

На правах рукописи

ЮЛМУХАМЕТОВА РЕГИНА РАФИСОВНА



**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ В
ПЛОСКИХ КАНАЛАХ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Уфа – 2023

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Течение дисперсных систем часто встречается в окружающей среде и многочисленных промышленных процессах, например, большую группу материалов промышленного значения составляют эмульсии и суспензии. В суспензиях диспергированная фаза состоит из мелких нерастворимых твердых частиц, а в эмульсиях – из мелких несмешивающихся капель жидкости. Для проектирования и оптимизации таких двухфазных систем необходимо детальное понимание явлений межфазного переноса.

Актуальным примером течения суспензии является транспортировка проппанта в трещине гидроразрыва пласта. Гидравлический разрыв пласта (ГРП) – это одна из ключевых технологий увеличения нефтеотдачи. Закачка дисперсной системы, состоящей из маловязкой жидкости и проппанта (твердых частиц), с высокой скоростью потока под большим давлением приводит к образованию сложной сети трещин. Распределение частиц в них связано с гравитационным оседанием, взаимодействием между частицами и утечкой жидкости в пласт. В настоящее время особенности поведения проппанта в текучей среде изучены недостаточно. Особенно неясно поведение таких дисперсных систем во вторичных трещинах, которые зачастую расположены под наклоном относительно горизонта. При проектировании и прогнозировании ГРП с использованием симулятора требуется знание определенных корреляционных зависимостей, которые могут быть получены только при проведении дополнительных лабораторных и расчетных исследований.

Таким образом, актуальность темы исследований обусловлена необходимостью развития методов математического моделирования течения дисперсной системы в каналах сложной геометрии. Использование полученных результатов на практике позволит найти эффективное решение проблем, связанных с транспортировкой дисперсных систем.

Степень разработанности темы исследования

В последние годы проблеме течения дисперсных систем уделяют внимание как отечественные (Нигматулин Р.И., Осипцов А.Н., Губайдуллин Д.А., Чашечкин Ю.Д., Боронин С.А., Гаврилов А.А., Шебелев А.В., Осипцов А.А., Головин С.В., Ковалева Л.А., Зиннатуллин Р.Р. и др.), так и зарубежные исследователи (Lun С.К.К., Morris J.F., Miller R.M., Leighton D., Acrivos A., Phillips R.J., Armstrong R.C., Brown R. A., Graham A.L., Abbott J.R., Naraigh L.O., Barros R., Schaflinger U. и др.), что подтверждает актуальность данной тематики.

Их работы в значительной мере способствовали развитию моделей, методов и подходов исследования поведения многофазных сред в различных гидродинамических системах под действием внешних факторов. Однако остается актуальным вопрос дальнейшего развития математических моделей течения дисперсных систем в каналах сложной геометрии в поле силы тяжести.

Соответствие содержания диссертации специальности

Соответствует пунктам раздела паспорта данной специальности:

3. Гидравлические модели и методы расчета течений в водоемах, технологических устройствах и энергетических установках.

4. Ламинарные и турбулентные течения.

7. Течения многофазных сред (газожидкостные потоки, пузырьковые среды, газовзвеси, аэрозоли, суспензии и эмульсии).

Цель диссертационной работы

Исследование течения дисперсных систем в каналах различной геометрии в условиях естественной и вынужденной конвекции.

Задачи исследования

1. Построение математической модели течения дисперсной системы в наклонных и перекрестных каналах.

2. Исследование динамики дисперсной системы в условиях вынужденной и тепловой конвекции.

3. Изучение влияния угла наклона канала прямоугольного сечения на течение дисперсной системы.

4. Исследование особенностей течения дисперсных систем в крестообразном канале при наличии утечки жидкости.

5. Численный анализ заполняемости канала частицами диспергированной фазы в зависимости от утечки несущей фазы.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Результаты исследования динамики дисперсной системы с учетом относительного движения фаз при вынужденной конвекции в однофазном приближении в плоском горизонтальном и наклонно-направленном каналах. Зависимости времени формирования профиля концентрации частиц и степени заполнения каналов от перепадов давления, угла наклона канала, соотношений чисел Рейнольдса для частиц и течения.

2. Результаты моделирования неизотермического расслоения дисперсной системы с учетом относительного движения фаз, вызванного гравитационными силами, с учетом термоконвективных течений жидкости в ячейке прямоугольного сечения.

3. Результаты многопараметрических исследований влияния гидродинамических характеристик системы на особенности

формирования и продвижения фронта частиц диспергированной фазы дисперсной системы в каналах сложной геометрии.

Научная новизна работы

1. Построена математическая модель течения дисперсной системы с учетом относительного движения фаз, вызванного гравитационными силами, в плоском канале прямоугольного сечения.

2. Построена математическая модель тепловой конвекции дисперсной системы в одножидкостном приближении. Исследован процесс расслоения дисперсной системы при подогреве снизу с учетом тепловой конвекции жидкости в зависимости от параметров системы.

3. Численно реализована двухфазная модель течения дисперсной среды в наклонно-направленных каналах в одножидкостном приближении в трехмерной постановке. Определена зависимость минимальной скорости закачки дисперсной системы, при которой начинается заполнение канала диспергированной фазой, от угла наклона.

4. Исследована динамика распределения твердых сферических частиц диспергированной фазы в системе пересекающихся каналов в зависимости от параметров дисперсной системы, а также от геометрических характеристик канала.

5. Проведен анализ влияния пропускной способности торцов канала на эффективность его заполнения твердой фазой. Определены зависимости эффективности заполнения канала от параметров системы.

Научная и практическая значимость

Результаты диссертационной работы способствуют развитию теоретических представлений об особенностях течения дисперсных систем в каналах различной геометрии. При помощи полученных решений можно определить оптимальные параметры, обеспечивающие эффективность распределения диспергированных частиц вдоль канала. Результаты работы могут быть применены для исследования процессов миграции проппанта в трещинах гидравлического разрыва пласта.

