

На правах рукописи



**МАМАЕВА Зилия Заитовна**

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТОЛБА ЖИДКОСТИ В  
СКВАЖИНЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЛЛЕКТОРСКИХ  
ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАСТА**

1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

**Уфа – 2023**

Работа выполнена в Институте механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленном структурном подразделении Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук

**Научный руководитель:** **Башмаков Рустэм Абдрауфович**  
кандидат физико-математических наук

**Официальные оппоненты:** **Морозов Петр Евгеньевич**  
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории подземной гидродинамики Института механики и машиностроения – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук»

**Давлетбаев Альфред Ядгарович**  
кандидат физико-математических наук, доцент, начальник управления по моделированию и анализу исследований скважин и пластов ООО «РН-БашНИПИнефть»

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уфимский государственный нефтяной технический университет», г. Уфа

Защита диссертации состоится «5» октября 2023 г. в 16:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.479.05 на базе ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», по адресу: 450008, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» и на сайте <https://uust.ru/>.

Автореферат расослан «    »    2023 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
к.ф.-м.н., доцент



Киреев В.Н.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

*Актуальность исследования.* На сегодняшний день нефтегазовая индустрия является одной из крупнейших сфер мировой экономики, которая продолжает развиваться и совершенствоваться. В связи с длительным периодом эксплуатации большинства нефтяных скважин происходит снижение пластового давления, обводнение коллекторов, что является причиной снижения их продуктивности и, в том числе, предпосылкой к разработке месторождений трудноизвлекаемых углеводородов. При эксплуатации нефтяных скважин важен оперативный контроль состояния призабойной зоны пласта, особенно после проведения ремонтных работ и обработки призабойной зоны с целью улучшения ее коллекторских характеристик. Одним из способов существенного изменения дебита скважины является гидравлический разрыв пласта (ГРП). При этом возникают задачи определения качества ГРП, геометрии трещин, изменения коллекторских характеристик. К настоящему времени существует обширный спектр методов, позволяющих провести оценку трещин ГРП, к которым относятся промыслово-геофизические, гидродинамические исследования скважин и исследования по данным микросейсмического мониторинга. Эти методы достаточно широко используются в нефтедобыче, однако, стоит отметить, что при использовании представленных методов высока вероятность погрешности. Исходя из этого разрабатываются новые технологии для оценки эффективности трещин. Кроме того, при разработке трудноизвлекаемых запасов нефти необходимым является диагностика состояния пластов для оценки коллекторских характеристик и уровня залежи углеводородов. С этой целью применяют различные геофизические и гидродинамические методы исследования состояния скважин и пластов.

Одним из таких возможных способов определения состояния скважины и пластов, качества перфорации и параметров трещины, образовавшейся вследствие ГРП, является способ, основанный на возбуждении собственных колебаний столба жидкости в скважине. При этом период колебаний, а также интенсивность их затухания определяются не только протяженностью столба жидкости в скважине, ее диаметром и реологическими свойствами жидкости, но и коллекторскими характеристиками призабойной зоны пласта (в частности, коэффициентами проницаемости, качеством перфорации скважин и свойствами трещин, образовавшихся вследствие гидроразрыва пласта). В связи с вышеизложенным актуальность данной работы обусловлена необходимостью теоретического изучения способа диагностики скважин и пластов, основанного на анализе собственных колебаний столба жидкости в скважине, возникших вследствие резкого изменения давления и скорости жидкости,

позволяющие получить данные о коллекторских характеристиках трещины ГРП и призабойной зоны пласта.

**Целью диссертационной работы** является развитие теории акустических методов диагностики скважин и призабойной зоны путем исследования волновых характеристик собственных колебаний столба жидкости в скважине.

**Для достижения цели поставлены и решены следующие задачи:**

– построение и исследование математических моделей, описывающих динамику давления жидкости в скважине и призабойной зоне с целью определения собственных частот колебаний;

– анализ влияния различных коллекторских характеристик пласта и трещины ГРП на основные волновые параметры собственных колебаний столба жидкости;

– анализ возмущений давления в пласте, в трещине ГРП в призабойной зоне скважины;

– сопоставление результатов моделирования с промышленными данными.

**Методы исследования.** Для постановки и решения рассматриваемой задачи были использованы уравнения механики сплошных сред и гидродинамики, и соответствующие им методы исследования. Найдены численные решения полученных трансцендентных уравнений для нахождения собственных частот. Проведены численные расчеты для изучаемых процессов и дано графическое представление полученных результатов.

