рассматривался ансамбль цепочек длиной $n = 50$, чтобы начальное состояние с $k_0 = 3$ оказалось устойчивым): в ансамбле последовательно начинают появляться состояния со все меньшими значениями k , после чего

высокоэнергетические состояния преимущественно разрушаются. Также можно заметить появление состояний с отрицательными значениями k , причем вплоть до $k = -3$ (ясно, что в случае, показанном на рис. 7.5 появление состояний с $k = -3$ было принципиально невозможно, так как такое состояние при $n = 50$ не является устойчивым).

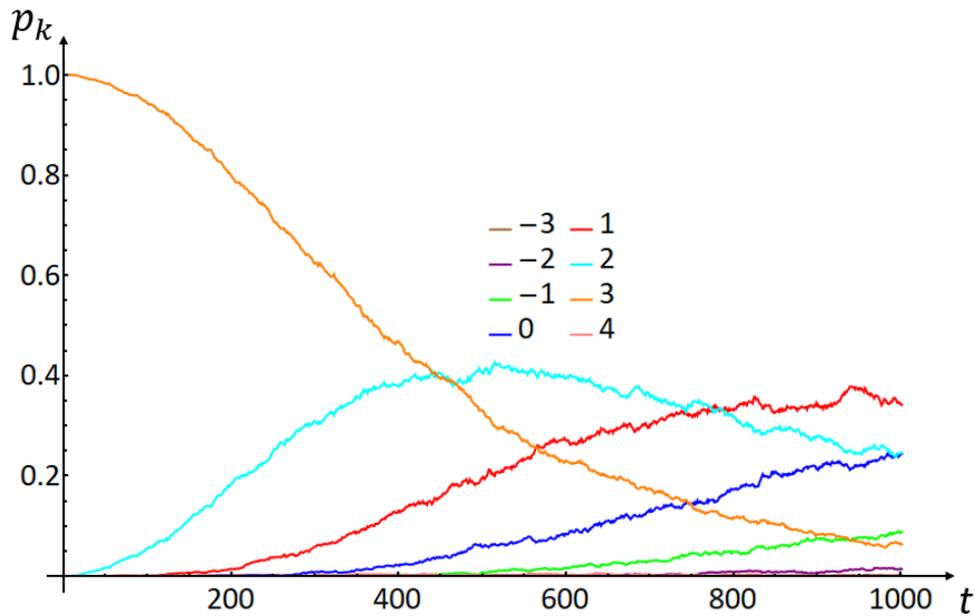


Рис 7.6. Графики зависимости долей p_k от t при $k_0 = 3$, $T = 0.02$ ($n = 50$).

Разумно предположить, что наличие состояний с $k < 0$ на поздних стадиях эволюции ансамблей, показанных на рис. 7.5 и 7.6, связано с тем, что ансамбли постепенно «забывают» свои начальные состояния и приходят к статистическому равновесию, при котором оказываются представлены, вообще говоря, все возможные равновесные состояния. При этом значения p_k должны зависеть уже не от начальных условий, то есть от величины k_0 , а исключительно от отношения E/T , входящего в известные статистические распределения. Эта гипотеза полностью подтверждается результатами, показанными на рис. 7.7, 7.8 и 7.9. Действительно, после первой фазы процесса, в рамках которой происходит разрушение состояний с $k = k_0$ и

накопление «промежуточных» состояний с $0 < k < k_0$, доминирующим в ансамбле становится однородное состояние $k = 0$, однако «промежуточные» состояния не исчезают полностью. Более того, постепенно могут начать появляться состояния с $|k| > k_0$ (например, на рис. 7.9 отчетливо прослеживаются состояния с $k = \pm 4$). В итоге состояния с равными абсолютными значениями топологического заряда $|k|$ выходят примерно на равные уровни p_k , причем само значение p_k убывает с ростом $|k|$. Это объясняется тем, что энергия E устойчивого состояния с известным зарядом k , как несложно оценить, примерно пропорциональна k^2 , и можно ожидать, что для неравновесных состояний характер зависимости E от k должен быть примерно схожим.

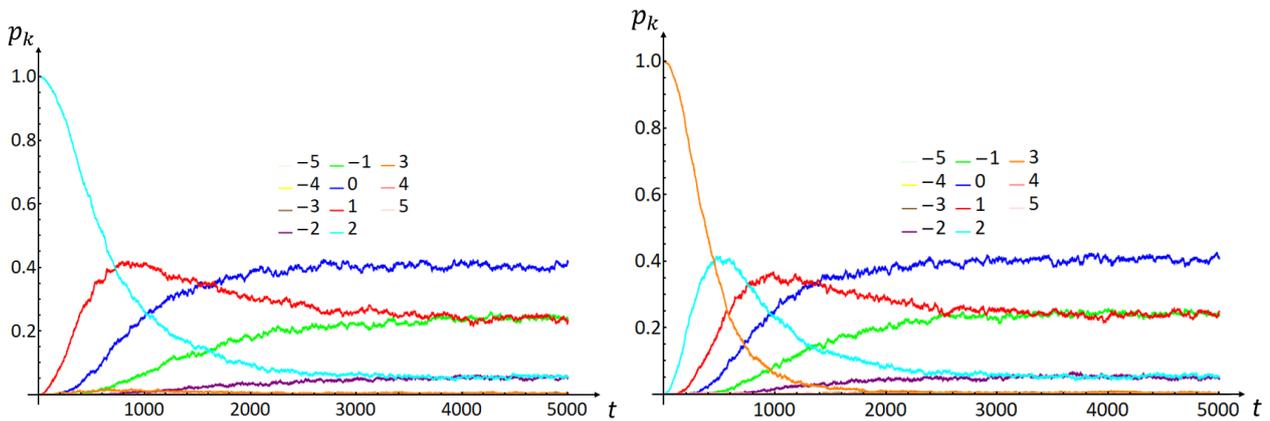


Рис. 7.7. Графики зависимости долей p_k от t при $k_0 = 2$ (слева) и $k_0 = 3$ (справа), $T = 0.5$ ($n = 50$).