Обоснованность и достоверность полученных результатов основывается на применении фундаментальных уравнений механики многофазных сред при математическом моделировании рассматриваемых процессов; физической и математической непротиворечивостью в рамках физических законов, а также согласовании с литературными экспериментальными данными.

Апробация работы

Основные результаты диссертации, были представлены на следующих конференциях: Межрегиональная школа-конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Теоретические и экспериментальные исследования нелинейных процессов в конденсированных средах» (Уфа, 2019-2022); Международная школа-

конференция студентов, аспирантов и молодых ученых Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании: спутник международной научной конференции «Уфимская осенняя математическая школа» (Уфа, 2016, 2018, 2020-2022); Всероссийская конференция с международным участием, посвященной памяти академика А.Ф. Сидорова «Актуальные проблемы прикладной математики и механики» (2018, 2022); Вторая всероссийская летняя школа-конференция «Физико-химическая гидродинамика: модели и приложения» (Уфа, 2018); XVII Всероссийская конференция-школа молодых исследователей «Современные проблемы математического моделирования» (Стерлитамак, 2017); Международная конференция «Наноявления при разработке месторождений углеводородного сырья: от наноминералогии и нанохимии к нанотехнологиям» «NANOTECHOILGAS» (Москва, 2016, 2022); PetroPhase 2017 The 18th Conference on Petroleum Phase Behavior and Fouling (Le Havre, France, 2017); XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019); 71-ая научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых УГНТУ (Уфа, 2020); VII Российская конференция с международным участием «Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения», посвященная 80-летию академика РАН Р.И. Нигматулина (Уфа, 2020); XIV Международная научно-практическая конференция молодых ученых «Актуальные проблемы науки и техники» (Уфа, 2021, 2022); XIX Всероссийская конференция-конкурс студентов и аспирантов «Актуальные проблемы недропользования» (Санкт-Петербург, 2021); International Summer School-Conference «Advanced Problems in Mechanics» (St. Petersburg, 2020-2022); Всероссийская научная конференция «Теплофизика и физическая гидродинамика» (2020-2022).

Методы исследования

Для решения поставленных задач сформулирована математическая модель течения дисперсной системы на основе законов сохранения механики многофазных сред. При численной реализации использованы программы в открытой среде программного обеспечения Lazarus и модифицированные решатели открытой интегрируемой платформы для численного моделирования задач механики сплошных сред OpenFOAM. Верификация математической модели и метода численной реализации проведена путем сравнительного анализа с результатами эксперимента.

Личный вклад соискателя

Формулировка и реализация математических моделей, анализ результатов осуществлены совместно с научным руководителем и консультантом. Численная реализация моделей, расчеты, оформление результатов проведены самостоятельно.

Публикации

Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 16 научных работах, в том числе 4 научные статьи в рецензируемых научных изданиях, входящих в международную реферативную базу данных Scopus, 1 – в журнале, входящем в базу данных RSCI, 2 научные статьи в рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень ВАК, 9 – в изданиях, входящих в РИНЦ. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 115 страниц, 47 рисунков и список литературы из 144 наименований.

Благодарности

Автор выражает глубокую признательность научному руководителю д.т.н. Ковалевой Л.А. за помощь при постановке задач, советы и поддержку, научному консультанту к.ф.-м.н. Мусину А.А. за консультации по вопросам численной реализации математических моделей, а также Замуле Ю.С. за предоставленные результаты эксперимента для валидации математической модели.

Работа выполнена при поддержке

1. Грант РФФИ № 19–31–90157 Аспиранты «Математическое моделирование ламинарного и турбулентного течений вязкой жидкости со взвешенными твердыми частицами в узких каналах с проницаемыми стенками».

2. Грант Российского научного фонда № 19-11-00298 «Экспериментальные исследования и математические модели термогидродинамических процессов в гетерогенных дисперсных системах под воздействием внешних физических полей».

3. Грант МК-9398.2016.1 «Математическое моделирование термогидродинамических процессов в водонефтяных эмульсиях под воздействием СВЧ поля».

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цели и задачи, изложены научная новизна, обоснованность и достоверность результатов, представлена краткая структура работы.

В первой главе приведен обзор теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию динамики течения дисперсных систем. Показано, что существует достаточно большое количество исследований, посвященных данной тематике. Моделирование процессов переноса дисперсных систем привлекает

внимание широкого круга исследователей, обусловленное, прежде всего, потребностями практики.

Рассмотрены основные подходы к моделированию течения дисперсных систем: одножидкостный (Гаврилов А.А., Шебелев А.В., Головин С.В., Morris J.F., Miller R.M. и др.) и двухконтинуальный (Нигматулин Р.И., Осипцов А.А., Боронин С.А., Lun С.К.К. и др.). Проанализированы различия между подходами. Показано, что применение одножидкостной модели позволяет провести достаточно точные численные расчеты, не требуя при этом больших вычислительных мощностей.

Во второй главе представлены результаты исследования динамики дисперсной системы в условиях вынужденной и тепловой конвекции. Проведено математическое моделирование, представлены результаты в зависимости от режимов течения и параметров рассматриваемых систем.

В разделе 2.1 рассмотрено нестационарное течение дисперсной системы, состоящей из твердых сферических частиц и вязкой несжимаемой жидкости, в канале прямоугольного сечения в условиях вынужденной конвекции. Математическая модель в одножидкостном приближении включает в себя уравнения Навье-Стокса, неразрывности и динамики объемной концентрации диспергированной фазы в диффузионном приближении, записанные с учетом влияния гравитационных сил на частицы:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla(\nu\nabla\vec{u}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{u}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)C = D\Delta C - (\vec{u}_{sed}\nabla)C \quad (3)$$

где ρ – плотность дисперсной системы; \vec{u} – скорость закачки дисперсной системы; \vec{u}_{sed} – скорость оседания частиц диспергированной фазы; p – давление в дисперсной системе; D – коэффициент диффузии; ν – кинематическая вязкость дисперсной системы; C – объемная концентрация частиц диспергированной фазы.

