

На правах рукописи



КРЯЖЕВ ЯРОСЛАВ АЛЕКСАНДРОВИЧ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОЦЕССА  
НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ**

1.3.14. Теплофизика и теоретическая теплотехника

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Тюмень – 2026

Работа выполнена на кафедре моделирования физических процессов и систем федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Тюменский государственный университет»

Научный руководитель: **Шевелёв Александр Павлович**  
доктор физико-математических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Никифоров Анатолий Иванович**  
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией математического моделирования процессов фильтрации Института механики и машиностроения – обособленного структурного подразделения ФГБУН «ФИЦ «КазНЦ РАН»

**Киреев Виктор Николаевич**  
кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной физики ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уфимский государственный нефтяной технический университет», г. Уфа

Защита диссертации состоится «28» апреля 2026 года в 14:00 на заседании диссертационного совета 24.2.479.03 на базе ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» по адресу: 450008, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» и на сайте: <https://uust.ru/>.

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2026 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета 24.2.479.03,

к. ф.-м. н.

Т. Р. Хабиров

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Для анализа разработки месторождений углеводородов важной задачей является детальное понимание физических процессов, сопровождающих добычу, а также выявление факторов, влияющих на устойчивость фронта вытеснения. Одним из наиболее распространенных методов интенсификации добычи нефти и газа является закачка в пласт различных вытесняющих агентов, таких как вода и газ. Этот процесс позволяет повысить коэффициент извлечения углеводородов, однако он сопровождается различными гидродинамическими явлениями, оказывающими влияние на устойчивость фронта вытеснения.

Вытеснение нефти может протекать по двум основным формам. Первая форма – устойчивое вытеснение, характеризующееся плавным движением фронта вытесняющего агента без нарушения его контакта с вытесняемым флюидом. Вторая форма – неустойчивое вытеснение, при котором возникают возмущения из-за локальных флуктуаций гидродинамической системы. Вторым тип процесса наиболее характерен для разработки месторождений с осложненными условиями, включая залежи высоковязкой нефти и нефтяные оторочки. В этих случаях в зоне контакта вытесняющего агента и углеводородов могут образовываться так называемые «языки», что приводит к преждевременному прорыву вытесняющего агента к добывающим скважинам и снижению эффективности разработки.

Исследование устойчивости фронта вытеснения в таких условиях приобретает особую актуальность, так как позволяет оптимизировать процесс добычи и минимизировать нежелательные эффекты преждевременной обводненности продуктивных пластов. Для этого необходимо выявить ключевые параметры системы "порода-флюид-система разработки", которые оказывают наибольшее влияние на устойчивость фронта, и определить методы их регулирования. Это может включать варьирование состава и физических характеристик вытесняющего агента, изменение условий закачки и другие методы, направленные на стабилизацию фронта вытеснения и повышение коэффициента извлечения углеводородов.

Таким образом, изучение устойчивости фронта вытеснения при закачке в пласт вытесняющих агентов является важным направлением научных исследований, направленных на совершенствование методов разработки месторождений и повышение эффективности извлечения углеводородов из сложных геологических условий.

**Целью** является разработка методики исследования устойчивости процессов изотермического и неизотермического вытеснения нефти высокоподвижным флюидом.

**Задачи:**

1. Формулировка физико-математической модели изотермического процесса вытеснения нефти высокоподвижным флюидом в пористой среде с учетом гравитационных и капиллярных сил.

2. Критериальный анализ устойчивости фронта вытеснения нефти высокоподвижным флюидом в поле гравитационных и капиллярных сил.

3. Разработка физико-математической модели неизотермического вытеснения нефти двухфазным флюидом с учетом уравнения состояния Лихачева-Фогельсона и корреляций Эйнштейна для вязкостей фаз.

4. Численное решение задачи трехфазной неизотермической фильтрации для определения границы водонефтяного фронта.

5. Разработка критерия возникновения и эволюции теплового фронта.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Методика критериального исследования устойчивости фронта вытеснения нефти высокоподвижным флюидом в пористой среде с учетом капиллярных и гравитационных сил в изотермическом случае, позволяющая проводить оценку вероятности преждевременного прорыва вытесняющей фазы (*пункты: 1. Фундаментальные, теоретические и экспериментальные исследования молекулярных и макросвойств веществ в твердом, жидком и газообразном состоянии для более глубокого понимания явлений, протекающих при тепловых процессах и агрегатных изменениях в физических системах; 6. Теория подобия теплофизических процессов; 8. Численное и натурное*

*моделирование теплофизических процессов в природе, технике и эксперименте, расчет и проектирование нового теплотехнического оборудования).*

2. Трехфазная двухкомпонентная физико-математическая модель неизотермического вытеснения нефти пароводяной смесью в пористой среде с использованием уравнения состояния Лихачева-Фогельсона и корреляций Эйнштейна для вязкостей фаз, дающая возможность определить границу паронефтяного фронта (*пункты: 1; 7. Теоретическая и техническая термодинамика, теорию фазовых переходов при горении в гетерогенных системах; 8).*

3. Критерий возникновения и эволюции теплового фронта, характеризующий отношение интенсивности тепловых потерь в кровлю и подошву пласта к скорости подвода тепла в насыщенную пористую среду с теплоносителем (*пункты: 1; 6; 8).*

#### **Научная новизна:**

1. Разработан комплекс критериев, описывающих устойчивость фронта вытеснения нефти высокоподвижным флюидом при изотермическом приближении в пористой среде с учетом капиллярных и гравитационных сил в рамках единой методики, показавший, что даже при превышении соотношения подвижностей единицы при малых скоростях возможен устойчивый режим вытеснения.

2. Создана физико-математическая модель фильтрации нефти, воды и пара с учетом радиальной симметрии, использующая в качестве замыкающих соотношений уравнение состояния Лихачева-Фогельсона и корреляции Эйнштейна для вязкостей фаз.

3. На основе перехода в безразмерное пространство для созданной физико-математической модели фильтрации нефти, воды и пара в цилиндрической системе координат выделено 15 безразмерных переменных и 3 новых комплекса подобия, характеризующих особенности тепломассопереноса в пористой среде.

#### **Теоретическая и практическая значимость**

Теоретическую значимость работы составляют:

1. Модифицированный подход Баклея-Леверетта позволяет учесть влияние капиллярных и гравитационных сил на динамику фронта вытеснения нефти.

2. В рамках развития представлений о вытеснении нефти смесью воды и пара предложена новая физико-математическая модель такого процесса, позволяющая восстанавливать границы фронтов вытеснения нефти.

Практическая значимость работы заключается в следующем:

1. Разработанная методика критериального исследования устойчивости фронта вытеснения нефти высокоподвижным флюидом в пористой среде позволяет определить параметры флюидов и режима работы скважины без возникновения преждевременных прорывов вытесняющего агента.

