

На правах рукописи



ФОКЕЕВА НИНА ОЛЕГОВНА

**ФИЛЬТРАЦИЯ В ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ СКВАЖИНЫ**

1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Уфа – 2023

Работа выполнена в Институте механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленном структурном подразделении Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук.

Научный руководитель: **Башмаков Рустэм Абдрауфович**
кандидат физико-математических наук

Официальные оппоненты: **Шамсиев Марат Назмиевич**
доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории подземной гидродинамики Института механики и машиностроения – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук»

Мальшев Виктор Леонидович
кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры «Разработка и эксплуатация газовых и нефтегазоконденсатных месторождений» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский государственный нефтяной технический университет»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Самарский государственный технический университет», г. Самара

Защита состоится «14» декабря 2023 года в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.479.05 на базе ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», по адресу: 450008, г. Уфа, ул. К. Маркса, 12.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» и на сайте <https://uust.ru/>.

Автореферат разослан «_____» _____ 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.ф.-м.н., доцент



Киреев Виктор Николаевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. Гидроразрыв пласта (ГРП) – один из важнейших методов интенсификации добычи углеводородов за счёт образования высокопроводящих трещин в пласте. Этот метод воздействия на пласт, способствующий повышению продуктивности скважин, позволяет резко и существенно увеличить как дебит добывающих, так и приёмистость нагнетательных скважин.

В настоящее время в связи с вовлечением в разработку трудноизвлекаемых запасов (ТриЗ) метод гидравлического разрыва пласта не теряет своей актуальности и активно применяется по всему миру. Количество проведённых операций гидроразрыва в год исчисляется тысячами. В России происходит импортозамещение технологий и сервиса в нефтегазовой отрасли, за три года ожидается создание полностью отечественного флота ГРП, что ещё раз подтверждает востребованность данной технологии.

Множество работ посвящено теме гидравлического разрыва пласта, накопленный опыт его реализации позволяет совершенствовать технологию. Развиваются теоретические представления о гидроразрыве, многие задачи решаются с привлечением математических методов. На практике важной задачей является моделирование нестационарного процесса фильтрации жидкости в системе «трещина-пласт», в частности, моделирование динамики дебита, а также давления как в трещине ГРП, так и в самой скважине при переменном режиме её работы.

Одна из проблем состоит в том, что геометрические и фильтрационные параметры трещины, образующейся при ГРП, сложно спрогнозировать, а это ключевые факторы для правильной оценки эффективности и экономической целесообразности данной процедуры. Поэтому важен вопрос исследования параметров трещины ГРП как отклика пласта на проведённый гидроразрыв.

Целью диссертационной работы является установление закономерностей и получение аналитических выражений, описывающих процесс нестационарной фильтрации в трещине ГРП при переменных режимах работы скважины с учётом перетока жидкости между трещиной и пластом на основе теоретической модели, и решение обратной задачи по определению проводимости трещины ГРП.

Для достижения цели поставлены и решены следующие задачи:

- определены аналитические решения интегро-дифференциального уравнения, описывающего распределение давления в вертикальной трещине ГРП при ступенчатом и непрерывном изменении забойного давления скважины;
- построены аналитические решения интегро-дифференциального уравнения, описывающего динамику давления в вертикальной трещине

ГРП при ступенчатом и непрерывном изменении расхода жидкости скважины;

- получены формулы, позволяющие определять давление на забое при заданном переменном расходе жидкости скважины, а также вычислять расход скважины по заданному закону изменения забойного давления;
- решена обратная задача по определению проводимости трещины ГРП при известном расходе жидкости и динамике забойного давления;
- сопоставлены полученные результаты с промысловыми данными реальных скважин.

Научная новизна работы. Результаты диссертационной работы являются новыми. На основе теоретической модели выведены аналитические решения, описывающие фильтрацию флюида в трещине ГРП при различных режимах работы скважины. Выявлены закономерности между динамикой расхода жидкости и изменением давления на забое скважины и в трещине ГРП, которые позволяют более точно оценивать продуктивность скважины после ГРП и делать выводы об эффективности проведённой операции. Проведена верификация решений посредством сопоставления с промысловыми данными. Представлена формула для определения проводимости трещины ГРП на основе данных эксплуатации скважины после проведения гидроразрыва и геолого-физических характеристик (ГФХ) продуктивных пластов.

Обоснованность и достоверность результатов работы основана на корректной физической и математической постановке задач; применении при их решении фундаментальных законов и постулатов механики сплошных сред и теории фильтрации; обусловлена достаточно хорошим согласованием с фактическими промысловыми данными и результатами других исследователей в данной области.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты проведённого исследования позволяют уточнить и расширить теоретические представления о фильтрации флюида в трещине ГРП. Получены аналитические решения, которые устанавливают взаимосвязь между изменяющимся расходом жидкости, а также давлением в скважине и трещине ГРП с учётом утечки жидкости в продуктивный пласт. С практической точки зрения особую ценность имеет возможность определения проводимости трещины ГРП на основе полученных решений. Результаты могут быть использованы для уточнения интерпретации гидродинамических исследований скважин (ГДИС) и при построении дизайна гидроразрыва пласта.