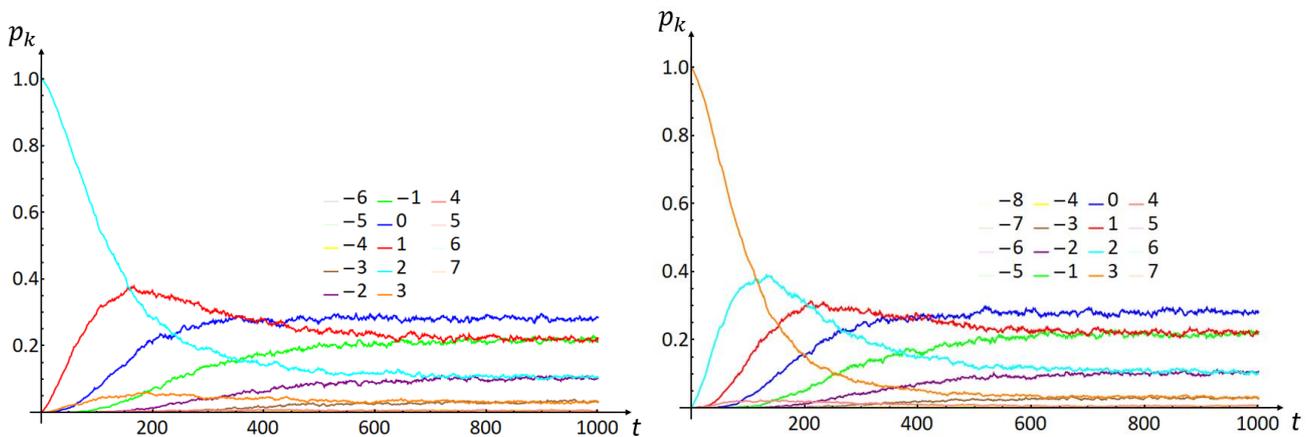


Рис. 7.8. Графики зависимости долей p_k от t при $k_0 = 2$ (слева) и $k_0 = 3$ (справа), $T = 1$ ($n = 50$).

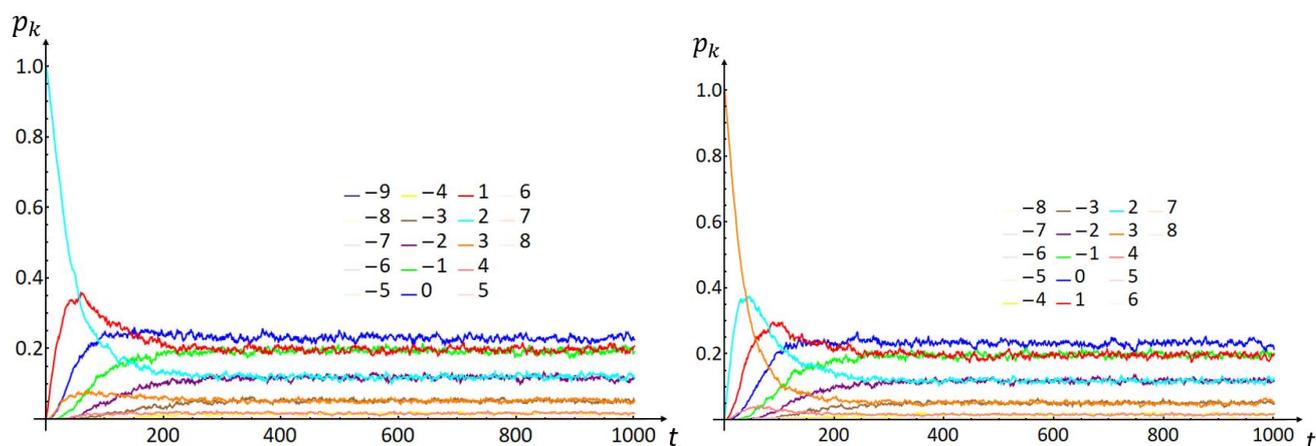


Рис. 7.9. Графики зависимости долей p_k от t при $k_0 = 2$ (слева) и $k_0 = 3$ (справа), $T = 2$ ($n = 50$).

7.4. Выводы

Основными результатами проведенных исследований являются следующие:

1. Тепловые флуктуации могут приводить к разрушению топологически защищенных структур, преимущественно переводя их в состояния с более низкой энергией, однако не обязательно в основное для системы состояние.
2. При подходящих температурах метастабильные структуры с не слишком высокой энергией могут быть крайне долгоживущими.
3. Изменение топологического заряда состояния на 1 может привести к изменению на порядок температуры, при которой состояние оказывается долгоживущим.
4. Доминирующим сценарием разрушения метастабильного состояния является последовательное изменение его топологического заряда на 1 в сторону состояний с меньшей энергией.