2. Предложенный критерий возникновения и эволюции теплового фронта позволяет определять минимальный расход пара, необходимый для инициации процесса распространения теплового поля в пористой среде.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается за счет применения фундаментальных уравнений механики многофазных сред при математическом моделировании рассматриваемых процессов; физической и математической непротиворечивостью в рамках физических законов, а также согласовании с литературными экспериментальными данными.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты, представленные в диссертации, докладывались на следующих конференциях: Международный научно-технический семинар «Информационные системы и технологии в геологии и нефтегазодобыче» (Тюмень, 2019), Всероссийская конференция «X Школа-семинар молодых ученых по теплофизике и механике многофазных систем «Трансформация нефтегазового комплекса» (Тюмень, 2023), Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2024» (Москва, 2024), Всероссийская конференция «XI Школа-семинар молодых ученых по теплофизике и механике многофазных систем «Трансформация нефтегазового комплекса» (Тюмень, 2024), Международная научно-практическая конференция имени Д. И. Менделеева (Тюмень, 2024),

Международная научно-практическая конференция «Нефть и газ: технологии и инновации» (Тюмень, 2024).

### **Личный вклад**

Результаты, изложенные в диссертационной работе, получены автором лично или в соавторстве при его непосредственном участии. Автором было получено решение всех поставленных задач и проведен анализ полученных результатов. Автором была проведена работа по подготовке статей для публикаций в научных журналах и докладов для представления на российских и международных конференциях.

### **Публикации**

Основные результаты по теме диссертации изложены в 8 научных работах, в том числе 1 научная статья в рецензируемом научном издании, входящем в базу данных Chemical Abstracts, 1 – в журнале, входящем в базу данных Scopus, 2 – в журнале, входящем в перечень ВАК (К2), 4 – в изданиях, входящих в РИНЦ. Получены свидетельства о государственной регистрации 3 программ для ЭВМ.

### **Объем и структура работы.**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 120 страниц, 61 рисунок, 9 таблиц. Список литературы состоит из 110 источников.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** представлено обоснование актуальности диссертационной работы, определены её цели и поставлены задачи. Также раскрыты научная новизна, обоснованность и достоверность полученных результатов. В завершение раздела приведено краткое описание структуры диссертации.

**В первой главе** приведен обзор теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию течения флюидов в пористой среде и устойчивости фронта вытеснения при многофазной фильтрации флюидов. Рассматриваются работы Чарного И. А., Баренблатта Г. И., Хеле-Шоу Г. С., Саффмана Ф. Г., Тейлора Г. И., заложившие основу теории устойчивости фронта

вытеснения нефти водой, а также более поздние работы, посвященные моделированию неустойчивого заводнения, таких авторов как Salmo I. C., Betteta A, Смирнов Н. Н. и других.

**Во второй главе** представлены результаты исследования устойчивости фронта вытеснения нефти водой в изотермическом приближении с учетом гравитационных и капиллярных сил. Произведен расчет критических чисел, определяющих устойчивость водонефтяного фронта для различных значений относительной динамической вязкости нефтяной фазы.

Рассматривается несмешивающаяся фильтрация несжимаемых флюидов в процессе изотермического вытеснения нефти водой в наклонно направленном пласте в изотропной пористой среде в поле гравитационных и капиллярных сил.

**В разделе 2.1** представлена математическая модель, описывающая рассматриваемый процесс, включающая в себя уравнения неразрывности для фаз (1), уравнения сохранения импульсов для фаз в виде закона Дарси (2), а также замыкающие уравнения для насыщенностей фаз (3) и давлений в фазах (4):

$$m\rho_i \frac{\partial}{\partial t}(s_i) + \rho_i \nabla(\mathbf{u}_i) = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_i = -k \frac{k_{ri}}{\mu_i} (\nabla P_i - \rho_i g \nabla z) \quad (2)$$

$$s_w + s_o = 1 \quad (3)$$

$$P_o - P_w = P_c \quad (4)$$

где  $t$  – время,  $m$  – пористость,  $\rho_i$  – плотность  $i$ -ой фазы,  $s_i$  – насыщенность породы  $i$ -ой фазой,  $u_i$  – скорость фильтрации  $i$ -ой фазы,  $k$  – абсолютная проницаемость породы,  $k_{ri}$  – относительная фазовая проницаемость породы по  $i$ -ой фазе,  $\mu_i$  – динамическая вязкость  $i$ -ой фазы,  $P_i$  – давление  $i$ -ой фазы,  $g$  – ускорение свободного падения,  $z$  – пространственная координата по оси, направленной вертикально вниз,  $P_c$  – капиллярное давление.

В качестве относительных фазовых проницаемостей для проведения модельных расчетов в работе использовались корреляции Кори.

Для получения уравнения относительно насыщенностей флюидов вводится безразмерная функция  $F$  для которой выполняются соотношения (5):

$$\mathbf{u}_w = F\mathbf{u}, \quad \mathbf{u}_o = (1 - F)\mathbf{u} \quad (5)$$

где  $u$  – общая скорость фильтрации жидкости, полученная как сумма фильтрационных скоростей водяной и нефтяной фазы.

В главе далее рассматривается одномерная фильтрация. Используя уравнение для скоростей фаз (2), а также соотношение (5), можно получить явный вид функции  $F$  в виде (6) с обозначениями (7) – (8):

$$F = F_{base} + F_{grav} + F_{cap} \quad (6)$$

$$F_{base} = \frac{\frac{k_{rw}}{\mu_w}}{\frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{k_{ro}}{\mu_o}} \quad (7)$$

$$F_{grav} = -F_{base} \frac{k(\rho_w - \rho_o)g \sin(\alpha)}{u\mu_o} k_{ro}, \quad F_{cap} = F_{base} \frac{k}{u\mu_o} k_{ro} \frac{\partial P_c}{\partial x} \quad (8)$$

где  $\alpha$  – угол наклона пласта относительно горизонтали.

Первое слагаемое  $F_{base}$  – это функция Баклея-Леверетта, а слагаемые  $F_{grav}$  и  $F_{cap}$  – добавки к ней за счет учета гравитационных и капиллярных сил соответственно. Подставляя (5) и (6) в (1), было получено уравнение (9) с обозначениями (10), решая которое, можно найти распределение водонасыщенности вдоль рассматриваемой пористой среды:

$$\frac{\partial s_w}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X} (F_{base} + F_{grav} + F_{cap}) = 0 \quad (9)$$

$$X = \frac{x}{L}, \quad T = \frac{t}{t_0} = \frac{t}{\frac{Lm}{u}} \quad (10)$$

где  $T$  – безразмерное время,  $X$  – безразмерная пространственная координата вдоль пласта,  $L$  – длина пласта.

Таким образом, было получено безразмерное уравнение, решая которое, можно найти распределение водонасыщенности в пласте при вытеснении нефти водой в наклонно направленном пласте при учете гравитационных и капиллярных сил.

**В разделе 2.2** изучаются условия, при которых на фронте вытеснения может развиваться неустойчивость. Эти условия представлены в виде системы неравенств (11), которая связывает подвижности флюидов и модули градиентов давлений перед и за водонефтяным фронтом.

$$\begin{cases} \lambda^+ > \lambda^- \\ |\nabla P|^+ < |\nabla P|^- \end{cases} \quad (11)$$

где  $\lambda$  – коэффициент подвижности флюидов, индекс «+» означает, что значение было рассчитано перед фронтом вытеснения, индекс «-» – что значение было рассчитано за фронтом вытеснения.