Методы исследования. Для установления научных результатов в диссертационной работе применены методы, используемые при решении задач механики сплошных сред. Вывод аналитических решений осуществлялся на основе уравнений математической физики. Расчёты

реализованы с помощью специального программного пакета, а также посредством математического моделирования в среде Microsoft Visual Studio. Для проверки построенной модели применялся сравнительный анализ результатов моделирования с реальными промысловыми данными.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на посвящённых данной тематике семинарах в Институте механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН. Кроме того, основные положения и результаты исследования были представлены на следующих конференциях: Международная конференция «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения», Южный Урал, Якты-Куль, 13-17 марта 2023 г.; полуфинал Всероссийского инженерного конкурса 2022/23 (ВИК), лауреат полуфинала; Ежегодная межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов имени Е.В. Арменского, г. Москва, 27 февраля-7 марта 2023 г.; VIII Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Современные проблемы физико-математических наук» (СПФМН-2022), г. Орёл, 25-26 ноября 2022 г.; Международная научно-практическая конференция имени Д.И. Менделеева, г. Тюмень, 24-26 ноября 2022 г., диплом 3 степени; XVI Всероссийская молодежная научная конференция Мавлютовские чтения, г. Уфа, 25-27 октября 2022 г., диплом 2 степени; XXIII Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям (УМ-2022), г. Новосибирск, 24-28 октября 2022 г., диплом победителя; Российский нефтегазовый технический конгресс (РНТК), г. Москва, 11-13 октября 2022 г.; Международная конференция «Марчуковские научные чтения 2022» (МНЧ-2022), г. Новосибирск, 3-7 октября 2022 г.; Всероссийская научно-практическая конференция, посвящённая памяти профессора Усманова Салавата Мударисовича «Обратные задачи и математические модели», г. Бирск, 16 сентября 2022 г.; Всероссийская конференция молодых учёных-механиков (YSM-2022), г. Сочи, 4-14 сентября 2022 г.; Конкурс научных докладов молодых учёных ИМех УФИЦ РАН, г. Уфа, 25 апреля 2022 г., диплом 1 степени; XXII Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям (УМ-2021), г. Новосибирск, 25-29 октября 2021 г.; Международная научная конференция «Уфимская осенняя математическая школа», г. Уфа, 6-9 октября 2021 г.; V Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы науки и образования в современном вузе», г. Стерлитамак, 16-18 сентября 2021 г.; IX Международная научная конференция «Современные проблемы математики и физики», посвящённая 70-летию чл.-корр. АН РБ К.Б. Сабитова, г. Стерлитамак, 12-15 сентября 2021 г.; 23-конференция по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа «Геомодель 2021», г. Геленджик, 6-10 сентября

2021 г., доклад отмечен как лучший в секции; Конкурс научных докладов молодых учёных ИМех УФИЦ РАН, г. Уфа, 17 июня 2021 г., диплом 3 степени; VII Российская конференция с международным участием «Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения», посвящённая 80-летию академика РАН Р.И. Нигматулина, г. Уфа, 5-10 октября 2020 г.; IX Международная молодёжная научно-практическая конференция «Математическое моделирование процессов и систем», г. Стерлитамак, 30 октября-1 ноября 2019 г.

Представленные в диссертации исследования выполнялись при частичной поддержке гранта Российского научного фонда № 21-11-00207, <https://rscf.ru/project/21-11-00207/>.

Публикации. Результаты по теме исследования представлены в 17 публикациях. В перечень научных изданий, индексируемых в международных базах данных Scopus и Web of Science, вошла 1 статья (квартиль Q1). В научных журналах перечня Russian Science Citation Index (RSCI) опубликовано 2 статьи. В РИНЦ входят 12 работ в сборниках трудов Международных и Всероссийских конференций, а также 2 статьи в научных журналах. Получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Аналитические решения интегро-дифференциального уравнения, описывающего динамику давления в трещине ГРП при изменяющемся забойном давлении скважины.
2. Аналитические решения, отражающие реакцию давления в скважине и трещине ГРП при изменении дебита скважины, а также позволяющие определять расход жидкости по динамике забойного давления. Результаты получены как для дискретно, так и для непрерывно изменяющегося расхода.
3. Решение обратной задачи по определению параметров трещины гидроразрыва на основе показателей эксплуатации скважины, таких как давление и дебит при различных режимах её работы, и получение явной формулы для расчёта проводимости трещины ГРП.

Личный вклад автора. Академиком АН РБ Шагаповым Владиславом Шайхулагзамовичем была дана постановка задачи и предложены методы её решения. Вывод аналитического решения, реализация в специальных пакетах, анализ полученных результатов осуществлены совместно с научным руководителем. Сопоставление решений с промысловыми данными, программирование на языке C++, доклады на конференциях, презентации работы на конкурсах, оформление и подготовка части публикаций выполнены автором самостоятельно. Результаты совместных работ представлены с согласия всех авторов.

Благодарность. Автор выражает глубокую признательность и благодарность доктору физико-математических наук, профессору, Академику Академии наук Республики Башкортостан Шагапову Владиславу Шайхулазгамовичу за постановку задачи, ценные советы и внимание к работе; научному руководителю кандидату физико-математических наук Башмакову Рустэму Абдрауфовичу за мотивацию, участие, помощь и поддержку на всех этапах исследования; сотрудникам компании ООО «РН-БашНИПИнефть» Малову Александру Геннадьевичу, Лысенкову Дмитрию Евгеньевичу за содействие и помощь в организации рабочих поездок.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы из 128 наименований. Общий объём работы составляет 119 страниц, включая 54 рисунка и 4 таблицы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** раскрыта актуальность темы исследования; перечислены цель, задачи и выносимые на защиту положения; отмечены ключевые моменты работы, научная новизна, достоверность и обоснованность.

В первой главе представлен обзор и анализ ключевых работ по следующим направлениям: моделирование фильтрации жидкости в продуктивном пласте, особенности технологического процесса ГРП, теория фильтрации флюида в трещине гидроразрыва, оценка качества проведённого ГРП и параметров трещины.

Теоретическому изучению нестационарной фильтрации флюида в трещине ГРП посвящён ряд публикаций. В своих работах Н. Cinco-Ley¹, З.М. Нагаева², В.Ш. Шагапов², И.Л. Хабибуллин³, А.А. Хисамов³ рассматривали математическую модель нестационарной фильтрации жидкости в трещине ГРП, демонстрирующую связь между постоянным давлением, поддерживаемым в процессе эксплуатации скважины, и дебитом скважины или изменением давления при поддержании постоянного расхода. Из обзора следует, что одним из актуальных и перспективных направлений исследований является нестационарная фильтрация флюида в трещине ГРП при переменных режимах работы скважины.