5. Достаточно долгое воздействие тепловых флуктуаций на систему приводит к тому, что она полностью «забывает» свое начальное состояние, но не обязательно переходит в однородное состояние.
6. Топология структуры, долгое время находившейся под воздействием тепловых флуктуаций, определяется статистическим распределением, которое зависит не от самой топологии, а от энергий соответствующих состояний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом из полученных результатов исследований топологии и свойств плоских магнитных структур, образующаяся в пленках с сильной легкоплоскостной анизотропией в области двух близлежащих антидотов можно сделать следующие выводы:

1. Учет влияния размагничивающих полей не приводит к заметному искажению распределения магнитных моментов в области двух отверстий, а лишь усиливает устойчивость этих структур. Их вклад может привести к тому, что область локализации и кривизна магнитной неоднородности, не всегда будет совпадать с областью локализации самих отверстий, что несколько не влияет на надежность функционирования нанообъектов на практике.
2. Установлено, что величина константы анизотропии K , при которой плоская магнитная структура является устойчивой, определяется из соотношения вида $K > A(k/R)^2$, где под R понимается наименьший радиус кривизны элементов пленки. В частности для материала NdCo_5 изучаемые структуры устойчивы при произвольных значениях $R > 0.5$ нм, что покрывает все возможные случаи их реального применения.
3. Доказано утверждение об эквивалентности подходов к исследованию двух типов материалов, а именно все статические свойства магнитных структур, которые наблюдаются в пленках, содержащих антидоты, сохраняются и в пленках с искусственно созданными дефектами.
4. Выявлено что, в перфорированных пленках пермаллоя также могут формироваться наноразмерные вихреподобные структуры, которые локализуются на парных перфорациях пленки и характеризуются тем, что выход вектора намагниченности из плоскости образца практически отсутствует. Эти структуры обладают несколько худшей

локализованностью в пространстве по сравнению с аналогичными неоднородностями, наблюдаемыми в ферромагнетиках с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость». В то же время минимальные размеры антидотов, при которых рассматриваемые структуры являются устойчивыми в пленках пермаллоя, составляет от 3 до 7 нм в зависимости от геометрических пропорций системы, что не ограничивает возможности их практического применения для создания троичных ячеек памяти.

5. Критические значения H_c напряженности внешнего поля, при которых еще могут существовать устойчивые вихреподобные неоднородности, растут по мере удаления K от величины K_{min} . При этом снижение чувствительности к паразитным полям может быть достигнуто либо за счет увеличения абсолютной величины константы анизотропии K , либо за счет снижения намагниченности насыщения M_s .

6. Тепловые флуктуации могут приводить к разрушению топологически защищенных структур, преимущественно переводя их в состояния с более низкой энергией, однако не обязательно в основное для системы состояние. Доминирующим сценарием разрушения метастабильного состояния является последовательное изменение его топологического заряда на 1 в сторону состояний с меньшей энергией. При этом такое изменение топологического заряда состояния может привести к изменению на порядок температуры, при которой состояние оказывается долгоживущим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Moore G. E., Cramming more components onto integrated circuits / Moore G. E. // *Electronics* – 1965 – v. 38 – p. 114.
2. Вернер В. Д., Закону Мура 50 лет: завершение или изменение? / Вернер В. Д., Кузнецов Е. В., Сауров А. Н. // *Наноиндустрия* – 2015 – т. 6(60) - с. 50-63.
3. Никитов С. А., Магноника- новое направление спинтроники и спин-волновой электроники. / Никитов С. А., Калябин Д. В., Лисенков И. В., Славин А. Н., Барабаненков Ю. Н., Осокин С. А., Садовников А. В., Бегинин Е. Н., Морозова М. А., Шараевский Ю. П., Филимонов Ю. А., Хивинцев Ю. В., Высоцкий С. Л., Сахаров В. К., Павлов Е. С. // *Успехи Физических Наук* – 2015 – т. 185 - с.1099-1128.
4. Самардак А. С., Топологически нетривиальные спиновые текстуры в тонких магнитных пленках. / Самардак А. С., Колесников А. Г., Давыденко А. В. // *Физика металлов и металловедение* – 2022 – т. 123- с. 260–283.
5. Raab K. Brownian reservoir computing realized using geometrically confined skyrmion dynamics. / Raab K., Brems M. A., Beneke G., Dohi T., Rothorl J., Kammerbauer F., Mentink J., Klaui M. // *Nature Communications* – 2022- v. 13(1) - 6982.
6. Li S., Magnetic skyrmions: Basic properties and potential applications / Li S., Wang X., Rasing T. // *Interdisciplinary Materials* – 2023 – v. 2(6840) - pp. 260-289.
7. Bogdanov A. N., Physical foundations and basic properties of magnetic skyrmions / Bogdanov A. N., Panagopoulos C. // *Nature Reviews Physics* – 2020 –v. 2(9) - pp. 492-498.