Если система неравенств (11) выполняется, флюид перед фронтом вытеснения имеет большую подвижность, чем флюид за фронтом вытеснения. В этом случае при возникновении малых возмущений на фронте вытеснения, например, из-за локальных флуктуаций пористости и проницаемости породы, жидкость с высоким значением подвижности попадает в область с более высоким градиентом давления, из-за чего происходит рост возмущения и образование «языка» обводненности. Формирование таких «языков» снижает эффективность вытеснения, так как значительная часть нефти может быть не охвачена заводнением.

Далее в работе производится анализ выполнения системы неравенств (11) для рассматриваемой математической модели (1) – (4). Для этого вводится уравнение общей безразмерной скорости фильтрации в виде (12) с параметрами (13) – (14), индекс «w» у давления опущен.

$$U = \frac{uL}{k\lambda^-(P_{inj} - P_{res})} = \frac{\lambda}{\lambda^-} \left| \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} \right| - U_G - U_C \quad (12)$$

$$\bar{P} = \frac{P - P_{res}}{P_{inj} - P_{res}}, \quad \bar{P}_c = \frac{P_c}{P_c(s_{wr})} \quad (13)$$

$$U_G = \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o} \rho_o + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \rho_w \right) \frac{Lg \sin(\alpha)}{\lambda^-(P_{inj} - P_{res})}, \quad U_C = \frac{k_{ro}P_c(s_{wr})}{\lambda^- \mu_o (P_{inj} - P_{res})} \frac{\partial \bar{P}_c}{\partial X} \quad (14)$$

где  $\bar{P}$  – безразмерное давление, изменяющееся в диапазоне от 0 до 1,  $P_{res}$  – начальное пластовое давление,  $P_{inj}$  – давление при котором закачивается вытесняющий агент,  $\bar{P}_c$  – безразмерное капиллярное давление,  $s_{wr}$  – критическая водонасыщенность,  $U_G$  – коэффициент, учитывающий влияние гравитационных сил на общую фильтрационную скорость,  $U_C$  – коэффициент, учитывающий вклад капиллярных сил в общую фильтрационную скорость.

Применяя условие сохранения скорости потока на фронте вытеснения и используя (12), было получено связующее уравнение (15) для безразмерных градиентов давления перед и за фронтом, с обозначениями (16):

$$M \left| \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} \right|^+ = \left| \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} \right|^- + G + C \quad (15)$$

$$M = \frac{\lambda^+}{\lambda^-}, \quad G = U_G^+ - U_G^-, \quad C = U_C^+ - U_C^- \quad (16)$$

В случае восходящего фильтрационного потока в гидрофильной среде можно доказать, что числа  $G$  и  $C$  являются положительными. Анализ уравнений (11) и (15) позволяет установить критерии устойчивости фронта вытеснения:

1. Если отношение подвижности флюида перед фронтом к подвижности флюида за фронтом меньше 1 ( $M < 1$ ), фронт вытеснения является устойчивым.

2. При  $M > 1$  устойчивость сохраняется, когда сумма безразмерных параметров  $G$  и  $C$  ниже определенного значения (рисунок 1), приводя к нарушению второго условия системы (11). В этом случае стабилизация фронта обусловлена влиянием гравитационных и капиллярных сил.

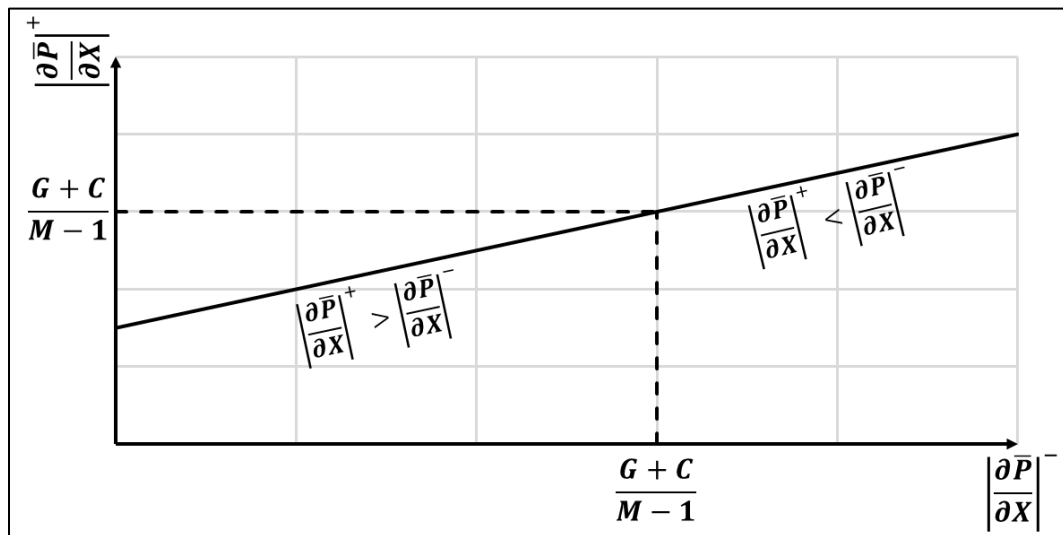


Рисунок 1. Связь модулей безразмерных градиентов давления перед и за фронтом вытеснения.

Для простоты интерпретации вместо суммы критических чисел  $G$  и  $C$  для последующего анализа используется критическая безразмерная фильтрационная скорость (17), при которой градиенты давлений до и после фронта вытеснения имеют одинаковые значения. При превышении фильтрационной скорости критической, на водонефтяном фронте происходит образование нарастающего возмущения, при условии, что отношение подвижностей  $M$  больше единицы.

$$U_{cr} = \frac{\lambda}{\lambda^-} \frac{G + C}{M - 1} - U_G - U_C \quad (17)$$

В разделе 2.3 производится решение уравнения (9) для определения фронтальной водонасыщенности, после чего рассчитываются критические параметры  $M$  и  $U_{cr}$ , которые определяют устойчивость водонефтяного фронта в процессе вытеснения.

Для анализа устойчивости фронта вытеснения в зависимости от вязкости нефти ее значение варьировалось от 0,005 Па·с до 0,05 Па·с при вязкости водной фазы 0,001 Па·с. Визуализация полученных результатов продемонстрирована на рисунке 2.