¹ Cinco-Ley H. Evaluation of hydraulic fracturing by transient pressure analysis methods // Intern. Petrol. Exh. and Tech. Symp., Beijing (China), Mar 18-26. – SPE 10043. – 1982.

² Нагаева З.М., Шагапов В.Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикладная математика и механика. – 2017. – Т. 81, № 3. – С. 319–329.

³ Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Моделирование нестационарной фильтрации в системе пласт-трещина гидроразрыва // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2022. – № 77. – С. 158–168.

Во второй главе приводится постановка задачи и теоретическое исследование фильтрации в трещине гидроразрыва пласта.

Рассмотрим вертикальную трещину, полученную в результате проведения операции ГРП. Предполагаем, что трещина симметрична относительно ствола скважины и закреплена пропантом для предотвращения смыкания; пласт однородный, имеет постоянную толщину и проницаемость; глубина залежи не влияет на давление жидкости в трещине и пласте; скелет пористой среды пласта несжимаемый. Трещина считается недеформируемой, её ширина d_f значительно меньше высоты h_f , то есть $h_f \gg d_f$. Проницаемость пласта k_p намного меньше проницаемости трещины k_f . Индекс f соответствует трещине, а p – маркирует пласт.

Течение билинейное. В рамках поставленной задачи считаем, что закачиваемая однофазная жидкость из скважины попадает в трещину, затем из трещины в пористую среду поступает только через её боковые поверхности. Поток через торцы трещины не учитывается вследствие его незначительности (рис. 1).

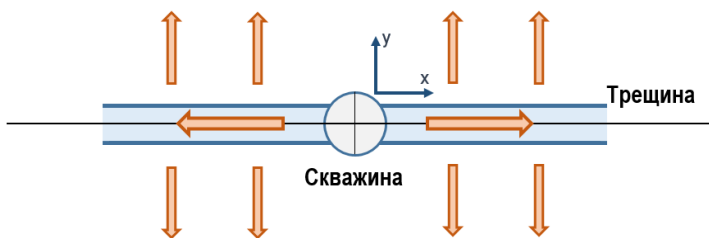


Рис. 1. Схема билинейного потока для скважины с трещиной ГРП

Учитывая постановку задачи, уточним, что рассматриваем фильтрацию в первой четверти системы координат при положительных значениях Ox и Oy . Считаем, что жидкость в пласте распространяется преимущественно перпендикулярно стенкам трещины.

Фильтрация флюида в трещине ГРП и пласте описывается с помощью системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} + 2 \frac{m_p \alpha_p}{m_f d_f} \frac{\partial P_p}{\partial y} \Big|_{y=0}, & 0 < x < l_f, \\ \frac{\partial P_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2}, & 0 < x < l_f, 0 < y < \infty, \end{cases} \quad (1)$$

где $\alpha_i = \rho_0 C^2 k_i / \mu m_i$ – коэффициент пьезопроводности, m_f – пористость трещины, m_p – пористость пласта, l_f – длина трещины, P_i – давление жидкости. При этом $P_f = P_f(t, x)$, $P_p = P_p(t, x, y)$, $l_f = \infty$.

Определим краевые условия. Давление на поверхности стенки равно давлению в трещине, то есть

$$P_f = P_p \Big|_{y=0}. \quad (2)$$

Давление на большом расстоянии от трещины совпадает с начальным значением, значит

$$P_p \Big|_{y=\infty} = P_0. \quad (3)$$

При $t \rightarrow -\infty$ система находится в покое, поэтому

$$P_f \Big|_{t=-\infty} = P_p \Big|_{t=-\infty} = P_0, \quad \Delta P_f = P_f - P_0. \quad (4)$$

Система (1) может быть сведена к одному интегродифференциальному уравнению⁴

$$\frac{\Delta P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} - \frac{2m_p \alpha_p}{m_f d_f} \int_{-\infty}^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau, x)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \alpha_p (t - \tau)}}. \quad (5)$$

В рамках рассматриваемой задачи можно пренебречь упругоёмкостью трещины. Данное утверждение обосновывается путём сравнения слагаемых в (5) для определения критических условий характерного времени \tilde{t} . Слагаемое в левой части уравнения (5), характеризующее упругоёмкость флюида в трещине, можно не учитывать, если для времени выполняется условие

$$\tilde{t} \gg t^*, \quad t^* = \frac{\pi}{4} \left(\frac{m_f}{m_p} \right)^2 \frac{d_f^2}{\alpha_p}.$$

При решении нефтепромысловых задач величина времени (секунда, минута, час, сутки, месяц, год) удовлетворяет данному условию. Учитывая принятые в работе параметры, значение t^* значительно меньше одной секунды.

⁴ Нагаева З.М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой и проницаемой среде: дис. канд. физ.-мат. наук 01.02.05. / З.М. Нагаева – Уфа, 2018. – 112 с.

Стоит отметить, что даже для трещины шириной 0.01 м, критическое время не превышает одной секунды, а с улучшением фильтрационно-ёмкостных свойств породы критическое время уменьшается.

Поэтому, вместо интегро-дифференциального уравнения (5), будем рассматривать

$$\frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} = \chi_f \int_{-\infty}^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau, x)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}, \quad (6)$$

где $\chi_f = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p}}{\alpha_f}$.

Получено аналитическое решение интегро-дифференциального уравнения (6), позволяющее определить расход жидкости на единицу высоты трещины в любой момент времени, а также динамику давления в трещине ГРП при известном изменении забойного давления. Рассмотрены случаи П-образного, двухступенчатого, линейного и Λ -образного изменения давления.