8. Lee O. Perspective on unconventional computing using magnetic skyrmions / Lee O., Msiska R., Brems M. A., Klaui M., Kurebayashi H., Everschor-Sitte K. // *Applied Physics Letters* – 2023 – v. 122 - 260501.
9. Kwon H. Y., Effect of anisotropy and dipole interaction on long-range order magnetic structures generated by Dzyaloshinskii–Moriya interaction / Kwon H. Y., Bu K. M., Wu Y. Z., Won C. // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* – 2012 – v. 324(13) - pp. 2171-2176.
10. Nagaosa N. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. / Nagaosa N., Tokuta V. // *Nature Nanotechnology* – 2013 – v. 8(12) - pp. 899-911.
11. Buttner F. Dynamics and inertia of skyrmionic spin structures / Buttner F., Moutafis C., Schneider M., Kruger B., Gunther C. M., Geihufe J., Schmising C. K., Mohanty J., Pfau B., Schaffert S., Bisig A., Foerster M., Schulz T., Vaz C. A. F., Franken J. H., Swagten H. J. M., Klaui M., Eisebitt S. // *Nature Physics* – 2015 – v. 11 - pp. 225-228.
12. Woo S. Observation of room-temperature magnetic skyrmions and their current-driven dynamics in ultrathin metallic ferromagnets / Woo S., Litzius K., Krüger B., Im M.-Y., Caretta L., Richter K., Mann M., Krone A., Reeve R. M., Weigand M., Agrawal P., Lemesh I., Mawass M.-A., Fischer P., Kläui M., Beach G. // *Nature materials* - 2016 – v. 15(5) - pp. 501-506.
13. Navas D., Route to form skyrmions in soft magnetic films / Navas D., Verba R., Hierro-Rodrigues A., Bunyev S., Zhou X., Adeyeye A., Dobrovolsky O., Ivanov B. A., Gusliencko K., Kakazei G. N. // *APL Materials* – 2019 – v. 7(8) - 0811114.
14. Sun L., Creating an Artificial Two-Dimensional Skyrmion Crystal by Nanopatterning / Sun L., Cao R. X., Miao B.F, Feng Z., You B., Wu D., Zhang W., Hu A., Ding H. F. // *Physical review letters* -2013 – v. 110(16) - p. 167201.

15. Sapozhnikov M. V., Skyrmion lattice in a magnetic film with spatially modulated material parameters / Sapozhnikov M.V. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 2015 – v. 396 - p. 338-344.
16. Вахитов Р. М., Особенности структуры микромагнитных образований на дефектах пленок ферритов-гранатов / Вахитов Р. М., Шапаева Г. Б., Солонецкий Р. В., Юмагузин А. Р. // Физика Металлов и Металловедение – 2017 – т. 118(6) - с. 571-575.
17. Devolder T., Magnetic properties of He^+ -irradiated Pt/Co/Pt ultrathin films / Devolder T., Ferre J., Chappert C., Bernas H., Jamet J.-P., Mathet V. // Physical Review B – 2001 – v. 64 - 064415.
18. Sapozhnikov M. V., Artificial dense lattice of magnetic bubbles / Sapozhnikov M. V., Vdovichev S. N., Ermolaeva O.L., Gusev N. S., Fraerman A. A., Gusev S. A., Petrov Y. // Applied Physics Letters – 2016 – v. 109(4) - p. 042406.
19. Вахитов Р. М., Вихреподобные образования на дефектах магнитоодноосных пленок. / Вахитов Р. М., Ахметова А. А., Солонецкий Р. В. // Физика твердого тела – 2019 – т. 61(3) - с. 453–459.
20. Vakhitov R. M., Stable states of vortex-like magnetic formations in inhomogeneous magnetically uniaxial films and their behavior in a longitudinal magnetic field / Vakhitov R. M., Solonetskiy R. V., Akhmetova A. A. // Journal of Applied Physics – 2020 – v. 128(15) - 153904.
21. Магадеев Е. Б., Структура магнитных неоднородностей в пленках с топологическими особенностями, / Магадеев Е. Б., Вахитов Р. М. // Письма в ЖЭТФ - 2022 – т. 115(2) – с. 123-128.
22. Papaioannou E. T., Magneto-optic enhancement and magnetic properties in Fe antidot films with hexagonal symmetry / Papaioannou E. T.,

- Kapaklis V., Patoka P., Giersig M., Fumagalli P., Garcia-Martin A., Ferreiro-Vila E., Ctistis G. // *Physical Review B* – 2010 – v. 81 - 054424.
23. Donahue, M. J.; Porter D. G. OOMMF User's Guide, version 2.0a3. National Institute of Standard and Technolog: Gaithersburg, MD, USA, 2021.
24. Ajwani D., Characterizing the performance of flash memory storage devices and its impact on algorithm design. / Ajwani D., Malinger I., Meyer U., Toledo S. // *Experimental Algorithms* – 2008 - pp. 208–219.
25. Baibich M. N., Giant magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr magnetic superlattices. / Baibich M. N., Broto J. M., Fert A., Nguyen-Van-Dau F. // *Physical Review Letters* – 1988 – v. 61(21) - pp. 2472-2475.
26. Binasch G., Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange / Binasch G., Grünberg P., Saurenbach F., Zinn W. // *Physical Review B* – 1989 – v. 39 - 4828.
27. Lines M.E., Principles and Applications of Ferroelectrics and Related Materials / Lines M. E., Glass A. M. // Clarendon Press: Oxford - 1977.
28. Baccarani A. G., Memory Devices / Baccarani A. G., Gnani E., // *Encyclopedia of Condensed Matter Physics* – 2005 - p. 324-337.
29. McCray A. R. C., Thermal Hysteresis and Ordering Behavior of Magnetic Skyrmion Lattices / McCray A. R. C., Li Y., Basnet R., Padney K., Hu J., Phelan D. P., Ma X., Petford-Long A. K., Phatak C. // *Nano Letters* – 2022 – v. 22(19).
30. Everschor-Sitte K., Perspective: Magnetic skyrmions—Overview of recent progress in an active research field / Everschor-Sitte K., Masell J., Reeve R. M., Klaui M. // *Journal of Applied Physics* – 2018 – v.124(24) - 240901.
31. Fert A., Magnetic skyrmions: advances in physics and potential applications / Fert A., Cross V., Reyren N. // *Nature Reviews Materials* – 2017 - v. 2(7) - p.15.