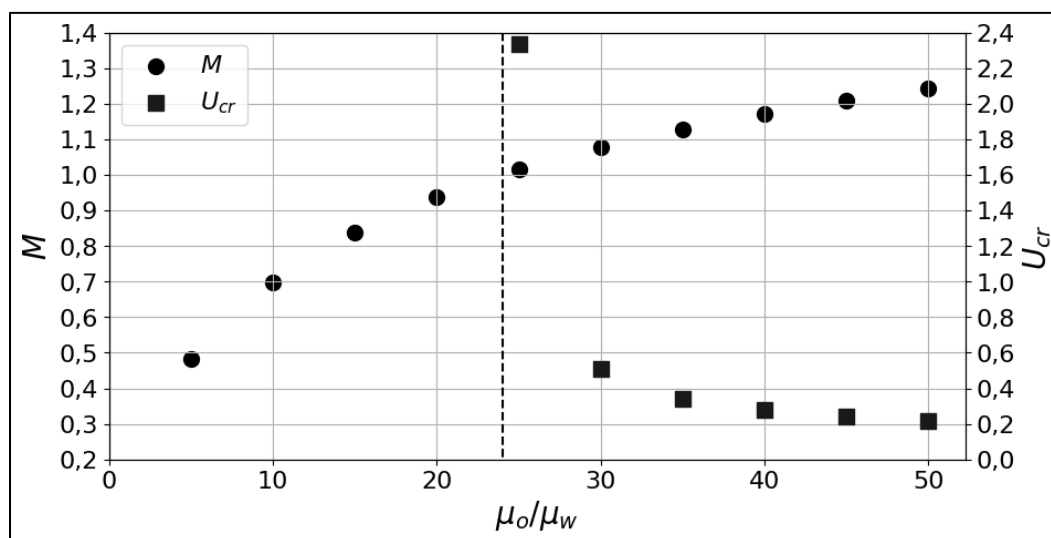


Рисунок 2. Значение критического числа  $M$  и критической скорости  $U_{cr}$  в зависимости от относительной вязкости нефти.

При переходе от маловязкой к высоковязкой нефти отношение подвижностей флюидов до и после фронта вытеснения монотонно увеличивается, достигая значения равного 1 при  $\mu_o = 23$  сП. В этой области фронт вытеснения является устойчивым. При дальнейшем увеличении вязкости нефти фронт будет неустойчивым, если скорость фильтрации будет превышать критическую.

Критическая скорость фильтрации в области около  $M=1$ , имеет высокие значения и резко убывает при увеличении вязкости нефти, что говорит о том, что для более вязких нефтей необходимо поддерживать более низкие скорости закачки вытесняющего агента в пласт для устойчивого вытеснения. В этом случае действие гравитационных и капиллярных сил достаточно высокое для предотвращения роста возмущений.

Учитывая, что вязкость нефти сильно зависит от температуры, разработанная методика оценки устойчивости фронта вытеснения позволяет определить, при какой температуре вытеснение разогретой нефти будет сопровождаться устойчивым фронтом вытеснения. Используя корреляцию Эйнштейна для вязкости нефти, были рассчитаны критические числа для различных значений температуры (рисунок 3).

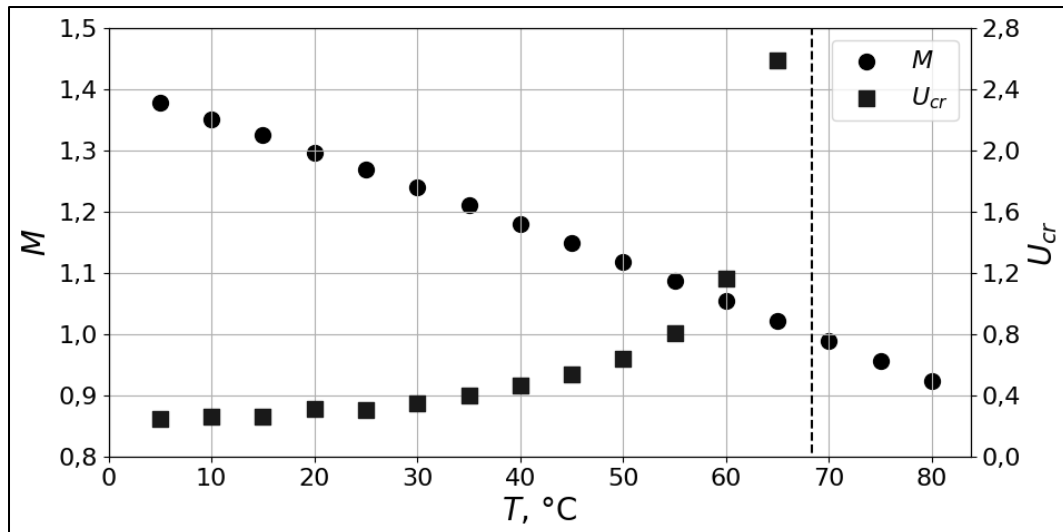


Рисунок 3. Зависимость критических чисел от температуры.

Из графика видно, что при увеличении температуры число  $M$  снижается, а критическая фильтрационная скорость увеличивается, то есть система стремится попасть в область с устойчивым фронтом вытеснения.

**В третьей главе** формулируется математическая модель трехфазной неизотермической фильтрации воды, пара и нефти в пористой среде в процессе закачки пароводяной смеси в пласт.

**В разделе 3.1** приводятся основные уравнения, описывающие рассматриваемый процесс, которые включают в себя уравнения сохранения массы и импульсов фаз, закон сохранения энергии и замыкающее соотношение для насыщенностей фаз, а также вводятся основные допущения, представленные ниже:

1. Используется метод плоских течений, считается, что фильтрационные потоки в вертикальном направлении отсутствуют.

2. Принято приближение Ловерье, температура в каждом вертикальном сечении пласта одинакова, перенос тепла в кровле и подошве принимается происходящим только в вертикальном направлении.

3. Пар находится на линии насыщения в процессе фильтрации.

4. Разность давлений в фазах опускается.

Для математического описания рассматриваемого процесса используется система цилиндрических координат. Уравнения неразрывности для фаз в этом случае имеют вид (18) – (20):

$$\frac{\partial(m\rho_o s_o)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_{or}\rho_o) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(v_{o\varphi}\rho_o) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial(m\rho_w s_w)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_{wr}\rho_w) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(v_{w\varphi}\rho_w) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{L\rho_w\rho_s}{T} \frac{\partial T}{\partial P}\right) \quad (19)$$

$$\frac{\partial(m\rho_s s_s)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_{sr}\rho_s) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(v_{s\varphi}\rho_s) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{L\rho_w\rho_s}{T} \frac{\partial T}{\partial P}\right) \quad (20)$$

где  $t$  – время,  $r$  – полярный радиус,  $\varphi$  – полярный угол,  $s_i$  – насыщенность породы  $i$ -ой фазой,  $\rho_i$  – плотность  $i$ -ой фазы,  $v_{ir}$  и  $v_{i\varphi}$  – радиальная и угловая компонента фильтрационной скорости  $i$ -ой фазы,  $P$  – давление,  $T$  – температура,  $L$  – удельная теплота фазового перехода вода-пар.

Уравнения импульсов представляются в виде законов Дарси (21) для фаз:

$$\mathbf{v}_i = -\frac{kk_{ri}}{\mu_i} \left( \frac{\partial P}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \mathbf{e}_\varphi \right) = v_{ir} \mathbf{e}_r + v_{i\varphi} \mathbf{e}_\varphi \quad (21)$$

где  $v_i$  – фильтрационная скорость  $i$ -ой фазы,  $k$  – абсолютная проницаемость породы,  $k_{ri}$  – относительная фазовая проницаемость породы по  $i$ -ой фазе,  $\mu_i$  – динамическая вязкость  $i$ -ой фазы,  $\mathbf{e}_r$  – единичный радиус-вектор,  $\mathbf{e}_\varphi$  – единичный угловой вектор.