Пусть давление скважины изменилось на величину $\Delta P_{(w)0}$ МПа при $\tau_0 = 0$, затем оно резко увеличилось до $\Delta P_{(w)1}$ МПа в момент времени τ_1 , в момент τ_2 изменится на $\Delta P_{(w)2}$ МПа и так далее.

Получаем выражение для вычисления расхода жидкости на единицу высоты трещины:

$$q = -\frac{3.6}{\pi} \sqrt{\frac{\chi_f}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \left[H(t) \frac{\Delta P_{(w)0}}{\tau^{1/4}} + \sum_{i=1}^n H(t-\tau_i) \frac{(\Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1})}{(t-\tau_i)^{1/4}} \right]. \quad (7)$$

где $H(t)$ – функция Хевисайда.

Решение, описывающее эволюцию давления в трещине ГРП, можно записать следующим образом:

$$\Delta P_f(x, t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \Delta P_{(w)0} \cdot \text{Gil}(z_0), & 0 \leq t < \tau_1, \\ \Delta P_{(w)0} \cdot \text{Gil}(z_0) + (\Delta P_{(w)1} - \Delta P_{(w)0}) \cdot \text{Gil}(z_1), & t \geq \tau_1, \end{cases} \quad (8)$$

где

$$z_0 = \sqrt{\frac{\chi_f}{2}} x t^{-\frac{1}{4}}, \quad z_1 = \sqrt{\frac{\chi_f}{2}} x (t - \tau_1)^{-\frac{1}{4}}, \quad \text{Gil}(z) = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(z\eta^{1/4})}{\eta} e^{-\eta - z\eta^{\frac{1}{4}}} d\eta.$$

Для двухступенчатого и П-образного изменения забойного давления (рис. 2) рассчитаны расход жидкости (рис. 3) и давление в трещине ГРП (рис. 4).

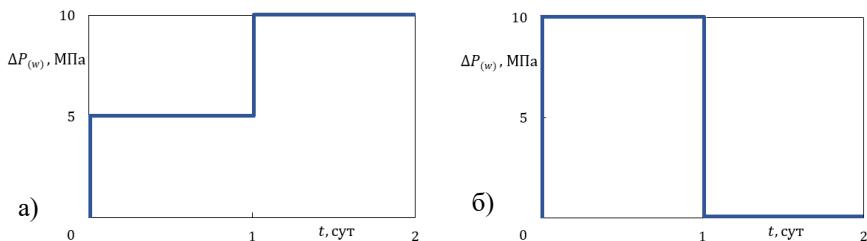


Рис. 2. Двухступенчатое (а) и П-образное (б) изменение давления на забое скважины

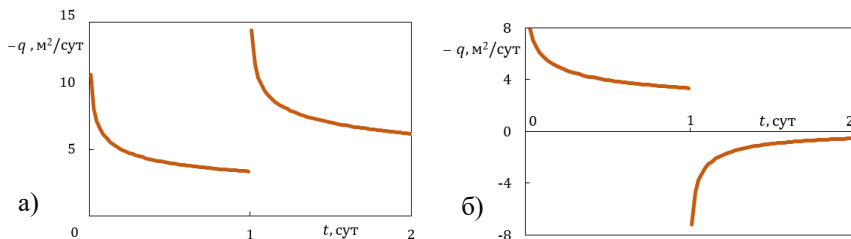


Рис. 3. Расход жидкости на единицу высоты трещины при двухступенчатом (а) и П-образном (б) изменении давления

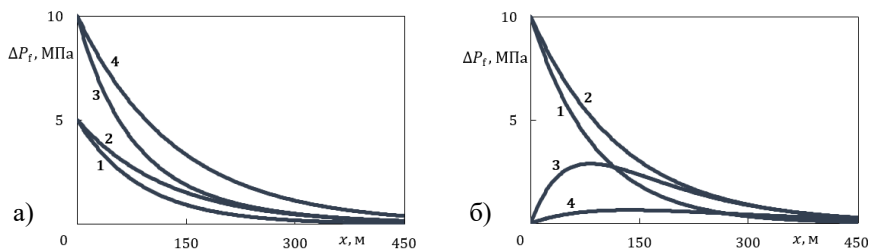


Рис. 4. Давление в трещине при двухступенчатом (а) и П-образном (б) изменении забойного давления спустя:

1) 6 часов; 2) 1 сутки; 3) 1 сутки 30 мин.; 4) 2 суток

Объём флюида, проходящий через два крыла трещины с момента начала работы скважины до момента времени t , определяется формулой

$$V = 2h_f \int_{t_0}^t q(\tau) d\tau = -\frac{9.6}{\pi} \sqrt{\frac{\chi_f}{2}} \frac{d_f k_f h_f}{\mu} \left(\Delta P_{(w)0} t^{\frac{3}{4}} + \sum_{i=1}^n H(t-t_i) \Delta P_{(w)i} (t-t_i)^{\frac{3}{4}} \right), t > 0.$$

На рис. 5 показано изменение общего объёма закачиваемой в пласт жидкости через два крыла трещины высотой 20 м при двухступенчатом (точечная линия) и П-образном (пунктирная линия) изменении давления.

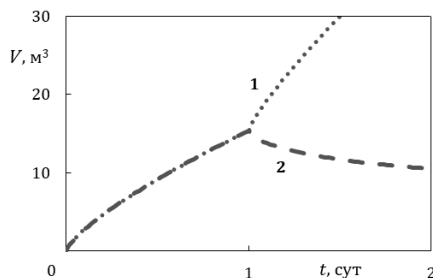


Рис. 5. Объём закачиваемой в пласт жидкости при двухступенчатом (1) и П-образном (2) изменении давления

Рассмотрим случай непрерывного изменения забойного давления скважины. Считаем, что начальное давление в пласте и на забое равно P_0 . Пусть временной интервал $[\tau_0, t)$ разбит на промежутки точками $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n$.