Скорость оседания частиц рассчитывается по формуле:

$$\vec{u}_{sed} = \frac{2}{9}r_0^2\vec{g}\frac{(\rho_1-\rho_2)(1-C)^{4.7}}{\mu_2} \quad (4)$$

В начальный момент канал заполнен чистой жидкостью; система находится в состоянии покоя при атмосферном давлении:

$$\vec{u} = 0; C = 0; p = p_{atm} \quad (5)$$

Закачка дисперсной системы с начальной концентрацией частиц 0,05 происходит при заданном перепаде давления Δp . На стенках канала задается условие прилипания, на входе и выходе – условие протекания.

$$\begin{aligned}
 p_{in} &= p_{atm} + \Delta p, p_{out} = p_{atm}, \nabla p_{wall} = 0 \\
 \nabla \vec{u}_{in} &= 0, \nabla \vec{u}_{out} = 0, \vec{u}_{wall} = 0 \\
 C_{in} &= C_0(y), D\nabla C_{wall} - \vec{u}_{sed}C_{wall} = 0, \nabla C_{out} = 0
 \end{aligned}
 \quad (6)$$

где $C_0(y)$ – значение концентрации частиц на входе, которая задается как функция высоты в соответствии с экспериментальными данными.

Численное решение системы уравнений математической модели (1-3) с замыкающими соотношениями (4-6) проводилось с использованием метода контрольного объема в программном комплексе вычислительной гидродинамики OpenFOAM. Результаты численных расчетов визуализированы в многофункциональном графическом интерфейсе ParaView.

Сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных данных представлены на рис. 1 в виде распределения концентрации частиц в канале в момент времени 30 с при перепаде давления 20 кПа. Видно, что результаты численного моделирования качественно описывают экспериментальные данные.

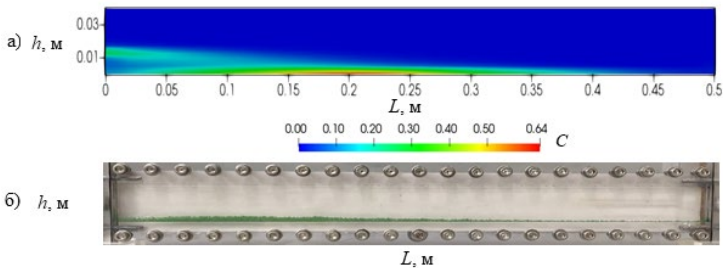


Рис. 1. Распределение концентрации частиц в потоке за время 30 с при перепаде давления 20 кПа: а – численный расчет; б – эксперимент.

Рассмотрены значения перепадов давления, соответствующие случаям, когда скорость оседания частиц по формуле Стокса больше, сопоставима или ниже скорости потока в канале. В частности, при перепаде давления 20 кПа наблюдалось образование вала твердых частиц в первой половине канала. Твердые частицы двигались по дну канала в направлении потока. Это объясняется тем, что скорость оседания превалирует над скоростью потока. Сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными показало хорошее согласование.

В разделе 2.2 представлены результаты исследования влияния тепловой конвекции на расслоение дисперсной системы в поле гравитационных сил. Расчетная область представляла собой прямоугольную ячейку, заполненную дисперсной системой, высотой h и

теплоизолированными боковыми стенками. На верхней стенке поддерживалась постоянная начальная температура. На рассматриваемую систему оказывалось тепловое воздействие – нагрев нижней стенки ячейки. С течением времени температура жидкости возрастала, и в среде возникала тепловая конвекция.

Математическая модель записана также в одножидкостном приближении и включает систему уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска и уравнение сохранения массы в диффузионном приближении:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla(\nu\nabla\vec{u}) + \vec{g}(1 - \beta T) \quad (7)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)T \right) = \lambda \Delta T \quad (8)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)C = D\Delta C - (\vec{u}_{sed}\nabla)C \quad (9)$$

$$\operatorname{div}\vec{u} = 0 \quad (10)$$

где ρ , c_p , λ – плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности среды соответственно; ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости; \vec{u} – вектор скорости теплового движения жидкости; p – давление; β – коэффициент теплового расширения; T – температура; g – ускорение свободного падения, D – коэффициент диффузии; C – объемная концентрация частиц диспергированной фазы.

Приняты следующие начальные условия:

$$\vec{u}(t = 0) = 0; C(t = 0) = C_0(z); T(t = 0) = T_0; \quad (11)$$

Граничные условия. Задается условие прилипания для поля скорости на границах:

$$\vec{u}|_{\Gamma} = 0, \quad (12)$$

Для дисперсионной среды и диспергированной фазы боковые стенки являются непроницаемыми:

$$(\nabla C)_n|_{\text{БГ}} = 0, \quad (13)$$

Граничные условия III рода заданы на верхней и нижней стенке:

$$D\nabla C - \vec{u}_{sed}C = 0 \quad (14)$$

Боковые стенки ячейки считаются теплоизолированными:

$$(\nabla T)_n|_{\text{БГ}} = 0, \quad (15)$$

Нагрев ячейки осуществляется снизу:

$$T(z = 0) = T_1, T(z = h) = T_0 \quad (16)$$

Для решения поставленной задачи система уравнений с начальными и граничными условиями представлена в безразмерном виде. Для исследования влияния тепловой конвекции на расслоение дисперсной системы проведены расчеты для разных соотношений чисел Рэлея (Ra) и Архимеда (Ar): $\text{Ar} = \frac{gr_0^3\rho_2(\rho_1 - \rho_2)}{\eta_2^2}$, $\text{Ra} = \frac{\beta g l_0^3 \Delta T}{\nu_2 \alpha}$, где r_0 – размер капли

диспергированной фазы; l_0 – размер ёмкости; ρ_1 – плотность диспергированной фазы; ρ_2 – плотность среды; η – динамическая вязкость среды; ν_2 – кинематическая вязкость среды; ΔT – разность температур верхней и нижней стенок; β – коэффициент теплового расширения; α – коэффициент температуропроводности; g – ускорение свободного падения.

Рассмотрены характерные значения, которые свойственны естественным водонефтяным эмульсиям.