Насыщенности фаз подчиняются соотношению (22):

$$s_o + s_w + s_s = 1 \quad (22)$$

Закон сохранения энергии представлен в виде конвективного уравнения теплопроводности (23):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} & \left( ((1-m)C_r\rho_r + m(\rho_o C_o s_o + \rho_w C_w s_w + \rho_s C_s s_s))T \right) \\ & - k \left( C_o \rho_o \frac{k_{ro}}{\mu_o} + C_w \rho_w \frac{k_{rw}}{\mu_w} + C_s \rho_s \frac{k_{rs}}{\mu_s} \right) \left( \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) \\ & = - \frac{\alpha(T - T_r)}{h} \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\rho_r$  – плотность породы,  $C_r$  – удельная теплоемкость породы,  $C_o$  – удельная теплоемкость нефти,  $C_w$  – удельная теплоемкость воды,  $C_s$  – удельная теплоемкость пара,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $h$  – мощность пласта.

Таким образом математическая модель процесса вытеснения нефти пароводяной смесью состоит из 8 основных уравнений (18) – (23) с 8 неизвестными:  $s_o, s_w, s_s, v_o, v_w, v_s, P, T$ , то есть система уравнений является замкнутой.

**В разделе 3.2** приводятся вспомогательные соотношения для функций, зависящих от термобарических условий и насыщенностей флюидов.

В качестве уравнения состояния для газовой фазы используется уравнение Менделеева-Клапейрона (24), для водяной фазы и нефтяной фаз – уравнение Лихачева-Фогельсона (25):

$$\rho_s = \frac{PM_w}{RT} \quad (24)$$

$$\frac{1}{\rho_i} = A_i + B_i T - A_{1i} P - C_{3i} P T + C_{1i} P^2 + C_{2i} P T^2 + V_{ei} e^{-A_{2i} P - \frac{E_i + A_{3i} P}{RT}}, \quad (25)$$

$$i = w, o$$

где  $M_w$  – молярная масса воды,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $A_i, A_{1i}, A_{2i}, A_{3i}, B_i, C_{1i}, C_{2i}, C_{3i}, E_i, V_{ei}$  – постоянные коэффициенты для  $i$ -ой фазы.

При рассмотрении неизотермической фильтрации необходимо учитывать изменение вязкости флюидов от температуры. Для газовой фазы используется эмпирическое соотношение (26), для водяной и нефтяной фаз – уравнение Эйнштейна (27):

$$\mu_s(P, T) = \left( A_{\mu s} + B_{\mu s} (T - T_0) + C_{\mu s} \left( \frac{P}{P_0} \right)^{D_{\mu s}} \right) \cdot 10^{-3} \quad (26)$$

$$\mu_i(T) = K_{\mu i} e^{C_{\mu i} T}, \quad i = w, o \quad (27)$$

где  $K_{\mu i}, C_{\mu i}, A_{\mu s}, B_{\mu s}, C_{\mu s}, D_{\mu s}, T_0, P_0$  – постоянные коэффициенты, которые подбираются для настройки корреляций на экспериментальные данные.

В качестве относительных фазовых проницаемостей породы при трехфазной фильтрации используется корреляция Кори для водяной и газовой фаз, а для нефтяной фазы – модель Стоуна I.

В разделе 3.3 производится обезразмеривание основных уравнений трехфазной фильтрации. Подставляя (21) в (18) – (20) и вводя безразмерные параметры (28), была получена система из 5 безразмерных уравнений (29) – (33):

$$\bar{r} = \frac{r - r_s}{r_r - r_s}, \quad \bar{P} = \frac{P - P_r}{P_s - P_r}, \quad \bar{T} = \frac{T - T_r}{T_s - T_r}, \quad \bar{T}_r = \frac{T_r}{T_s - T_r},$$

$$\bar{\mu}_i = \frac{\mu_i}{\mu_w^0}, \quad \bar{\rho}_i = \frac{\rho_i}{\rho_w^0}, \quad \bar{C}_i = \frac{C_i}{C_w^0}, \quad (28)$$

$$\tau = \frac{t}{t_0} = \frac{t k (P_s - P_r)}{m \mu_w^0 r_r^2}, \quad \Lambda = \frac{\rho_w^0 L}{m (P_s - P_r)}, \quad A = \frac{\alpha \mu_w^0 r_r^2}{k h (P_s - P_r) \rho_w^0 C_w}$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}_o s_o)}{\partial \tau} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{k_{ro} \bar{\rho}_o}{\bar{\mu}_o} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{r}} \right) - \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{k_{ro} \bar{\rho}_o}{\bar{\mu}_o} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \varphi} \right) = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}_w s_w)}{\partial \tau} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{k_{rw} \bar{\rho}_w}{\bar{\mu}_w} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{r}} \right) - \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{k_{rw} \bar{\rho}_w}{\bar{\mu}_w} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \varphi} \right) = -\Lambda \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\bar{\rho}_w \bar{\rho}_s}{\bar{T} + \bar{T}_r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{P}} \right) \quad (30)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}_s s_s)}{\partial \tau} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{k_{rs} \bar{\rho}_s}{\bar{\mu}_s} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{r}} \right) - \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{k_{rs} \bar{\rho}_s}{\bar{\mu}_s} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \varphi} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\bar{\rho}_w \bar{\rho}_s}{\bar{T} + \bar{T}_k} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{P}} \right) \quad (31)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \left[ \left( \frac{1}{m} - 1 \right) \bar{C}_r \bar{\rho}_r + (\bar{\rho}_o \bar{C}_o s_o + \bar{\rho}_w \bar{C}_w s_w + \bar{\rho}_s \bar{C}_s s_s) \right] (\bar{T} + \bar{T}_r) \right) - \left( \bar{C}_o \frac{k_{ro} \bar{\rho}_o}{\bar{\mu}_o} + \bar{C}_w \frac{k_{rw} \bar{\rho}_w}{\bar{\mu}_w} + \bar{C}_s \frac{k_{rs} \bar{\rho}_s}{\bar{\mu}_s} \right) \left( \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \varphi} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \varphi} \right) = -A \bar{T} \quad (32)$$

$$s_o + s_w + s_s = 1 \quad (33)$$

где  $P_r$  – начальное пластовое давление,  $P_s$  – давление закачки пара,  $T_r$  – начальная пластовая температура,  $T_s$  – температура закачки пара,  $r_r$  – радиус контура питания,  $r_s$  – радиус скважины,  $\mu_w^0$ ,  $\rho_w^0$ ,  $C_w^0$  – динамическая вязкость, плотность и удельная теплоемкость воды в стандартных условиях.

Особую значимость имеет безразмерный коэффициент  $A$ , который определяет отношение интенсивности тепловых потерь в кровлю и подошву пласта к скорости подвода тепла в насыщенную пористую среду с теплоносителем.

**В четвертой главе** производится моделирование процесса неизотермической трехфазной фильтрации в соответствии с математической моделью, полученной в 3 главе с внесением дополнительных допущений:

1. Полагается, что задача имеет радиальную симметрию.
2. Интенсивность фазового перехода полагается низкой.