**Основные положения и результаты, выносимые на защиту:**

1. Математические модели, описывающие собственные затухающие колебания столба жидкости в скважине для случаев: открытого участка призабойной зоны при наличии и отсутствии вертикальной ГРП трещины; закрытого участка пласта с зоной перфорации;

2. Получение аналитических решений для возмущений давления и скорости в скважине, давления в пласте и трещине ГРП;

3. Вывод трансцендентного уравнения для определения комплексных собственных частот колебаний жидкости;

4. Результаты анализа влияния коллекторских характеристик пласта и трещины ГРП (проницаемости, проводимости) на динамику собственных колебаний столба жидкости в скважине.

**Научная новизна** исследований, проведенных в работе, заключается в следующем:

1) Построена математическая модель, описывающая динамику собственных затухающих колебаний столба жидкости в скважине в предположении отсутствия насосно-компрессорных труб (НКТ);

2) Рассмотрены предельные случаи частотных характеристик: при пренебрежении вязкостью в скважине; при наличии вязкого трения вблизи стенок скважины. Представлены приближенные решения в случае слабых затуханий;

3) Построена математическая модель, описывающая собственные колебания столба жидкости в НКТ в случаях: наличия зоны перфорации в скважине; наличия трещины в пласте, образованной путем гидравлического разрыва пласта.

4) Исследовано влияние основных параметров скважины, пласта и трещины ГРП (проницаемости, проводимости, протяженности открытого и закрытого участка скважины) на интенсивность и характер затухания колебаний.

5) Изучена динамика полей давления в пласте и в ГРП трещине при собственных колебаниях столба жидкости в скважине. Исследованы глубины проникания возмущений давления в пласт и в трещину.

**Достоверность результатов** исследования подтверждаются использованием фундаментальных уравнений механики сплошных сред, гидродинамики, универсальных законов сохранения, корректной постановкой физико-математических задач.

**Практическая значимость.** Результаты исследования метода диагностики скважин при помощи возбуждения собственных колебаний столба жидкости могут служить теоретической основой способов оценки основных параметров трещин ГРП (длины и ширины), определения коллекторских характеристик трещин ГРП и пластов, диагностики технического состояния нефтедобывающих скважин.

**Апробация работы.** Основные результаты работы представлены на следующих конференциях, семинарах и научных школах:

- Международная конференция «Вычислительная механика и современные прикладные программные системы» (Республика Крым, г. Алушта, 4 – 13 сентября 2021 г.);

- Международная научная конференция «Современные проблемы математики и физики» (Республика Башкортостан, г. Стерлитамак, 12 – 15 сентября 2021 г.);

- V Международная научно - практическая конференция «Актуальные проблемы науки и образования в современном вузе» (Республика Башкортостан, г. Стерлитамак, 16–18 сентября 2021 г.);

- Всероссийская научно-практическая конференция, посвященная памяти профессора Усманова Салавата Мударисовича «Обратные задачи и математические модели» (Республика Башкортостан, г. Бирск, 16 сентября 2022 г.);

- Международная научная конференция «Уфимская осенняя математическая школа – 2022» (Республика Башкортостан, г. Уфа, 28 сентября – 1 октября 2022 г.);

- XVI Всероссийская молодежная научная конференция «Мавлютовские чтения» (Республика Башкортостан, г. Уфа, 25 – 27 октября, 2022 г., 1 место в секции «Математическое и компьютерное моделирование»);

- Международная молодежная научно-практическая конференция «Математическое моделирование процессов и систем» (Республика Башкортостан, г. Стерлитамак, 17 - 19 ноября 2022 г.);

- Семинары лаборатории механики многофазных систем Института механики им. Р. Р. Мавлютова под руководством д-ра физ.-мат. наук, профессора Шагапова В. Ш.;

- Конкурс молодых ученых ИМех УФИЦ РАН (Республика Башкортостан, г. Уфа, апрель 2022 г., 3 место);

- Конкурс молодых ученых УФИЦ РАН (Республика Башкортостан, г. Уфа, февраль 2022 г.);

- Международная научная конференция «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения» (Южный Урал, оз. Банное, 13 – 17 марта 2023 г.);

- XXVII Всероссийская научная конференция Студентов - физиков и молодых ученых ВНКФ-27 (Екатеринбург, 2 – 6 апреля 2023 г., диплом II степени).

**Публикации.** Основные научные результаты по теме диссертации изложены в 11 публикациях. В перечень научных изданий, индексируемых в международных базах данных Web of Science, Scopus, zbMath, входит 2 статьи. В научных журналах перечня RSCI опубликована 1 статья. В научных журналах, входящих в РИНЦ, и сборниках Международных и Всероссийских опубликовано 8 работ.