Показано, что при малых значениях числа $Ra < 10^4$ в среде формируется одновихревая структура течения с малой скоростью течения, которая не оказывает влияния на процесс оседание частиц при любых значениях Ar . При увеличении числа Ra происходит интенсивное перемешивание дисперсной системы с образованием многовихревых конвективных структур, препятствующих оседанию частиц.

В частности, на рис. 2 приведено поле скоростей и вектор скорости при $Ra=200 \cdot 10^3$ и $Ar=2,45 \cdot 10^{-6}$. Видно, что в жидкости формируется четырехвихревая структура течения. При этом при увеличении значения Ar наблюдается ускорение расслоения, так как скорость оседания частиц превышает скорость теплового движения в среде.

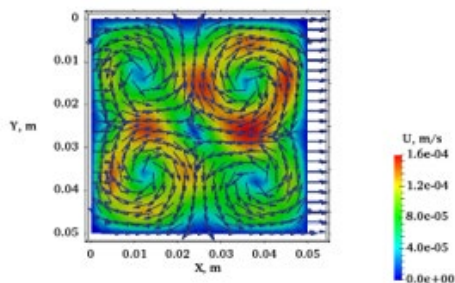


Рис. 2. Поле скоростей и вектор скорости в ячейке при $Ra=200 \cdot 10^3$ и $Ar=2,45 \cdot 10^{-6}$.

В результате многопараметрических расчетов динамики расслоения дисперсной системы в замкнутой ячейке в зависимости от Ra и Ar была построена кривая полного расслоения (рис. 3). На основе полученных данных можно определить будет ли расслаиваться дисперсная система при наличии тепловой конвекции жидкости в зависимости от соотношения чисел Ra и Ar .

Если при определенных значениях критериев подобия точка окажется выше кривой, то дисперсная система расслоится. Таким образом, в этом случае тепловая конвекция будет способствовать процессу расслоения. Если точка окажется ниже кривой, то тепловая конвекция будет оказывать негативное влияние, препятствуя оседанию частиц.

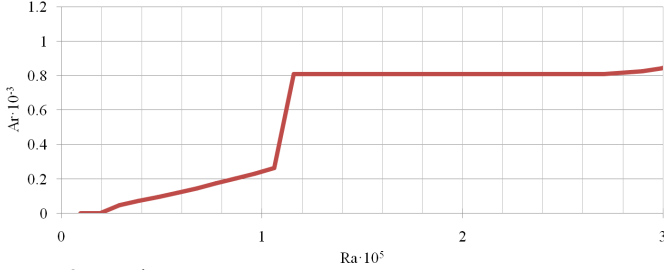


Рис. 3. График полного расслоения дисперсной системы.

В третьей главе исследовано распределение диспергированной фазы в потоке в каналах разной геометрии: горизонтальный, наклонно-направленный и пересекающиеся.

В разделе 3.1 проведено численное исследование течения дисперсной системы в горизонтальном канале. Сформулирована математическая модель течения дисперсных систем. Она включает в себя уравнения неразрывности и движения для дисперсной системы и уравнение динамики объемной концентрации диспергированной фазы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \rho \vec{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\Sigma} + \nabla \cdot \left(\frac{\rho_p \rho_f}{\rho} (1 - C) C \vec{u}_r \vec{u}_r \right) \quad (19)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (C \vec{u}) = -\nabla \cdot (C(1 - f_p) \vec{u}_r) \quad (20)$$

где $\rho = \rho_p C + \rho_f (1 - C)$ – плотность дисперсной системы; \vec{u} – среднемассовая скорость дисперсной системы; p – среднее давление дисперсной системы; C – объемная концентрация твердых частиц диспергированной фазы; $f_p = \frac{C \rho_p}{\rho}$ – массовая доля диспергированной фазы; \vec{g} – ускорение свободного падения; $\boldsymbol{\Sigma} = \mu [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T - 2/3 (\nabla \cdot \vec{u}) I]$ – тензор напряжения в дисперсной системе; \vec{u}_r – относительная скорость между фазами; μ – коэффициент эффективной вязкости дисперсной системы; I – единичная матрица. Здесь и далее индекс p обозначает параметры, относящиеся к диспергированной фазе, f – к дисперсионной среде.

Эффективный коэффициент вязкости дисперсной системы рассчитывается согласно эмпирической зависимости:

$$\mu = \mu_f \left(1 - \frac{c}{c_{max}} \right)^{-\beta}, \quad (21)$$

где μ_f – коэффициент динамической вязкости дисперсионной фазы; c_{max} – максимальная плотность упаковки частиц диспергированной фазы; β – эмпирический коэффициент.

Относительная скорость между фазами:

$$\vec{u}_r = f^h \left(\vec{u}_{sed} - \frac{d^2(\rho_p - \rho_f)}{18\mu_f} \frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{d^2}{18\mu_f C} \nabla \cdot \Sigma_p \right) \quad (22)$$

$$\vec{u}_{sed} = \frac{d^2(\rho_p - \rho_f)g}{18\mu_f} \quad (23)$$

$$\nabla \cdot \Sigma_p = -\gamma \nabla(\mu_f a_n) - K_\gamma \mu_f a_n \nabla \gamma \quad (24)$$

$$K_\gamma = \left(2 - \frac{K_\eta}{K_c} \right) \left(1 - \frac{c}{c_{max}} \right)^p + \frac{K_\eta}{K_c} \quad (25)$$

где \vec{u}_{sed} – скорость оседания по формуле Стокса; d – диаметр частицы диспергированной фазы; Σ_p – тензор напряжений в среде диспергированной фазы; γ – скорость сдвига потока дисперсной системы; a_n – эмпирическая безразмерная функция, которая описывает взаимодействие между частицами; K_η и K_c – эмпирические коэффициенты.