В работе найдена формула для нахождения расхода жидкости на единицу высоты трещины в момент времени t :

$$q = -1.154 \frac{d_f k_f}{\mu} \sqrt{\frac{\chi_f}{2}} \int_{\tau_0}^t (t-\tau)^{-\frac{1}{4}} \frac{\partial P_{(w)}(\tau)}{\partial \tau} d\tau.$$

Давление в трещине ГРП при непрерывном изменении забойного давления определяем следующим образом:

$$\Delta P_f(t, x) = \int_{\tau_0}^t \text{Gil} \left(\sqrt{\frac{\chi_f}{2}} \frac{x}{(t-\tau_i)^{\frac{1}{4}}} \right) dP_{(w)}(\tau).$$

Таким образом, теоретически изучена фильтрация флюида в трещине ГРП и окружающем пласте; определена динамика дебита при различных режимах работы скважины с непрерывным и кусочно-постоянным изменением забойного давления. Получены аналитические решения, описывающие давление в трещине ГРП при изменении забойного давления скважины. Все построенные графики отражают физику процесса.

Третья глава содержит исследование эволюции давления при изменении дебита, сопоставление результатов расчётов с промысловыми данными и анализ проводимости трещины.

Предполагаем, что расход скважины регулируют работой насоса, при этом систематически проводят замеры забойного давления.

Пусть до момента времени τ_0 флюид в пласте и трещине находится в покое. В момент времени τ_0 расход имеет значение q_0 и поддерживается на этом уровне до момента времени τ_1 , затем он резко изменяется до величины q_1 и держится постоянным до τ_2 и так далее.

В работе получено уравнение для эволюции давления в трещине ГРП

$$\Delta P_f = -\frac{\mu}{\sqrt{\frac{\chi_f}{2} d_f k_f}} \left[H(t) q_0 t^{\frac{1}{4}} \text{Zil}(z_0) + \sum_{i=1}^n H(t-\tau_i) (q_i - q_{i-1}) \text{Zil}(z_i) (t-\tau_i)^{\frac{1}{4}} \right],$$

где $\text{Zil}(z_i) = \int_{z_i}^{+\infty} \text{Gil}(\xi) d\xi$, $z_i = \sqrt{\frac{\chi_f}{2}} x (t-\tau_i)^{-\frac{1}{4}}$, $(i = 0, 1, 2, \dots, n)$.

Для перепада давления на забое скважины находим выражение

$$\Delta P_{(w)} = \frac{-0.78\mu}{\sqrt{\frac{\chi_f}{2} d_f k_f}} \left(H(t-\tau_0) q_0 \cdot (t-\tau_0)^{\frac{1}{4}} + \sum_{i=1}^n H(t-\tau_i) (q_i - q_{i-1}) \cdot (t-\tau_i)^{\frac{1}{4}} \right).$$

Так как $\Delta P_{(w)} = \Delta P_f \Big|_{x=0}$, то запишем закон изменения забойного давления в виде

$$\Delta P_{(w)} = \frac{\text{Zil}(0) (t-\tau_0)^{\frac{1}{4}} \cdot q \mu}{\sqrt{\frac{\chi_f}{2} d_f k_f}}, \quad (9)$$

где $\text{Zil}(0) \approx 0.78$.

Получены формулы для определения динамики давления на забое скважины и в трещине гидроразрыва пласта на основе данных по расходу жидкости.

На рис. 6 представлены графики двухступенчатого и П-образного расхода жидкости, соответствующие графики давления – на рис. 7 и 8.

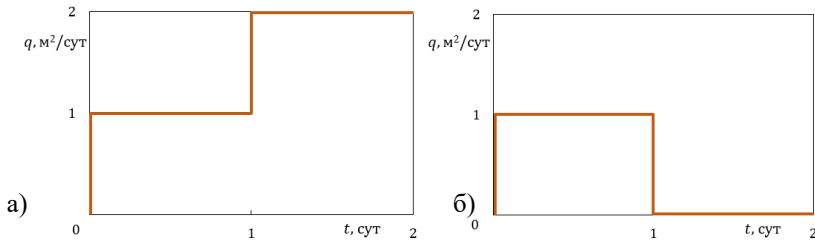


Рис. 6. Двухступенчатое (а) и П-образное (б) изменение расхода жидкости на единицу высоты трещины

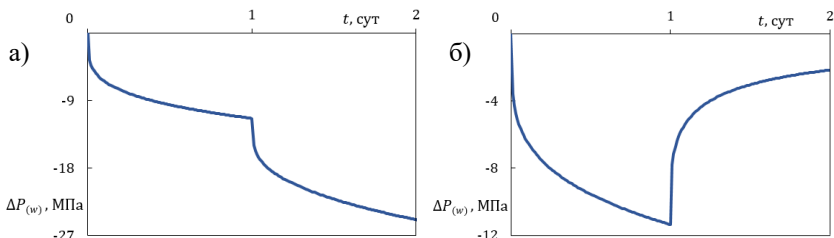


Рис. 7. Забойное давление при двухступенчатом (а) и П-образном (б) изменении расхода

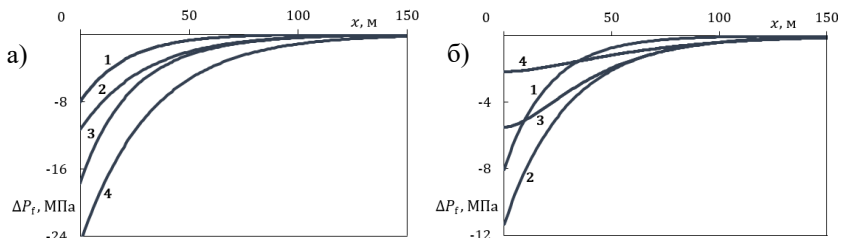


Рис. 8. Давление в трещине при двухступенчатом (а) и П-образном (б) изменении расхода спустя: 1) 6 часов; 2) 1 сутки; 3) 1 сутки 2 часа; 4) 2 суток

С целью проверки полученных формул и анализа предложенных подходов проведены расчёты с использованием реальных промысловых данных трёх скважин, относящихся к разным месторождениям. Затем выполнено сопоставление графиков известных промысловых данных и результатов расчётов по аналитическим формулам (рис. 9, 10).