**В разделе 4.1** представлен метод расчета полей давления, температуры и насыщенных. Используя введенные допущения, можно получить систему уравнений (34) с обозначениями (35) – (36):

$$\begin{cases} J \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} K \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{r}} \right) (\bar{T} + \bar{T}_r) - K \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} = -AT \\ \frac{\partial (\bar{\rho}_i s_i)}{\partial \tau} = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} K_i \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{r}} \right) \\ s_o + s_w + s_s = 1 \end{cases} \quad (34)$$

$$J = \left( \frac{1}{m} - 1 \right) \bar{C}_r \bar{\rho}_r + (\bar{\rho}_o \bar{C}_o s_o + \bar{\rho}_w \bar{C}_w s_w + \bar{\rho}_s \bar{C}_s s_s) \quad (35)$$

$$K = \bar{C}_o K_o + \bar{C}_w K_w + \bar{C}_s K_s, \quad K_i = \frac{k_{ri} \bar{\rho}_i}{\bar{\mu}_i} \quad (36)$$

Начальные и граничные условия принимаются в виде (37) и (38) соответственно:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \begin{cases} 1, \bar{r} = 0 \\ 0, \bar{r} > 0 \end{cases}, \quad \bar{T} = \begin{cases} 1, \bar{r} = 0 \\ 0, \bar{r} > 0 \end{cases} \\ s_o &= \begin{cases} s_{orw}, \bar{r} = 0 \\ 1 - s_{wr}, \bar{r} > 0 \end{cases}, \quad s_w = \begin{cases} 1 - s_{orw} - s_{sw}, \bar{r} = 0 \\ s_{wr}, \bar{r} > 0 \end{cases}, \quad s_s = \begin{cases} s_{sw}, \bar{r} = 0 \\ 0, \bar{r} > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \begin{cases} 1, \bar{r} = 0 \\ 0, \bar{r} = 1 \end{cases}, \quad \bar{T} = 1, \bar{r} = 0 \\ s_o &= s_{orw}, \bar{r} = 0, \quad s_w = 1 - s_{orw} - s_{sw}, \bar{r} = 0, \quad s_s = s_{sw}, \bar{r} = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

где  $s_{orw}$  – критическая нефтенасыщенность в системе вода-нефть,  $s_{wr}$  – критическая водонасыщенность,  $s_{sw}$  – массовая концентрация пара в общем потоке пароводяной смеси.

Расчет полей давления, температуры и насыщенных фаз происходит с использованием конечноразностной явной схемы аппроксимации частных производных при принятых начальных и граничных условиях.

**В разделе 4.2** представлены результаты численного расчета полей давления, температуры и насыщенных фаз (рисунки 4 – 8) при входных

параметрах, указанных в таблице 1, и произведен анализ их зависимости от различных значений безразмерного числа  $A$ , которое определяет отношение интенсивности тепловых потерь в кровлю и подошву пласта к скорости подвода тепла в насыщенную пористую среду с теплоносителем.

Таблица 1. Входные параметры для моделирования трехфазной неизотермической фильтрации

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
$t$	72 ч	$T_r$	333 К	$\mu_w(T_r)$	0.5 сП
$P_s$	15 МПа	$\mu_o(T_s)$	0.3 сП	$\mu_s(T_s)$	0.02 сП
$P_r$	10 МПа	$\mu_o(T_r)$	30 сП	$\mu_s(T_r)$	0.01 сП
$T_s$	573 К	$\mu_w(T_s)$	0.007 сП	-	-

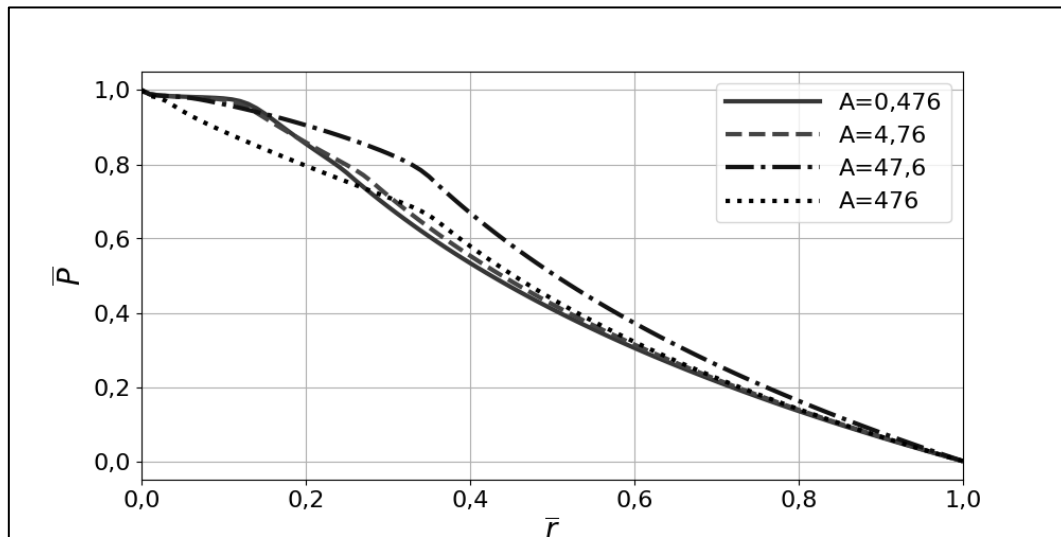


Рисунок 4. Распределение поля давления.

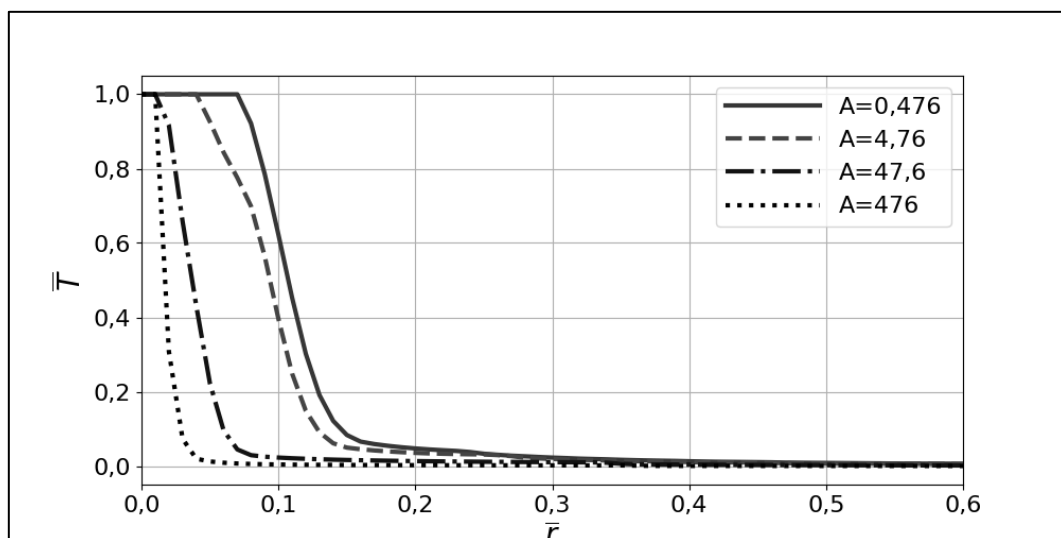


Рисунок 5. Распределение поля температуры.