Эмпирическая функция a_n в данной работе принята:

$$a_n = 0,75 \left(\frac{c}{c_{max}} \right)^2 \left(1 - \frac{c}{c_{max}} \right)^{-2} \quad (26)$$

Соотношение коэффициентов K_η и K_c в зависимости от концентрации частиц диспергированной фазы определяется как:

$$\frac{K_c}{K_\eta} = 1,042C + 0,1142 \quad (27)$$

Функция стесненного оседания определяется следующим выражением:

$$f^h = (1 - C) \frac{\mu_f}{\mu} \left(1 - \left(\frac{c}{c_{max}} \right)^2 \right) \quad (28)$$

Эффективный коэффициент диффузии определяется согласно выражению:

$$D = (1 - f_p) \frac{d^2 \rho_p f^h}{18\mu_f (1 - C)} \gamma \frac{cd a_n}{dC} \quad (29)$$

В начальный момент времени канал заполнен дисперсной средой, и система покоится:

$$C(x, y, z, t = 0) = 0; \vec{u}(x, y, z, t = 0) = 0 \quad (30)$$

На твердых стенках канала задается условие отсутствие потока для объемной концентрации частиц диспергированной фазы:

$$D \frac{\partial C}{\partial n} - \rho_p C (\vec{u} + (1 - f_p) \vec{u}_{rg}) = 0 \quad (31)$$

На входе были заданы постоянные значения концентрация и скорость закачки:

$$C(x = 0, y, z, t) = C_{in}; \vec{u}(x = 0, y, z, t) = \vec{u}_{in} \quad (32)$$

Для касательной к стенке компоненты скорости течения дисперсной системы задается условие частичного скольжения на стенке:

$$\beta_w d \left(1 - \frac{c}{c_{max}} \right) C \frac{\mu}{\mu_f} \frac{\partial u}{\partial n} = u \quad (33)$$

где β_w – коэффициент проскальзывания, зависящий от радиуса частиц диспергированной фазы.

Для нормальной составляющей к стенке компоненты скорости дисперсной системы задается условие непротекания на твердой стенке:

$$un_w = 0 \quad (34)$$

где n_w – нормаль к поверхности стенки.

Для концентрации диспергированной фазы и скорости течения на выходе задаётся условия протекания:

$$\frac{\partial c}{\partial n} = 0; \quad \frac{\partial \vec{u}}{\partial n} = 0 \quad (35)$$

Проведено сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными. На рис. 4 приведены профили скорости и концентрации в плоском канале прямоугольного сечения.

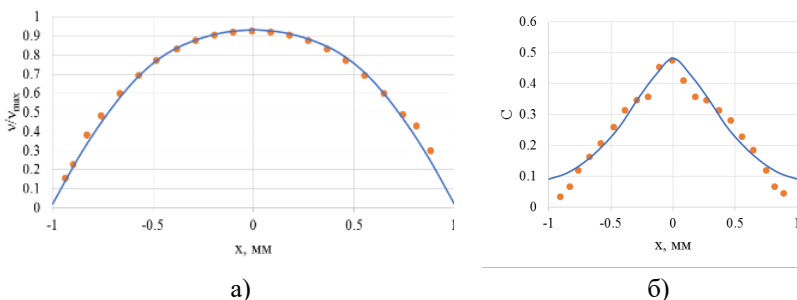


Рис. 4. Распределение скорости (а) и концентрации частиц (б) в канале в момент времени 30 с при $C_{in}=0,3$: точки – эксперимент, линия – модель.

Сравнение результатов моделирования и экспериментов показало пригодность численной модели для прогнозирования течения дисперсной системы.

Моделирование течения дисперсных систем с различным значением исходной концентрации (C_{in}) показало (рис. 5), что при увеличении C_{in} картина распределения частиц качественно не отличается. Во всех случаях наблюдается миграция частиц диспергированной фазы от стенок к центру. При равном шаге изменения концентрации наблюдается сгущение кривых распределения в центре. Этот факт можно объяснить тем, что эффективная вязкость дисперсной системы нелинейно растет с увеличением значения C_{in} .

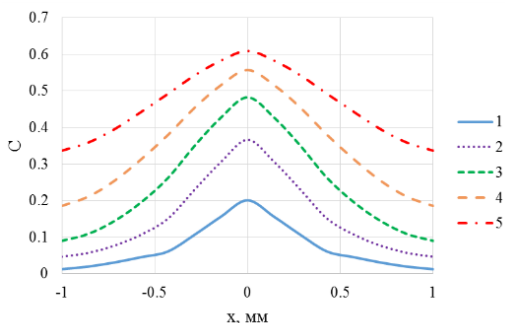


Рис. 5. Профили концентрации в момент времени 30 с для значений C_m :
1 – 0,1; 2 – 0,2; 3 – 0,3; 4 – 0,4; 5 – 0,5.

В ходе исследования рассмотрены профили, у которых заданное максимальное значение в центре канала равно: 1 – 0,07; 2 – 0,12; 3 – 0,16, на удалении 0,112 м от входа в канал (рис. 6).

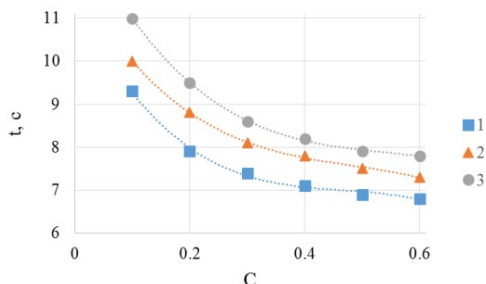


Рис. 6. Зависимость времени формирования профиля концентрации с заданным максимальным значением в центре канала:
1 – 0,07; 2 – 0,12; 3 – 0,16.

Из рис. 6 наблюдается, что увеличение значения объемного содержания диспергированной фазы ведет к уменьшению времени, за которое происходит формирование профиля концентрации. Тогда как в случае увеличения максимального значения, время необходимое для образования профиля увеличивается.

В разделе 3.2 проведено моделирование нестационарного течения дисперсной системы в плоском наклонном канале. Схема расчетной области представлена на рис. 7.