32. Hubert A., *Magnetic domains* / Hubert A., Shafer R. // Berlin: Springer-Verlag – 2007 – 696 p.
33. Kézsmárki, I., Néel-type skyrmion lattice with confined orientation in the polar magnetic semiconductor GaV_4S_8 / Kézsmárki, I., Bordács, S., Milde P., Neuber E., Eng L. M., White J. S., Rønnow H. M., Dewhurst C. D., Mochizuki M., Yanai K., Nakamura H., Ehlers D., Tsurkan V., Loidl A. // *Nature Materials* – 2015 – v. 14 - p. 1116–1122.
34. Göbel B., *Beyond skyrmions: Review and perspectives of alternative magnetic quasiparticles* / Göbel B., Mertig I., Tretiakov O. A. // *Physics Reports* – 2021 - v. 895 - p. 1–28.
35. Skyrme T.H.R., *A unified field theory of mesons and baryons* / Skyrme T.H.R. // *Nuclear Physics* – 1962 - v. 31 – p. 556–569.
36. Yokouchi T., *Pattern recognition with neuromorphic computing using magnetic field-induced dynamics of skyrmions* / Yokouchi T., Sugimoto S., Rana B., Seki S., Ogawa N., Shiomi Y., Kasai S., Otani Y. // *Science Advanced* – 2022. – 8(39).
37. Mühlbauer S., *Skyrmion lattice in a chiral magnet* / Mühlbauer S., Binz B., Jonietz F., Pfleiderer C., Rosch A., Neubauer A., Georgii R., Böni P., // *Science* – 2009 – v. 323(5916) – p. 915–919.
38. Pfleiderer C., *Skyrmion lattices in metallic and semiconducting B20 transition metal compounds* / Pfleiderer C., Adams T., Bauer A., Biberacher W., Binz B., Birkelbach F., Böni P., Franz C., Georgii R., Janoschek M., Jonietz F., Keller T., Ritz R., Mühlbauer S., Münzer W., Neubauer A., Pedersen B., Rosch A. // *Journal of Physics: Condensed Matter* – 2010 – v. 22(16) - 164207.
39. Moreau-Luchaire C., *Additive interfacial chiral interaction in multilayers for stabilization of small individual skyrmions at room temperature* / Moreau-Luchaire C., Moutafis C., Reyren N., Sampaio J., Vaz C. A. F., Van Horne N., Bouzehouane K., Garcia K., Deranlot C., Warnicke P.,

- Wohlhüter P., George J.-M., Weigand M., Raabe J., Cros V., Fert A., Nat. Nanotechnol - 2016 – v. 11(5) – p. 444-448.
40. Boulle O., Room-temperature chiral magnetic skyrmions in ultrathin magnetic nanostructures / Boulle O., Vogel J., Yang H., Pizzini S., de Souza Chaves D., Locatelli A., Mentès T. O., Sala A., Buda-Prejbeanu L. D., Klein O., Belmeguenai M., Roussigné Y., Stashkevich A., Chérif S. M., Aballe L., Foerster M., Chshiev M., Auffret S., Miron I. M., Gaudin G., Nature Nanotechnol. – 2016 – v. 11(5) p. 449-459.
41. Pollard S. D., Observation of stable Néel skyrmions in cobalt/palladium multilayers with Lorentz transmission electron microscopy / Pollard S. D., Garlow J. A., Yu J., Wang Z., Zhu Y., Yang H. // Nature Communications – 2017 – v. 8(1) - 14761.
42. Jiang W., Blowing Magnetic Skyrmion Bubbles / Jiang W., Upadhyaya P., Zhang W., Yu G., Jungfleisch M. B., Fradin F. Y., Pearson J. E., Tserkovnyak Y., Wang K. L., Heinonen O., Te Velthuis S. G. E., Hoffmann A. // Science – 2015 – v. 349(6245) – p. 283-286.
43. Sapozhnikov M.V., Two-dimensional skyrmion lattice in a nanopatterned magnetic film // Sapozhnikov M.V., Ermolaeva O.L. // Physical Review B – 2015 – v. 91 - 024418.
44. Sun, L., Creating an artificial two-dimensional skyrmion crystal by nanopatterning / Sun, L., Cao, R.X., Miao, B.F., Feng, Z., You, B., Wu, D., Zhang, W., Ding, H.F. // Physical Review Letters - 2013- V.110 - P.167201.
45. Miao, B.F. Experimental realization of two-dimensional artificial skyrmion crystals at room temperature / Miao B. F., Sun L., Wu Y. W., Tao X. D., Xiong X., Wen Y., Cao R. X., Wang P., Wu D., Zhan Q. F., You B., Du J., Li R. W., Ding H. F. // Phys. Rev. B.- 2014.- V. 90 - 174411.
46. Fraerman A. A. Skyrmion states in multilayer exchange coupled ferromagnetic nanostructures with distinct anisotropy directions / Fraerman A. A., Ermolaeva O. L., Skorohodov E. V., Gusev N. S.,