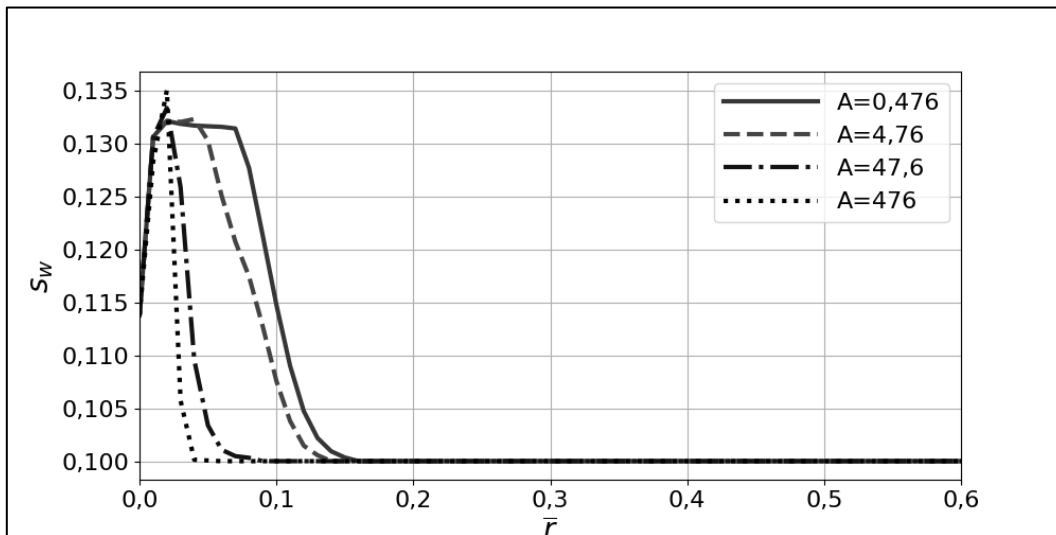


Рисунок 6. Распределение водонасыщенности.

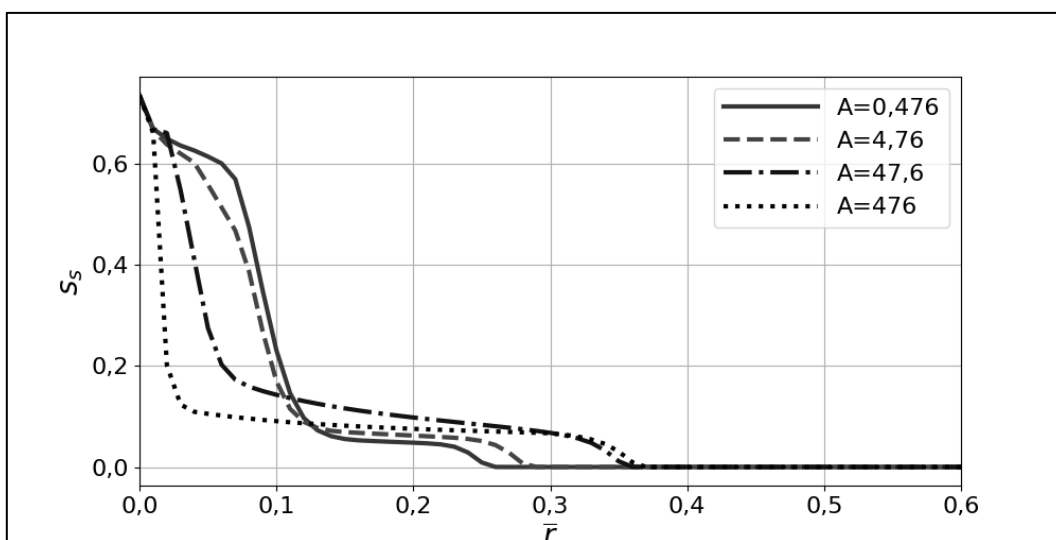


Рисунок 7. Распределение газонасыщенности.

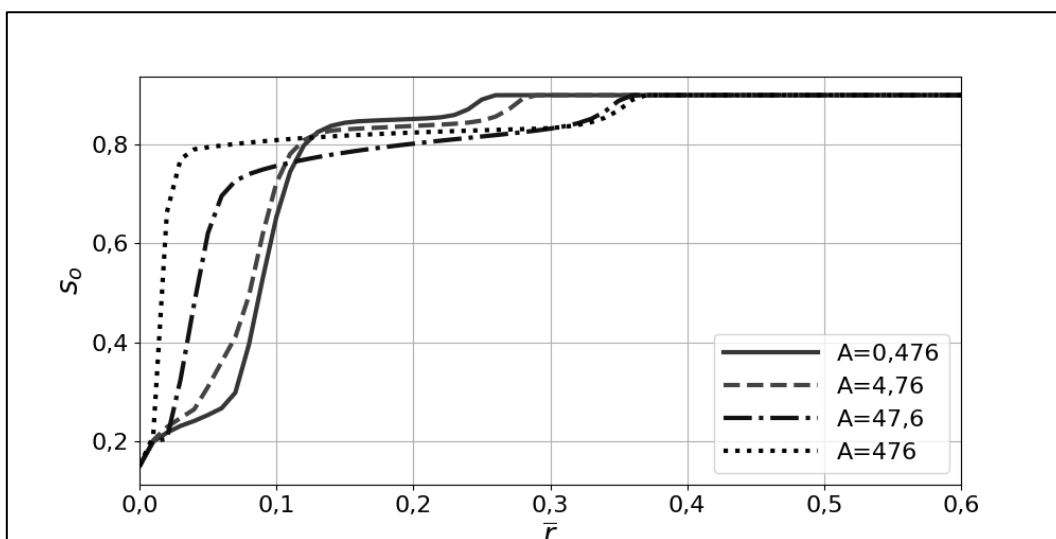


Рисунок 8. Распределение нефтенасыщенности.

Согласно рисункам 4 и 5, возмущение давления распространяется быстрее теплового фронта. Причина в том, что механизм передачи давления (упругие деформации) значительно быстрее механизмов переноса тепла (теплопроводность и конвекция).

Для температурного поля видна сильная зависимость его скорости распространения от числа  $A$ . При увеличении тепловых потерь скорость продвижения температурного фронта снижается.

Наиболее интересными являются графики распределения паронасыщенности и нефтенасыщенности (рисунки 7 и 8). Видно, что в процессе фильтрации с некоторого момента времени происходит деформация паронефтяного фронта, которую можно связать с началом интенсивного роста «языков» паровой фазы. Так, используя распределение паронасыщенности, можно интегрально оценить время начала образования «языков» паровой фазы, что является важным при анализе разработки высоковязких нефтей.

Анализируя графики 7 и 8, можно прийти к выводу, что увеличение числа  $A$  приводит к более раннему началу образования «языков» паровой фазы. Такое поведение является следствием того, что при высокой интенсивности тепловых потерь высоковязкая нефть на фронте вытеснения не успевает нагреться и стать более подвижной, вследствие чего между подвижностями вытесняющего и вытесняемого флюида имеется большая разница, чем в случае с низкой интенсивностью тепловых потерь.

Для всех расчетов было оценено время начала образования «языков» паровой фазы в зависимости от числа  $A$ . В качестве этого времени брался момент, когда основной фронт вытеснения начинал отставать от «языков» более чем в 2 раза. Так была получена корреляция (рисунок 9), которая позволяет оценить это время в зависимости от числа  $A$ .