Значение скорости нагнетания дисперсной системы в канал выбиралось таким образом, чтобы скорость течения в канале была соизмерима со скоростью оседания частиц по формуле Стокса. Угол наклона канала (α) варьировался от 0 до $\pi/2$. Угол наклона 0 соответствует случаю, когда вектор скорости нагнетания перпендикулярен вектору силы тяжести, угол наклона $\pi/2$ – случаю, когда эти вектора противоположно направлены.



Рис. 7. Схема расчетной области.

При закачке дисперсной системы со скоростью 0,02 м/с в горизонтальном канале высота образовавшегося осадка практически линейно убывает по длине. При $\pi/6$ левая часть канала практически полностью занята осадком, фронт частиц достигает середины. Это связано с тем, что скорость течения сравнима со скоростью оседания частиц. В нижней части концентрация приближена к предельному значению плотной упаковки. С увеличением угла наклона канала до $\pi/3$ (рис. 8а) ситуация усугубляется. Частицы успевают преодолеть лишь малую часть и скапливаются у входа.

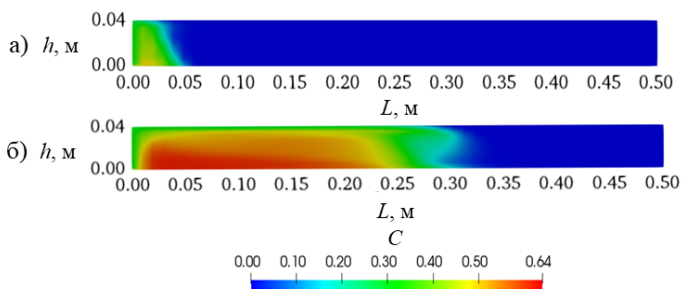


Рис. 8. Распределение концентрации частиц вдоль центра канала при скорости закачки 0,02 м/с и 0,04 м/с при $\alpha = \pi/3$.

При более высоких скоростях закачки картина распределения частиц в канале существенно изменяется (рис. 8б). Видно, что в нижней части канала образуется небольшая область осевших частиц, концентрация которого близка к предельной. Фронт частиц доходит практически до середины (рис. 8б), что значительно дальше, чем при скорости закачки 0,02 м/с (рис. 8а). Это происходит из-за того, что скорость течения превышает скорость гравитационного оседания частиц. Кроме того, в данном случае наблюдается размывание фронта. Структура

фронта имеет форму набегающей волны, в верхней и нижней частях канала фронт частиц опережает значения в средней части канала.

На рис. 9 представлено поле скоростей и линии тока в канале при угле наклона $\pi/3$ при скорости закачки 0,04 м/с. Видно, что наблюдается завихренность течения за фронтом вытеснения, которая приводит к размытию фронта, наблюдаемому на рис. 8б.

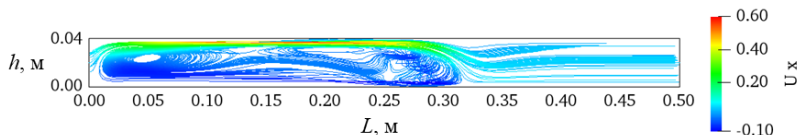


Рис. 9. Поле скоростей и линии тока в канале при угле наклона канала $\pi/3$ при скорости закачки 0,04 м/с.

В ходе расчетных исследований было обнаружено, что минимальная скорость закачки жидкости в канал, при которой начинается заполнение канала твердой фазой, нелинейно зависит от угла наклона. Зависимость для угла отличного от 0 может быть аппроксимирована следующей функцией: $u_{in} = u_{\pi/2} \cdot \sin \alpha$, где $u_{\pi/2}$ – минимальная скорость при которой начинается заполнение канала твердой фазой для угла $\pi/2$. С увеличением угла наклона минимальная скорость закачки растет и имеет максимальное значение при $\pi/2$, соответствующее течению против действия сил тяжести.

В качестве безразмерного параметра, характеризующего отношение сил инерции, действующих в потоке, к силам вязкости выступает число Рейнольдса (Re). Число Re для течения дисперсной системы определяется как $Re = u d_g \rho_f / \mu_f$, где d_g – гидравлический диаметр основного канала. Число Re_p для частиц: $Re_p = u_{st} d \rho_f / \mu_f$.

С точки зрения практического применения результатов проведено исследование эффективности заполняемости канала в зависимости от угла наклона канала. Введен параметр эффективности заполнения канала (E), который выражается как отношение объема частиц в канале к объему канала. На рис. 10 представлена зависимость эффективности заполнения канала от угла наклона для разных значений Re/Re_p .

Видно, что при малых соотношениях Re/Re_p эффективность заполнения канала твердыми частицами низкая (кривая 1 на рис. 10). С увеличением угла наклона до $\pi/3$ эффективность снижается до 0 что связано с тем, что скорость оседания превышает скорость течения.

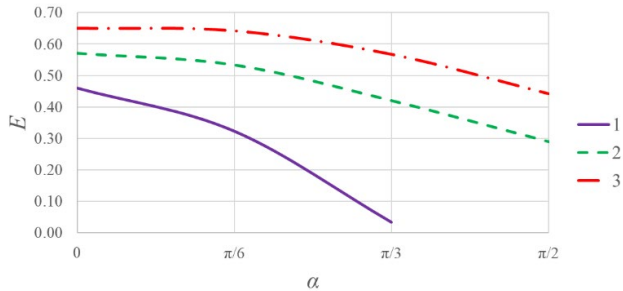


Рис. 10. Зависимость эффективной заполняемости канала от угла наклона канала: 1 – $Re/Re_p=0,25$; 2 – $Re/Re_p=0,5$; 3 – $Re/Re_p=1$.

При увеличении Re/Re_p в 2 раза эффективность возрастает в 1,25 раз для горизонтального канала и более чем в 8 раз для канала с углом наклона больше $\pi/3$ (кривые 1 и 2 на рис. 10). Стоит отметить, что при $Re/Re_p > 0,3$ даже при $\pi/2$ эффективность заполнения канала отлична от 0. При этом эффективность нелинейно возрастает с увеличением Re/Re_p . Это связано с параболическим распределением скорости поперек канала: у стенок канала дисперсная система течет медленнее, чем в центре, что приводит к тому, что эффективность заполнения канала растет непропорционально.