- Mironov V. L., Vdovichev S. N., Demidov E. S. // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. -2015. - V. 393- P. 452-456.
47. Peng L., Dynamic transition of current-driven single-skyrmion motion in a room-temperature chiral-lattice magnet / Peng L., Karube K., Taguchi Y., Nagaosa N., Tokura Y., Yu X., // *Nature Communications* – 2021 – v. 12 - 6797.
48. Kronmuller H., General micromagnetic theory, *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials*, / Kronmuller H., Parkin S., John Wiley, Sons // New York – 2007 – pp. 703-741.
49. Фельк В. А., Микромагнитное моделирование основного состояния ферромагнитных наноточек с одноосной анизотропией / Фельк В. А., Ерошенко П. Е., // *Вестник СибГАУ*. – 2015 – 16(3) - с. 770–775.
50. Филиппов Б. Н. Микромагнитные структуры и их нелинейные свойства / Б. Н. Филиппов // *УрО РАН*, 2019 – 424 с.
51. Звездин А. К., Обобщенное уравнение Ландау–Лифшица и процессы переноса спинового момента в магнитных наноструктурах. / Звездин А. К., Звездин К. А., Хвальковский А. В. // *УФН* – 2008 – т. 51 – с. 436.
52. Slonczewski J.C., Theory of Bloch-line and Bloch-wall motion / Slonczewski J.C. // *Journal Appl. Phys.* – 1974 v. 45(6) - 2705.
53. Малоземов А., Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами / Малоземов А., Слонзуски Дж.; перевод с англ. Волкова В. В., Кижаяева С. А. // Москва: Мир - 1982 - 382 с.
54. Thiele A. A., Steady-state motion of magnetic domains / Thiele A. A. // *Physical Review. Letter* – 1973 – v. 30(6) – p. 230.
55. Бахвалов Н. С., Численные методы / Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. // Москва: Лаборатория знаний - 2020. - 636 с.
56. Martin J. I., Ordered magnetic nanostructures: fabrication and properties / Martin J. I., Nogues J., Liu K., Vincent J. L., Schuller I. K. // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* – 2003 – v. 256(1) – p. 449-501.

57. Jorzick J., Spin wave wells in nonellipsoidal micrometer size magnetic elements / Jorzick J., Demokritov S. O., Hillebrands B., Bailleul M., Fermon C., Guslienko K. Y., Slavin A. N., Berkov D. V., Gorn N. L. // *Physical Review. Letter* – 2002 – v. 88(4) - 047204.
58. Kakazei G. N., Spin-wave spectra of perpendicularly magnetized circular submicron dot arrays / Kakazei G. N., Wigen P. E., Guslienko K. Y., Novosad V., Slavin A. N., Golub V. O., Lesnik N. A., Otani Y. // *Appl. Phys. Lett.* – 2004 – v. 85(3) – pp. 443-445.
59. Kruglyak V. V., Picosecond magnetization dynamics in nanomagnets: Crossover to nonuniform precession / Kruglyak V. V., Barman A., Hicken R. J., Childress J. R., Katine J. A. // *Physical Review B* – 2005 – v. 71(22) - 220409.
60. Kakazei G. N., Origin of fourfold anisotropy in square lattices of circular ferromagnetic dots / Kakazei G. N., Pogorelov Y. G., Costa M. D., Mewes T., Wigen P. E., Hammel P. C., Golub V. O., Okuno T., Novosad V. // *Physical Review B* – 2006 – v. 74(6) - 060406.
61. Kruglyak V. V., Dynamic configurational anisotropy in nanomagnets / Kruglyak V. V., Keatley P. S., Hicken R. J., Childress J. R., Katine J. A. // *Physical Review B* – 2007 – v. 75(2) - 024407.
62. Латышев Ю. И., Орбитальное квантование в системе краевых дираковских фермионов в наноперфорированном графене / Латышев Ю. И., Орлов А. П., Фролов А. В., Волков В. А., Загороднев И. В., Скуратов В. А., Петров Ю. В., Вывенко О. Ф., Иванов Д. Ю., Конциковски М., Монсо П. // *Письма в ЖЭТФ* – 2013 – т. 98(3) – с. 242-246.
63. Магадеев Е. Б., Стационарные состояния неодносвязного ферромагнитного образца / Магадеев Е. Б., Вахитов Р. М. // *Известия РАН. Сер. физ.* – 2013 – т. 77(10) – с. 1493.