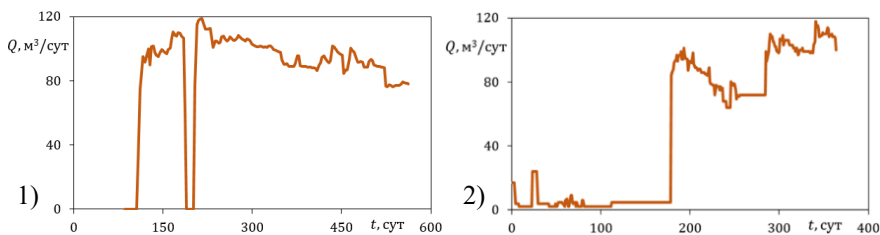


Рис. 9. Фактический дебит скважин №1 и №2

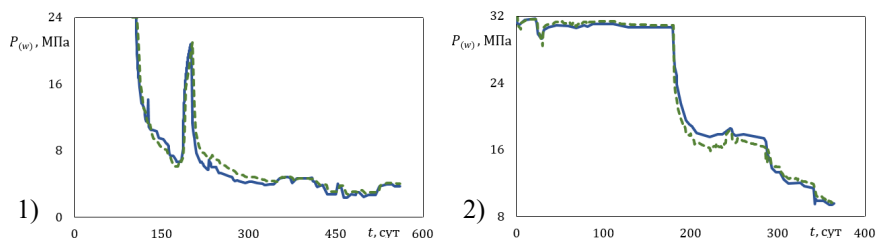


Рис. 10. Сопоставление давления промыслового (синяя линия) и результатов расчётов (зелёная пунктирная) для скважин №1 и №2

Анализ полученных результатов показывает, что выбранная математическая модель воспроизводит фильтрацию флюида в вертикальной трещине ГРП и окружающем пласте при переменных режимах работы скважины. Сопоставление рассчитанных давлений и результатов замеров в реальных скважинах в целом демонстрирует хорошую согласованность, отклонение не более 5%. Максимальные отклонения наблюдаются в период резких смен режима работы скважины и нивелируются в течении короткого промежутка времени (до 2 суток для рассматриваемых в работе данных).

Кроме того, для трещин с различной протяжённостью при увеличении её длины результаты расчётов (по приведенным в работе аналитическим формулам) отличаются незначительно⁵. Трещину с длиной более 50 метров можно рассматривать как бесконечную, и эволюция

⁵ Shagapov V.S., Bashmakov R.A., Fokeeva N.O., Shammatova A.A. Evolution of Filtration Pressure Waves in a Hydraulic Fracture during Transient-Well-Operation Modes // Mathematics 2023, 11, 98.

давления в такой трещине фактически соответствует трещине бесконечной длины. Следовательно, с одной стороны, в рамках поставленной задачи рассматриваем бесконечную трещину, но с другой, вполне правомерно использовать полученные выражения при работе с фактическими данными, полагая, что длина находится в диапазоне $0 < x < l_f$, где $l_f < \infty$.

Одной из важнейших характеристик трещины является проводимость C_f . Она определяется как произведение ширины трещины на её проницаемость

$$C_f = d_f k_f, \quad (10)$$

где k_f – проницаемость трещины [м^2], d_f – ширина трещины [м].

Прямое точное определение параметров k_f и d_f в условиях пласта невозможно. Изложенная в данной работе методика позволяет вычислять проводимость трещины, зная только режим работы скважины после проведения ГРП и данные о геолого-физической характеристике продуктивных пластов.

Решаем обратную задачу, то есть определяем параметры трещины гидроразрыва, в частности, её проводимость, по изменению давления и дебита.

Вычислим проводимость трещины для случая П-образного дебита и соответствующее изменение забойного давления непосредственно после проведения ГРП. Из выражения (9) получена формула

$$C_f = \frac{0.6084 \cdot q^2 \sqrt{\tau}}{(P_{(w)}(\tau))^2} \cdot \frac{\mu^{3/2}}{\sqrt{k_p}} \cdot \frac{C \sqrt{\rho}}{\sqrt{m_p}}. \quad (11)$$

где k_p – проницаемость пласта [м^2], $P_{(w)}$ – забойное давление [Па], μ – динамическая вязкость [$\text{Па} \cdot \text{с}$], ρ – плотности жидкости в пласте и трещине [$\text{кг}/\text{м}^3$], m_p – пористость пласта [д. ед.], C – скорость звука для флюида [$\text{м}/\text{с}$], τ – время [с], q – расход на единицу высоты трещины ($q = Q \cdot B / h$) [$\text{м}^2/\text{с}$], B – объёмный коэффициент флюида [д. ед.]. Коэффициент 0.6084 получен как результат вычисления $(Zi1(0))^2 = 0.78^2$.

Ниже в таблице 1 представлены рассчитанные по формуле (11) проводимости трещин ГРП для скважин № 1, 2, 3 на основе реальных промысловых данных, а также проводимость по принятым в работе данным, которые приведены в таблице 2.