В разделе 3.3 проведено исследование нестационарного течения дисперсной системы в пересекающихся каналах. Расчетная область представлена на рис. 11 (вид сверху). Основной канал пересекается вторичным на расстоянии m от входа. Слева в основной канал нагнетается дисперсная система.

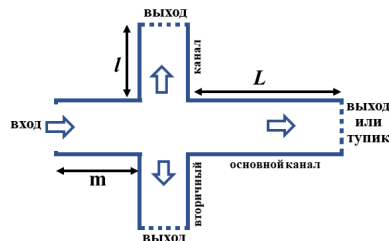


Рис. 11. Схема расчетной области.

В ходе исследования рассмотрены варианты, когда торцы основного и вторичного каналов проницаемы для дисперсионной среды, и когда основной канал закрытый. В обоих случаях торцы непроницаемы для частиц диспергированной фазы. Проведены исследования динамики распределения частиц в сети каналов в зависимости от соотношения Re/Re_p и соотношения длины основного (L) и вторичного (l) каналов $\alpha=2l/L$. Проанализирован процесс заполнения каналов твердой фазой в зависимости от значений безразмерных параметров. Рассмотрены соотношения $Re/Re_p=1; 2,5; 5; 7,5$ и 10 .

На рис. 12 приведены результаты моделирования при закачке в канал дисперсной системы с $C_{in}=0,3$ при $Re/Re_p=10$.

В случае, когда $Re/Re_p=10$, только небольшая часть частиц от общей массы диспергированной фазы успевает опуститься вниз (рис. 12а). Присутствует разрыв вала частиц в области пересечения со вторичным каналом, где дисперсная система быстро устремляется в пересекающийся канал (рис. 12в). У выхода из канала образуется участок с высокой концентрацией, который с течением времени становится плотным (рис. 12в), что ведет к значительному снижению пропускной способности пересекающегося канала.

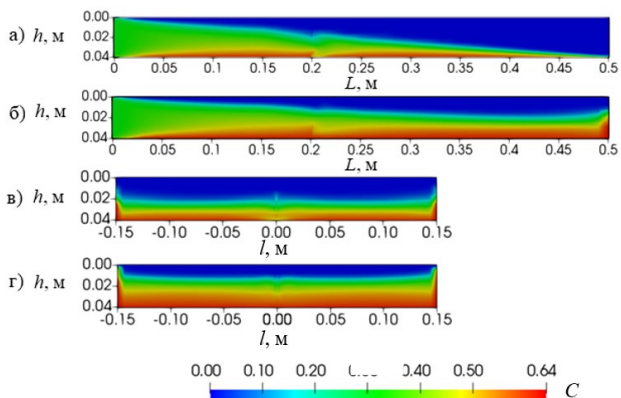


Рис. 12. Распределение частиц вдоль оси основного и вторичного канала при $Re/Re_p=10$: а, в – закрытый; б, г – открытый торец основного канала.

Этот процесс инициирует конец движения течения, сопровождающийся скачком давления. Степень заполненности канала диспергированной фазой в случае с открытым концом значительно выше, чем в канале с закрытым концом. При $Re/Re_p=10$ этот показатель равен 25 и 40% соответственно для канала с закрытым и открытым торцом, а при $Re/Re_p=1$ – равен 70 и 90%.

На основе многопараметрических расчетов были построены кривые эффективности заполнения основного канала в зависимости от соотношения чисел Рейнольдса (рис. 13).

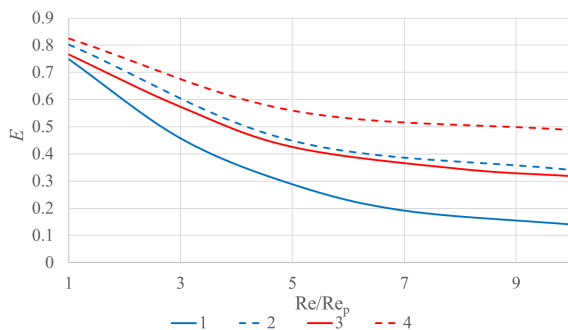


Рис. 13. Эффективность заполнения основного канала в зависимости от Re/Re_p : 1 – $\alpha=0,5$ закр.; 2 – $\alpha=0,5$ откр.; 3 – $\alpha=1$ закр.; 4 – $\alpha=1$ откр.

Получено, что для любого соотношения размеров каналов, вне зависимости от того, открыт или закрыт торец основного канала, с ростом Re/Re_p эффективность заполнения канала снижается. При увеличении длины вторичного канала эффективность заполнения основного канала увеличивается (1 и 3 на рис. 13). Для основного канала с открытым торцом эффективность заполнения канала при прочих равных условиях оказывается выше, чем для канала с закрытым торцом (1 и 2 на рис. 13). Разница становится существенной при увеличении соотношения чисел Re , что объясняется большей миграцией частиц во взвешенном состоянии к торцу основного канала в случае, когда он открыт (рис. 12б). В частности, замечено, что при соотношении размеров каналов $\alpha=1$ для случая канала с закрытым торцом и при $\alpha=0,5$ для случая канала с открытым торцом эффективность заполнения каналов при $Re/Re_p > 5$ практически идентична (2 и 3 на рис. 13).

В заключении сформулированы основные результаты и выводы:

1. По результатам исследования течения дисперсной системы в канале прямоугольного сечения показано, что, если скорость течения суспензии меньше или сопоставима со скоростью оседания частиц, образуется вал осевших частиц преимущественно в первой половине или в середине канала, соответственно; в противном случае – частицы не успевают осесть на всем протяжении канала.

2. На основе результатов моделирования динамики дисперсной системы в прямоугольной полости в поле гравитационных сил при подогреве нижней грани с учетом тепловой конвекции получено, что при малых значениях числа Рэлея ($Ra < 10^4$) наблюдается полное расслоение системы. Увеличение числа Ra ведет к возникновению термоконвективных потоков в среде, препятствующих оседанию частиц.