**Благодарность.** Автор выражает благодарность и искреннюю признательность первому научному руководителю д-ру физ.-мат. наук, академику АН РБ, проф. В.Ш. Шагапову за постановку задач и ценные советы и глубоко сожалеет об утрате заслуженного деятеля науки, приносит соболезнования родным и близким. Особую благодарность автор выражает второму научному руководителю канд.физ.-мат.наук, доц. Р.А. Башмакову за полезные советы и постоянное внимание к работе. Автор выражает глубокую признательность канд.физ.-мат.наук Г.Р. Рафиковой за оказанную помощь и поддержку, полученные при выполнении диссертационной работы.

**В диссертационной работе представлены результаты исследований, выполненных** в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в сфере

научной деятельности (0246-2019-0052 "Численные, аналитические и экспериментальные методы в многофазных, термовязких и микродисперсных системах газогидродинамики") и при поддержке проекта Российского научного фонда № 21-11-00207 «Теория акустического зондирования в системах добычи и транспортировки углеводородов».

**Структура и объем диссертационной работы.** Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Общий объем диссертационной работы составляет 123 листа. Работа содержит 58 иллюстраций. Список литературы содержит 127 наименований.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** определена актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цели и задачи исследования, приведены основные положения и результаты работы с подтверждением их достоверности, представлена их научная новизна и практическая значимость.

**В первой главе** приведен краткий обзор теоретических исследований, посвященных геофизическим и гидродинамическим методам исследования скважин (Голубятников Д.В., Марфин Е.А., Шагапов В.Ш., Хусаинов И.Г., Губайдуллин А.А., Галиакбарова Э.В., Башмаков Р.А., Andsager R.L., Knapp R.M., Zhang K. и др.). Представлен обзор работ по моделированию гидравлического удара в скважине (Жуковский Н.Е., Ляпидевский В.Ю., Хабибуллин М.Я., Шагапов В.Ш., Yu S., Guoqing H. и др.) и гидравлического разрыва пласта (Христианович С.А., Баренблатт Г.И., Мартюшев Д.А., Fisher M. K., Daniels J. L., Нагаева З.М. и др.).

**Во второй главе** построена теоретическая модель, описывающая собственные колебания столба жидкости в вертикальной скважине. Получено трансцендентное уравнение для определения комплексных частот, изучены зависимости частоты колебаний, коэффициента затухания и декремента затухания от проницаемости пласта, рассмотрено распределение амплитуды колебаний и сдвига фазе по глубине скважины.

В п.2.1 приведены основные уравнения и постановка задачи. Полагаем, что в начальный момент времени система «скважина-пласт» находится в покое, т.е. течения жидкости в вертикальной скважине и горизонтальном пласте не происходит. Протяженность столба жидкости на закрытом участке скважины длиной  $l$  значительно превышает длину открытого участка:  $l \gg l_p$ . (рис.1) Собственные колебания столба жидкости в вертикальной скважине возникают при резком закрытии скважины (гидроударе).

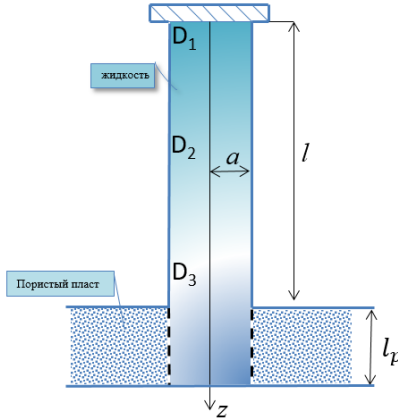


Рис.1. Схема скважины, сообщающейся с пластом.

Для жидкости, движущейся в скважине, запишем уравнения сохранения масс и импульсов для возмущений плотности  $\rho$ , давления  $P$  и скорости  $w$  запишем в линеаризованном приближении в виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{2\sigma}{a} \quad (0 < z < l),$$

$$\sigma = \mu \int_{-\infty}^t \frac{\partial w / \partial t}{\sqrt{\pi v(t - \tau)}} d\tau, \quad v = \frac{\mu}{\rho_0}, \quad \rho = \frac{P}{C^2},$$

где  $a$  - радиус скважины;  $\rho$  - возмущение плотности;  $P$  - возмущение давления;  $w$  - возмущение скорости;  $\sigma$  - касательное напряжение в жидкости на поверхности стенки скважины;  $\mu$  и  $v$  - динамическая и кинематическая вязкости жидкости;  $C$  - скорость звука в жидкости.