Таблица 1. Проводимость трещин ГРП

Параметр	Проводимость по принятым в работе данным	Скважина № 1	Скважина № 2	Скважина № 3
C_f , мД*м	506.6	533.5	338.4	277.2

Таблица 2. Параметры модельной трещины ГРП

Параметр	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Проницаемость трещины	k_f	10^{-10}	м ²
Ширина трещины	d_f	0.005	м

При этом для расчёта проводимости трещин ГРП скважин № 1, 2, 3 использовались такие показатели геолого-физической характеристики соответствующих продуктивных пластов, как коэффициенты пористости и проницаемости породы; объёмный коэффициент жидкости; плотность и вязкость жидкости в пластовых условиях.

Значения C_f , вычисленные на основе промысловых данных скважин № 1, 2, 3 (столбцы 3, 4, 5 таблицы 1) и принятых в работе данных (столбец 1 таблицы 2), одного порядка и вполне сопоставимы.

Таким образом, в главе 3 получены формулы для определения динамики забойного давления и давления в трещине гидроразрыва пласта на основе данных о расходе жидкости скважины после проведения данной операции. Проведена верификация формул посредством сопоставления решений с реальными промысловыми данными трёх скважин. Представлена формула для вычисления проводимости трещины гидроразрыва, которая позволяет делать расчёты без учёта параметров трещины (её проницаемости и ширины), основываясь на динамике изменения давления и дебита при эксплуатации скважины после ГРП, а также данных о геолого-физической характеристике продуктивных пластов.

Анализ чувствительности построенного решения для случая П-образного дебита к изменению параметров системы показал, что наибольшее влияние на систему оказывает изменение ширины трещины, а наименьшее – пористость среды.

Во второй и третьей главе рассматривается задача нестационарной фильтрации флюида, пренебрегая слагаемым в левой части формулы (5). В четвёртой главе приведено решение с учётом упругоёмкости трещины ГРП.

Заметим, что слагаемое $\partial \Delta P_f / \partial t$ способно оказывать влияние в начальный момент времени⁶.

Рассмотрим систему (1) – (4) в случае $q=Q/h_f=const$, то есть при постоянном расходе, где Q – дебит жидкости скважины [$\text{м}^3/\text{сут}$].

Введём функцию

$$\Psi(x, t) = \frac{-2\mu\sqrt{\alpha_f} \sqrt{t}}{d_f k_f \sqrt{\pi}} \cdot \int_0^1 \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha_f t \rho^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho^2}{2\sqrt{1-\rho^2}} \frac{\alpha_f k_p}{\sqrt{\alpha_p}} \frac{k_p}{k_f} \frac{\sqrt{t}}{d_f}\right) d\rho.$$

Если расход может меняться в любой момент времени, то приближая $q(t)$ кусочно-постоянными функциями, при переходе к пределу при $\max |t_i - t_{i-1}| \rightarrow 0$ получим

$$P_f(x, t) = \int_0^t \Psi(x, t - \tau) dq(\tau).$$

При $x = 0$ запишем давление в скважине

$$P_w(t) = \int_0^t \Psi(0, t - \tau) dq(\tau), \quad (12)$$

где $\Psi(0, t) = \frac{-2\mu\sqrt{\alpha_f} \sqrt{t}}{d_f k_f \sqrt{\pi}} \cdot \int_0^1 \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho^2}{2\sqrt{1-\rho^2}} \frac{\alpha_f k_p}{d_f k_f} \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\alpha_p}}\right) d\rho.$

На рис. 11 приведено сопоставление графиков промыслового давления скважин № 1 и № 2 с результатами расчётов по формуле (12).

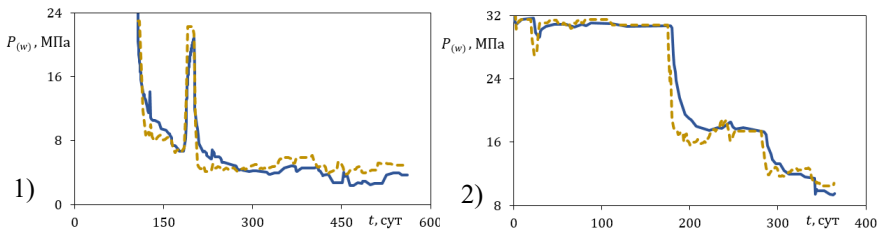


Рис. 11. Сопоставление промыслового давления (синяя сплошная линия) и результатов расчётов (жёлтая пунктирная) для скважин № 1 и № 2

⁶ Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Нестационарная фильтрация в пласте с трещиной гидроразрыва // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2019. – № 5. – С. 6–14.

В результате получено решение задачи нестационарной фильтрации при заданном изменяющемся расходе жидкости скважины с учётом упругоёмкости трещины. С целью апробации полученных результатов проведены расчёты с промысловыми данными и выполнено сопоставление динамики давления.

Выводы и основные результаты работы приведены **в заключении**.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Основные выводы по проведённому диссертационному исследованию:

1. Получены аналитические решения интегро-дифференциального уравнения, которые, зная закон изменения забойного давления, позволяют определить расход жидкости на единицу высоты трещины в любой момент времени, а также рассчитать динамику давления в трещине ГРП при изменяющемся расходе скважины. Выявлена взаимосвязь между динамикой давления на забое скважины, в трещине и в пласте при изменении расхода жидкости.
2. Проведено сопоставление полученных решений с промысловыми данными трёх скважин. Рассчитанное по предлагаемой методике давление хорошо согласуется с забойным давлением скважин по промысловым данным. Максимальное отклонение составило не более 5%, что свидетельствует о целесообразности подхода и возможности его применения, в частности при интерпретации ГДИС.
3. Предложена формула для вычисления проводимости трещины гидроразрыва пласта на основе данных эксплуатации скважин, свойств жидкости и фильтрационно-ёмкостных свойств продуктивных пластов

$$C_f = \frac{0.6084 \cdot q^2 \sqrt{\tau}}{(P_{(w)}(\tau))^2} \cdot \frac{\mu^{3/2}}{\sqrt{k_p}} \cdot \frac{C \sqrt{\rho}}{\sqrt{m_p}}.$$