3. В результате исследования динамики дисперсной системы в плоском канале выявлено, что с увеличением угла наклона канала расстояние, на которое продвигается фронт частиц, уменьшается и нелинейно зависит от соотношения чисел Рейнольдса для течения всей дисперсной системы (Re) и диспергированных частиц (Re_p).

4. Исследование течения дисперсной системы в перекрестном канале показало, что степень заполнения основного канала твердыми частицами зависит как от соотношения характерных чисел Рейнольдса Re/Re_p , так и от соотношения размеров основного и вторичного каналов. Получено, что с ростом Re/Re_p эффективность заполнения основного канала снижается, а с увеличением длины вторичного канала растет. Выявлено, что если торец основного канала открыт для несущей фазы, то степень заполнения канала выше, чем при закрытом торце, например, при $Re/Re_p=10$ этот показатель равен 40% и 25%, а при $Re/Re_p=1$ он равен 90% и 70%, соответственно.

Основные публикации автора по теме диссертации в изданиях ВАК:

1. Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Ковалева Л.А. Численное моделирование ламинарного течения суспензии в плоском канале // Вестник Башкирского университета. – 2021 – Т. 26. – №2. – С. 281-286. <https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2021.2.2>.

2. Тухбатова Э.Р., Мусин А.А., Юлмухаметова Р.Р., Ковалева Л.А. Исследование влияния тепловой конвекции на процесс разрушения водонефтяной эмульсии при СВЧ воздействии // Вестник Башкирского университета. – 2017. – Т. 22. – № 4. – С. 930-935.

В журнале, входящем в базу данных RSCI:

3. Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Валиуллина В.И., Ковалева Л.А. Математическое моделирование течения суспензии в системе пересекающихся трещин // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2023. – Т. 26. – № 1. – С. 201-211. <https://doi.org/10.33048/SIBJIM.2023.26.118>

Scopus:

4. Iulmukhametova R.R., Musin A.A., Kovaleva L.A. Mathematical modelling of a laminar suspension flow in the flat inclined channel // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – V. 2057. – P. 012044. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2057/1/012044>

5. Zamula Y.S., Iulmukhametova R.R., Musin A.A., Shashkov A.V., Kovaleva L.A. Experimental and numerical modeling of a viscous incompressible fluid flow with dispersed particles in a rectangular channel // Journal of Physics. – 2019. – V.1359. – P. 012039. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1359/1/012039>

6. Iulmukhametova R., Musin A., Kovaleva L. Mathematical modeling of the flow of viscous incompressible fluid with suspended particles in flat

inclined channel // Advanced Problem in Mechanics II. APM 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. – 2022. – P. 23-32. https://doi.org/10.1007/978-3-030-92144-6_3

7. Valiullina V., Zamula Y., Mullayanov A., Iulmukhametova R., Musin A., Kovaleva L. Experimental and numerical study of the water-in-oil emulsion thermal motion in rectangular cavity with a heated bottom // Advanced Problem in Mechanics II. APM 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. – 2022. – P. 117-125. https://doi.org/10.1007/978-3-030-92144-6_9

Публикации в изданиях РИНЦ:

1. Юлмухаметова Р.Р., Ковалева Л.А., Мусин А.А. Численное исследование течения суспензии в плоском канале // Теоретические и экспериментальные исследования нелинейных процессов в конденсированных средах. Материалы VIII Межрегиональной школы-конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, г. Уфа. – 2022. – С. 151.

2. Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А. Численное исследование течения суспензии в канале при наличии утечки в боковые стенки // Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании: спутник Международной научной конференции "Уфимская осенняя математическая школа-2021". Тезисы докладов XII Международной школы-конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, г. Уфа. – 2021. – С. 250.

3. Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Ковалева Л.А. Численное исследование ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости со взвешенными твердыми частицами в наклонном канале // Многофазные системы. – 2020. – Т. 15. – № 1-2. – С. 124.

4. Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Ковалева Л.А. Численное моделирование течения вязкой несжимаемой жидкости с дисперсными частицами в прямоугольном канале // Современные проблемы физики. Межвузовский сборник научных статей, посвященный 100-летию открытия Уфимского Физического института. – Уфа. – 2019. – С. 228-232.

5. Тухбатова Э.Р., Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Ковалева Л.А. Исследование термогидродинамических процессов в водонефтяных эмульсиях при термическом воздействии // V международная научная конференция-школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах», г. Москва. Тезисы докладов. – 2019. – С. 138-140.

6. Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Тухбатова Э.Р., Давлетбаев А.Я. Моделирование течения вязкой несжимаемой жидкости со взвешенными частицами в трещине гидроразрыва пласта // Всероссийская конференция с международным участием, посвященной

памяти академика А.Ф. Сидорова «Актуальные проблемы прикладной математики и механики», п. Абрау-Дюрсо. Тезисы докладов. – 2018 – С. 81-82.

7. Юлмухаметова Р.Р., Тухбатова Э.Р., Мусин А.А. Моделирование расслоения водонефтяной эмульсии в поле гравитационных сил при наличии тепловой конвекции // Материалы VII Международной молодежной научно-практической конференции «Математическое моделирование процессов и систем», г. Стерлитамак. – 2017. – С. 412-417.

8. Юлмухаметова Р.Р., Тухбатова Э.Р., Мусин А.А., Ковалева Л.А. Исследование влияния тепловой конвекции на процесс расслоения водонефтяной эмульсии // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. – 2017. – Т. 12. – № 2. – С. 163-168. <https://doi.org/10.21662/uim2017.2.024>

9. Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Тухбатова Э.Р. Математическое моделирование течения вязкой несжимаемой жидкости со взвешенными частицами в трещине гидроразрыва пласта // Физико-химическая гидродинамика: модели и приложения, г. Уфа. – 2018. – С. 115.

Свидетельство о регистрации программы:

Мусин А.А., Ковалева Л.А., Фатхуллина Ю.И., Юлмухаметова Р.Р. ЕМНН2D – Моделирование электромагнитного воздействия на одиночную каплю водонефтяной эмульсии. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017612683 Российская Федерация