Граничные условия запишем в виде:

$$z = 0: w(t, 0) = 0,$$

$$z = l: p(l, t) = p_l(t), \quad w(l, t) = w_l(t),$$

т.е. будем полагать, что на верхней границе течение столба жидкости ограничено неподвижным поршнем. Поскольку протяженность  $l_p$  открытого участка скважины  $l < z < l + l_p$  значительно меньше протяженности закрытого участка  $0 < z < l$ , можно предположить, что возмущение давления на открытом участке однородно и равно  $P_p(t)$ . Поэтому в качестве граничного условия при  $z = l$  принимаем вышеприведенные выражения.

Закон сохранения массы для призабойного участка скважины запишем в виде:



$$\pi a^2 l_p \frac{\partial \rho_l}{\partial t} = \pi a^2 \rho_0 w_l - 2\pi a l_p \rho_0 u_a,$$

где  $u_a$  – скорость фильтрации жидкости в окружающую проницаемую горную породу через стенку открытого участка скважины.

Запишем уравнение упругого режима фильтрации в пласте вокруг скважины в виде:

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P_p}{\partial r} \right), \quad \alpha_p = \frac{k_p \rho_0 C^2}{m_p \mu} \quad l < z < l + l_p, \quad a < r < \infty,$$

при этом граничные условия на границе «скважина – пласт» и на большом расстоянии от скважины имеют вид

$$P_p|_{r=a} = P_l, \quad P_p|_{r=\infty} = 0.$$

Аналитическое решение первой системы ищем в виде стоячих волн

$$P = A_{(p)}(z) e^{i\omega t}, \quad w = A_{(w)} e^{i\omega t},$$

где  $\omega = \Omega + i\delta$  комплексная частота собственных колебаний, причем действительная часть  $\Omega$  отвечает за период колебаний  $T = 2\pi / \Omega$ , а мнимая часть  $\delta$  за интенсивность затухания.

При  $z=l$  для закона изменения параметров  $P_l$  и  $w_l$  находим

$$P_l = P|_{z=l} = A_{(p)}(l) e^{i\omega t}, \quad w_l = w|_{z=l} = i \frac{C_1}{\rho_0} \frac{k \sin(kl)}{\omega (1 + 2/y)} e^{i\omega t}.$$

Для нахождения градиента давления на стенке открытого участка скважины находим решение уравнения фильтрации в пласте, соответствующее граничным условиям

$$P_p|_{r=a} = P_l = C_1 \cos(kl) e^{i\omega t}, \\ P_p \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty.$$

Для давления в пласте получим следующее решение

$$P_p = C_1 \cos(kl) \left( K_0(rq_p) / K_0(aq_p) \right) e^{i\omega t}.$$

С учетом, найденных решений, получим трансцендентное уравнение для определения комплексных частот в виде

$$\operatorname{tg} kl = \left( \frac{2m_p}{aq^2} \frac{K'_0(\tilde{z})}{K_0(\tilde{z})} - 1 \right) kl_p, \quad \tilde{z} = aq, \quad q = \sqrt{i\omega / \alpha_p},$$

где  $K_0(z)$  - функция Макдональда первого порядка.

В п.2.2 рассмотрены собственные частоты в случае пренебрежения вязкостью для трех случаев: протяженность открытого участка скважины

равна нулю ( $l_p = 0$ ); пласт имеет бесконечную проницаемость ( $k_p \rightarrow \infty$ ); при наличии фильтрации в призабойной зоне.

В п.2.3 рассмотрены приближенные решения в случае слабых затуханий при наличии вязкого трения вблизи стенок скважины для двух предельных случаев  $l_p = 0$  и  $k_p \rightarrow \infty$ .

В п.2.4 приведены численные результаты.

Здесь и в последующем распределение давления будем считать нормированным и относительным значением при  $z=0$ , т.е. вместо  $P$  и  $w$  будем использовать соответственно  $P/A_{(p)}(0)$ ,  $P/A_{(w)}(0)$  при  $C_1=1$ :

$$P = \cos(kz)e^{i\omega t}, w = \frac{i}{\rho_0 \omega} \frac{k \sin(kz)}{(1+2/y)} e^{i\omega t}$$

где  $k = (\omega / C)\sqrt{1+2/y}$  - волновое число, которое определяется через комплексную частоту и является комплексным:  $k=K+i\beta$  ( $K=\text{Re}k$ ,  $\beta=\text{Im}k$ ). Тогда действительную часть решения для возмущения давления  $P$  можно записать, как

$$\begin{aligned} \text{Re}(P) &= A(z)e^{-\delta t} \cos(\Omega t + \varphi), \\ A(z) &= \sqrt{\cos^2(Kz) \text{ch}^2(\beta z) + \sin^2(Kz) \text{sh}^2(\beta z)}, \\ \text{tg } \varphi &= -\text{tg}(kz) \text{th}(\beta z). \end{aligned}$$

В численных расчетах в качестве жидкости принята вода со следующими физическими параметрами:  $\rho_0=10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $C=1500$  м/с,  $\mu=10^{-3}$  Па·с. Параметры скважины и пласта:  $l=1500$  м,  $l_p=20$  м,  $m_p=10^{-1}$ .