При этом не используются такие параметры трещины, как её проницаемость и ширина. Проведена апробация формулы с использованием практических данных.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В изданиях, включенных в перечень ведущих рецензируемых научных журналов Russian Science Citation Index (RSCI):

1. Башмаков, Р.А. Давление и дебит при переходных режимах работы скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва / Р.А. Башмаков, Н.О. Фокеева, В.Ш. Шагапов // Прикладная математика и механика. – 2022. – Т. 86, Вып. 6. – С. 998–1012.
2. Башмаков, Р.А. Особенности фильтрации флюидов в коллекторах, подверженных гидроразрыву пласта, при переходных режимах работы скважины / Р.А. Башмаков, Н.О. Фокеева, В.Ш. Шагапов // Прикладная механика и техническая физика. – 2022. – Т. 63, №3. – С. 117–127.

В научных изданиях, индексируемых в международных базах данных Scopus и Web of Science:

3. Shagapov, V.S. Evolution of Filtration Pressure Waves in a Hydraulic Fracture during Transient-Well-Operation Modes / V.S. Shagapov, R.A. Bashmakov, N.O. Fokeeva, A.A. Shammatova // Mathematics 2023, 11, 98.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:

4. Александрова, Е.А. Динамика давления на скважине с трещиной ГРП по заданному дебиту / Е.А. Александрова, Р.А. Башмаков, А.А. Махота, Н.О. Фокеева, К.Р. Яхина // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023617532. Роспатент. Дата государственной регистрации в Реестр программ для ЭВМ 11.04.2023.

В других изданиях перечня РИНЦ:

5. Фокеева, Н.О. К моделированию работы скважины с трещиной ГРП / Н.О. Фокеева, А.А. Шамматова // Вестник Башкирского университета – 2023. – Т. 28, № 1. – С. 10–14. (ВАК)
6. Мигранова, З.Н. Об определении параметров трещины ГРП / З.Н. Мигранова, Р.А. Башмаков, Н.О. Фокеева // Материалы IX Международной молодежной научно-практической конференции. – Стерлитамак. – 2019. – С. 251–253.
7. Шагапов, В.Ш. О фильтрации жидкости в трещине ГРП при переменных режимах работы скважины / В.Ш. Шагапов,

- Н.О. Фокеева, З.Н. Мигранова // Многофазные системы. – 2020. – Т. 15, № 1–2. – С. 121.
8. Башмаков, Р.А. Зависимость между давлением и расходом при переходных режимах работы скважины с ГРП / Р.А. Башмаков, В.Ш. Шагапов, Н.О. Фокеева // Актуальные проблемы науки и образования в современном вузе: Сборник трудов V Международной научно-практической конференции. – Стерлитамак. – 2021. – С. 316–320.
 9. Фокеева, Н.О. Особенности фильтрации при переходных режимах работы скважины с трещиной ГРП / Н.О. Фокеева, Р.А. Башмаков // XXII Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям: тезисы докладов. – Новосибирск. – 2021. – С. 35–36.
 10. Фокеева, Н.О. Распределения давления в трещине ГРП при переходных режимах работы скважины / Н.О. Фокеева, Р.А. Башмаков // Уфимская осенняя математическая школа: Материалы международной научной конференции. – Уфа. – 2021. – Том 2. – С. 242–244.
 11. Ардисламова, Д.Р. Построение модели вторичной пустотности карбонатного коллектора на примере одного из месторождений Тимано-Печорской провинции / Д.Р. Ардисламова, В.А. Колесов, Н.О. Фокеева, А.Г. Малов, С.А. Рабцевич, М.Н. Харисов // Материалы 23-й конференции по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа (Геомодель 2021). Геленджик. – 2021. – С. 115.
 12. Фокеева, Н.О. Распределение дебита и давления в скважине с ГРП при переходных режимах работы / Н.О. Фокеева, Р.А. Башмаков // XXIII Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям: тезисы докладов. – Новосибирск. – 2022. – С. 39–40.
 13. Фокеева, Н.О. Задача о фильтрации флюида при переходных режимах работы скважина с ГРП / Н.О. Фокеева, Р.А. Башмаков // Материалы XVI Всероссийской молодежной научной конференции «Мавлютовские чтения». – Уфа. – 2022. – Т. 5. – С. 1262–1265.
 14. Фокеева, Н.О. О динамике давления в трещине ГРП при переходных режимах работы скважины / Н.О. Фокеева, Р.А. Башмаков // Уфимская осенняя математическая школа: Материалы Международной научной конференции. – Уфа. – 2022. – Том 2. – С. 457–459.
 15. Фокеева, Н.О. Динамика давления в трещине гидроразрыва при переходных режимах работы скважины // Многофазные системы. – 2022. – Т. 17, № 3–4. – С. 195.

16. Фокеева, Н.О. Распределение дебита и давления в скважине с ГРП при переходных режимах работы / Н.О. Фокеева, Р.А. Башмаков // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли. – Москва. – 2022. – С. 103–105.
17. Шагапов, В.Ш. Динамика давления жидкости в трещине гидроразрыва при изменяющихся режимах работы скважины / В.Ш. Шагапов, Р.А. Башмаков, Н.О. Фокеева, А.А. Шамматова // Многофазные системы. – 2022. – Т. 17, № 1–2. – С. 113–121.
18. Фокеева, Н.О. Моделирование работы вертикальной скважины с ГРП при переходном режиме / Н.О. Фокеева, Р.А. Башмаков // Материалы международной научно-практической конференции им. Д.И. Менделеева: Сборник статей. Т. 3. – Тюмень. – 2023. – С. 225–226.