64. Морс Ф.М., Методы теоретической физики / Морс Ф.М., Фешбах Г. // Из-во ИЛ, Москва, - 1958 - т.1-2 - 1816 с.
65. Корн Г., Справочник по математике / Корн Г., Корн Т. // Из-во Наука, Москва – 1973 - 832 с.
66. Nakatani Y., Switching of Skyrmion chirality by local heating / Nakatani Y., Yamada K., Hirohata A. // Sci. Rep. – 2019 – v. 9(1) - 13475.
67. Ландау Л. Д., Квантовая механика / Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. // Из-во Физматлит – 2024 - 800 с.
68. Stanley H. E., Introduction to Phase Transition and Critical Phenomena.// Stanley H. E. //New York: Oxford University Press – 1971 – 308 p.
69. Белов К. П., Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках / Белов К. П., Звездин А. К., Кадомцева А. М., Левитин Р. З. // М. Наука – 1979 - 320 с.
70. Beg M., Ubermag: Toward More Effective Micromagnetic Workflows / Beg M., Lang M., Fangohr H. // in IEEE Transactions on Magnetics – 2022 - v. 58(2) - pp. 1-5.
71. Chikazumi S., Physics of Ferromagnetism / Chikazumi S. // Oxford University press. – 1997 - p.668.
72. Tatsumoto E., Saturation magnetic moment and crystalline anisotropy of single crystals of light rare earth cobalt compounds RCO_5 . / Tatsumoto E., Okamoto T., Fujii H., Inoue C. // Journal de Physique Colloques – 1971 – v. 32(1) - pp. 550-551.
73. Киренский Л. В., Температурная зависимость первой константы анизотропии и магнитная структура железо-марганцевых ферритов / Киренский Л. В. Дрокин А. И., Дылгеров В. Д., Судаков Н. И., Загирова Е. К. // Изв. АН СССР, сер. Физ., - 1961 – т. 25(12) – с. 1472-1476.

74. Магадеев Е. Б., Зарождение магнитных неоднородностей на уединенных дефектах ферромагнетика / Магадеев Е. Б., Вахитов Р. М. // ТМФ – 2015 – т. 184(1) – с. 134–144.
75. Вахитов Р. М., Структура магнитных неоднородностей в области дефекта одноосного кристалла / Вахитов Р. М., Магадеев Е. Б. // Физика Металлов и Металловедение – 2014 – т. 155(9) – с. 906-912.
76. Wang C. C., Magnetic antidot nanostructures: effect of lattice geometry / Wang C. C., Adeyeye A. O., Singh N. // Nanotechnology -2006 – v. 17(6) - 1629.
77. Deshpande N. G., Tailoring of magnetic properties of patterned cobalt antidots by simple manipulation of lattice symmetry / Deshpande N. G., Seo M. S., Jin X. R., Lee S. J., Lee Y. P., Rhee J. Y., Kim K. W. // Applied Physics Letters – 2010 – v. 96(12) - 122503.
78. Zverev V.V., Dynamical Rearrangements of 3-D Vortex Structures in Moving Domain Walls in Continuous and Antidot Patterned Permalloy Films / Zverev V.V., Izmozherov I.M. // IEEE Transactions on Magnetics. — 2022. — V. 58. — P. 4300805.
79. Cowburn R. P., Magnetic switching and uniaxial anisotropy in lithographically defined anti-dot Permalloy arrays / Cowburn R. P., Adeyeye A. O., Bland J. A. C. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 1997 – v. 173(1) - 193.
80. Jalil M. B. A., Bit isolation in periodic antidot arrays using transverse applied fields / Jalil M. B. A., // J. Appl. Phys. – 2003 – v. 93(10) – 7053.
81. Ctistis G., Optical and magnetic properties of hexagonal arrays of subwavelength holes in optically thin cobalt films / Ctistis G., Papaioannou E., Patoka P., Gutek J., Fumagalli P., Giersig M. // Nano Letters – 2009 – v. 9(1) – p. 1-6.

82. Rollinger M., Light localization and magneto-optic enhancement in Ni antidot arrays / Rollinger M., Thielen P., Melander E., Ostman E., Kapaklis V., Obry B., Cinchetti M., García-Martín A., Aeschlimann M., Papaioannou E. Th. // *Nano Letters* – 2016 – v. 16(4) – p. 2432-2438.
83. Silva A. S., Magnetic properties of permalloy antidot array fabricated by interference lithography / Silva A. S., Hierro-Rodriguez A., Bunyaev S. A., Kakazei G. N., Dobrovolskiy O. V., Redondo C., Morales R., Crespo H., Navas D. // *AIP Advances* – 2019 – v. 9(3) – 035236.
84. Marchenko A. I., Magnetic structure and resonance properties of hexagonal antidot lattice / Marchenko A. I., Krivoruchko V. N. // *Low Temp. Phys.* – 2012 – v. 38(2) – p. 157-167.
85. Xu M., The influence of introducing holes on the generation of skyrmions in nanofilms / Xu M., Zhang J., Meng D., Zhang Z., Jiang G. // *Phys. Lett. A.* - 2022.- v. 433.- 128034.
86. Muller, J. Capturing of a magnetic skyrmion with a hole / Muller J., Rosch A. // *Physical Review.* - 2015.- v. 1391.- 054410.
87. Steinmetz P., Micromagnetic Simulation of Round Ferromagnetic Nanodots with Varying Roughness and Symmetry / Steinmetz P., Ehrmann A. // *Condensed Matter.* – 2021. –v. 6. - № 2. - 19.
88. Saha S., Formation of Néel-type skyrmions in an antidot lattice with perpendicular magnetic anisotropy / Saha S., Zelent M., Finizio S., Mruczkiewicz M., Tacchi S., Suszka A. K., Wintz S., Bingham N. S., Raabe J., Krawczyk M., Heyderman L. J. // *Physical Review B.* – 2019. – v. 100(14). - 144435.
89. Marchenko A. I., Skyrmion-like bubbles and stripes in a thin ferromagnetic film with lattice of antidots / Marchenko A. I., Krivoruchko V. N. // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* - 2015. – v. 377 – pp. 153-158.