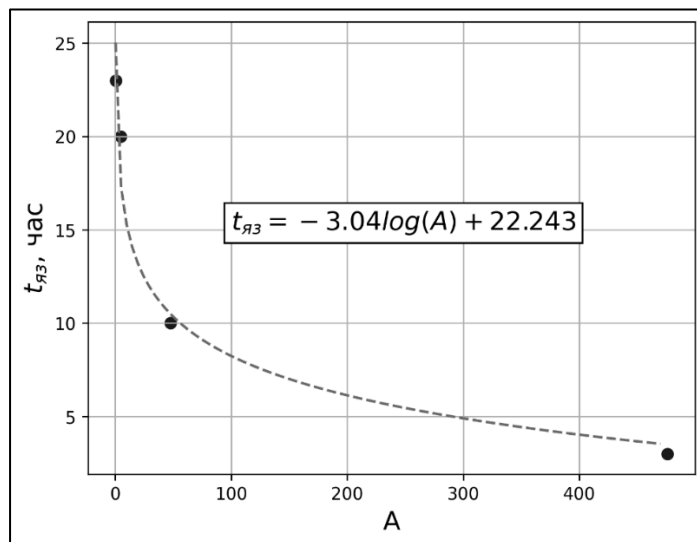


Рисунок 9. Зависимость времени начала образования «языков» паровой фазы от числа  $A$ .

Таким образом, критическое число  $A$  может характеризовать скорость распространения температурного поля в пористой среде и время начала образования «языков» подвижной фазы. Эта информация может быть использована для оценки эффективности процесса вытеснения нефти пароводяной смесью в критериальном анализе без непосредственного моделирования всего процесса целиком.

В рамках данной работы также была проведена верификация разработанной модели посредством сравнения ее результатов с результатами, полученными с помощью коммерческого программного комплекса «ТНавигатор» (модуль термического моделирования), которая показала хорошую сходимость между распределениями давлений и температур в процессе фильтрации.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в результате исследования, приведенного в настоящей работе, можно сделать следующие основные выводы:

1. Введение безразмерной фильтрационной скорости позволило установить, что при вытеснении нефти водой в наклонных пластах гравитационные силы препятствуют «языкообразованию» при восходящем

фильтрационном потоке, а капиллярные силы препятствуют развитию неустойчивости фронта вытеснения нефти водой в гидрофильной пористой среде.

2. Установлено существование критической скорости вытеснения высоковязкой нефти водой в поле гравитационных и капиллярных сил в пористой среде, при которой фронт вытеснения является устойчивым даже в случае, когда подвижность вытесняемой жидкости ниже, чем у вытесняющей.

3. Показано, что использование уравнений Лихачева-Фогельсона для плотности жидких фаз и корреляций Эйнштейна для их вязкостей в трехфазной двухкомпонентной физико-математической модели неизотермической фильтрации позволяет интегрально оценить время начала «языкообразования» при вытеснении нефти пароводяной смесью.

4. Установлено, что введенный безразмерный комплекс  $A$ , характеризующийся отношением интенсивности тепловых потерь в кровлю и подошву пласта к скорости подвода тепла в насыщенную пористую среду с теплоносителем, позволяет получить корреляционную зависимость времени начала интенсивного «языкообразования» при вытеснении высоковязкой нефти пароводяной смесью от этого комплекса.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

### *Научные публикации в журналах, входящих в перечень ВАК*

1. Кряжев, Я. А. Исследование эффективности вытеснения высоковязкого флюида двухфазным теплоносителем в зависимости от скорости подвода тепла в пористую среду и величины тепловых потерь / Я. А. Кряжев, А. П. Шевелёв, А. Я. Гильманов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико–математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2025. – Т. 11, № 1. – С. 6–22.

2. Кряжев, Я. А. Критериальный анализ возникновения неустойчивости фронта вытеснения при заводнении нефтяных пластов / Я. А. Кряжев, А. Я. Гильманов, К. М. Федоров, А. П. Шевелёв // Вестник Тюменского

государственного университета. Физико–математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2024. – Т.10, № 4. – С. 114–131.

***Научные публикации в журналах, входящих в  
международные базы данных***

3. Кряжев, Я. А. Критерии устойчивости процессов вытеснения при добыче углеводородов / Я. А. Кряжев, В. А. Кряжев, А. П. Шевелёв, А. Я. Гильманов // Инженерно–физический журнал. – 2022. – Т. 95, № 5. – С. 1176 – 1182.

4. Федоров, К. М. К вопросу устойчивости фронтов вытеснения нефти из терригенных и карбонатных коллекторов / К. М. Федоров, Т. А. Поспелова, А. П. Шевелёв, Я. А. Кряжев, В. А. Кряжев // Нефтепромысловое дело. – 2019. – № 11. – С. 69–72.

***Публикации в других изданиях***

5. Кряжев, Я. А. Анализ условий возникновения неустойчивости фронта вытеснения нефти водой в задаче Рапопорта–Лиса / Я. А. Кряжев, А. П. Шевелёв, А. Я. Гильманов / Материалы международной научно–практической конференции им. Д. И. Менделеева, посвященной 60–летию ТИУ. – Тюмень: Издательство тюменского индустриального университета, 2025. – С. 136–138.

6. Кряжев, Я. А. Вывод критериев возникновения неустойчивости фронта вытеснения нефти при заводнении пластов / Я. А. Кряжев // Сборник материалов XI школы–семинара молодых учёных по теплофизике и механике многофазных систем: «Трансформация нефтегазового комплекса 2030». – Тюмень: Издательство тюменского государственного университета, 2024. – С. 88–93

7. Кряжев, Я. А. Вытеснение высоковязкой нефти водяным паром / Я. А. Кряжев / Сборник материалов X школы–семинара молодых учёных по теплофизике и механике многофазных систем: «Трансформация нефтегазового комплекса 2030». – Тюмень: Издательство тюменского государственного университета, 2023. – С. 41–42.

8. Федоров, К. М. Анализ устойчивости газонефтяного и водонефтяного контактов при разработке нефтяной оторочки на истощении / К. М. Федоров, А.

П. Шевелёв, Я. К. Кряжев, В. А. Кряжев // Информационные системы и технологии в нефтегазодобыче. – Тюмень: Издательство тюменского индустриального университета, 2021. – С. 169 – 174.

***Свидетельства на программы для ЭВМ***

9. Гильманов А. Я., Кряжев Я. А., Шевелёв А. П. «Программа для расчета критического числа, определяющего устойчивость фронта вытеснения нефти водой». Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024683845 от 14.10.2024 г.

10. Гильманов А. Я., Кряжев Я. А., Шевелёв А. П. «Программа для расчета критических чисел, определяющих устойчивость фронта вытеснения нефти водой в поле гравитационных сил». Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024683362 от 14.10.2024 г.

11. Гильманов А. Я., Кряжев Я. А., Шевелёв А. П. «Программа для расчета критических чисел, определяющих устойчивость фронта вытеснения нефти водой в поле гравитационных и капиллярных сил». Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024683547 от 14.10.2024 г.