90. Bogatyrev A. B., Metastable states of sub-micron scale ferromagnetic periodic antidot arrays / Bogatyrev A. B., Metlov K. L. // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2019. – v. 489. – 165416.
91. Smirnova D., Nonlinear topological photonics / Smirnova D., Leykam D., Chong Y., Kivshar Y. // *Applied Physics Reviews*. – 2020. – v. 7(2). – 021306.
92. Magadeev E., Mechanism of Topology Change of Flat Magnetic Structures / Magadeev E., Vakhitov R., Sharafullin I. // *Entropy*. -2022.- v.24(6). – p.1104.
93. Зайкова А.В., Старцева И. Е., Филиппов Б. Н. Доменная структура и магнитные свойства электротехнических сталей, М.: Наука (1992), с. 272.
94. Coey J. M. D., *Magnetism and Magnetic Materials* / Coey J. M. D., // Cambridge University Press, New York – 2009 – 633.
95. Ландау Л. Д., *Электродинамика сплошных сред* / Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. // Москва: Физматлит. – 2005. - с. 656.
96. Евтихийев Н. Н., *Элементы и устройства на цилиндрических магнитных доменах: Справочник* / под ред Евтихьева Н. Н., Наумова Б. Н. // Москва: Радио и связь. – 1987. - 488 с.
97. Эшенфельдер А. *Физика и техника цилиндрических магнитных доменов* / Эшенфельдер А. // Москва: Мир – 1987. – 496 с.
98. Прудников, В. В. *Фазовые переходы и методы их компьютерного моделирования: учебное пособие* / Прудников В. В., Вакилов А. Н., Прудников П. В. // Москва: ФИЗМАТЛИТ - 2009.

СПИСОК АВТОРСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- A1. Magadeev E.B., Stability of nontrivial magnetic structures in ferromagnetic films with antidots. / Magadeev E.B., Vakhitov R.M., Kanbekov R.R. // Journal of Physics: Condensed Matter. 2023. –v. 35 - 015802.
- A2. Магадеев Е.Б., Теория вихреподобных структур в перфорированных магнитных пленках с учетом размагничивающих полей. / Магадеев Е.Б., Вахитов Р. М., Канбеков Р. Р. // ЖЭТФ. - 2022. – Т.162. - №3(9). – С.417-425.
- A3. Magadeev E. B., Vortex-like nano-objects in perforated permalloy films. / Magadeev E. B., Vakhitov R. M., Kanbekov R. R. // Europhysics Letters. -2023. – v.142(2) - 26001.
- A4. Магадеев Е. Б., Особенности формирования плоских неоднородных структур в наноразмерных магнитных пленках. / Магадеев Е. Б., Вахитов Р. М., Канбеков Р. Р. // ЖЭТФ. - 2023. – Т. 163(1). – С.78-86.
- A5. Magadeev E. B., Two methods of forming flat magnetic structures in magnetic films with topological features. / Magadeev E. B., Vakhitov R. M., Kanbekov R. R. // Journal of Physics: Condensed Matter. - 2023. – v. 35(21) - 215801.
- A6. Magadeev E. B., Impact of an external magnetic field on vortex-like magnetic structures in perforated films / Magadeev E. B., Vakhitov R. M., Kanbekov R. R. // Physica B: Condensed Matter. -2024. - Vol 690 – 416136.
- A7. Magadeev E. B., Features of magnetic structures in perforated films due to the finite thickness of the sample. / Magadeev E. B., Vakhitov R. M., Kanbekov R. R. // Journal of Physics: Condensed Matter – 2024 – v. 36(42) - 425802.
- A8. Magadeev E. B., Vakhitov R. M., Kanbekov R. R. Vortex nanoobjects in perforated ferromagnetic films. EASTMAG-2022.

A9. Magadeev E. B., Vakhitov R. M., Kanbekov R. R. Stability of flat structures in ferromagnetic nanofilms. EASTMAG-2022.

A10. Канбеков Р. Р., Магадеев Е. Б., Вахитов Р. М. Особенности магнитных структур в перфорированных пленках, обусловленные конечной толщиной образца. XIII Международная школа-конференция «Фундаментальная математика и её приложения в естествознании».

A11. Р. Р. Канбеков, Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов. Влияние внешнего магнитного поля на вихреподобные магнитные структуры в перфорированных пленках. XIV Международная школа-конференция «Фундаментальная математика и её приложения в естествознании».

A12. Е. Б.Магадеев, Р. М.Вахитов, Р. Р.Канбеков. Вихреподобные нанообъекты в перфорированных пленках пермаллоя Международная конференция «Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах», посвященная 300-летию Российской Академии Наук, Сентябрь 10-15, 2023, Дагестан, Махачкала