На рис. 2 приведены зависимости собственной частоты  $\Omega$ , коэффициента затухания  $\delta$  и декремента затухания  $\Delta=2\pi\delta/\Omega$  от коэффициента проницаемости пласта при различных значениях длины  $l_p$  открытого участка скважины. Видно, что с увеличением коэффициента проницаемости пласта в рассматриваемом диапазоне частота собственных колебаний монотонно уменьшается в интервале значений. Таким образом, при изменении коэффициента проницаемости в диапазоне  $10^{-15} \text{ м}^2 \leq k_p \leq 10^{-10} \text{ м}^2$  период колебаний увеличивается приблизительно в два раза. Наиболее нетривиальными результатами являются немонотонные зависимости коэффициента затухания  $\delta$  и декремента затухания  $\Delta$  от коэффициента проницаемости.

На рис. 3 приведены осциллограммы датчиков D1, D2, D3, расположенных на скважине в точках с координатами  $z = 0, 750, 1500$  м соответственно при различных значениях коэффициента проницаемости. Видно, что при увеличении проницаемости частота колебаний уменьшается и происходит их более быстрое затухание.

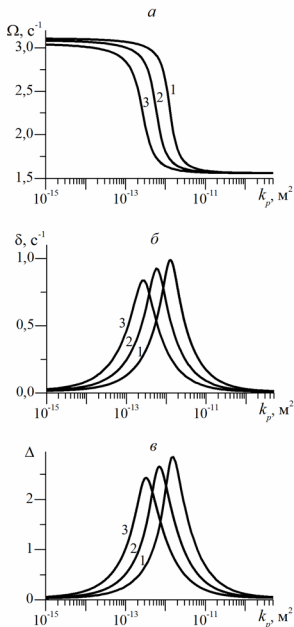


Рис.2. Зависимость собственной частоты (*a*), коэффициента затухания (*b*), декремента затухания (*e*) от проницаемости пласта при различных значениях протяженности закрытого участка скважины  $l_p$ , м: 1 - 10, 2 - 20, 3 - 40.

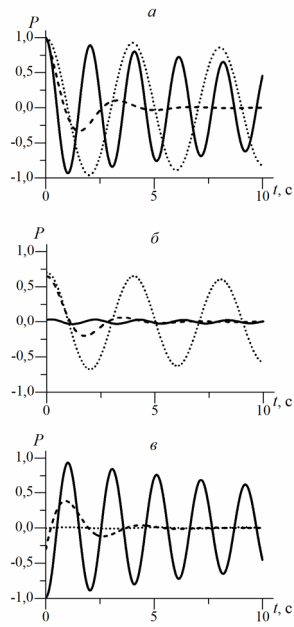


Рис. 3. Динамика давления в датчиках, расположенных в точках скважины 0 м (*a*), 750 м (*b*) и 1500 м (*e*). Сплошная, штриховая и точечная линии соответствуют значениям проницаемости  $k_p = 10^{-14}, 10^{-12}, 10^{-10} \text{ м}^2$ .

На рис. 4 показано распределение давления в пласте при различных значениях коэффициента проницаемости пласта  $k_p = 10^{-12} \text{ м}^2$  (*a*),  $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$  (*b*). Видно, что при значении коэффициента проницаемости  $k_p = 10^{-12} \text{ м}^2$  колебания проникают в пласт на расстояние порядка 15 м, с уменьшением коэффициента проницаемости глубина проникновения уменьшается до 2 м, при этом наблюдается рост амплитуды колебаний.

**В третьей главе** решена задача о затухающих колебаниях в скважине с усложненной геометрией. Изучено влияние протяженности закрытого участка скважины и зоны перфорации на характер собственных колебаний, описана динамика давления в различных точках скважины. Рассмотрен случай скважины при наличии вертикальной трещины ГРП и проанализирована динамика возмущений давления в скважине, призабойной

зоне и ГРП трещине. Численные результаты сопоставлены с промысловыми данными<sup>1</sup>.

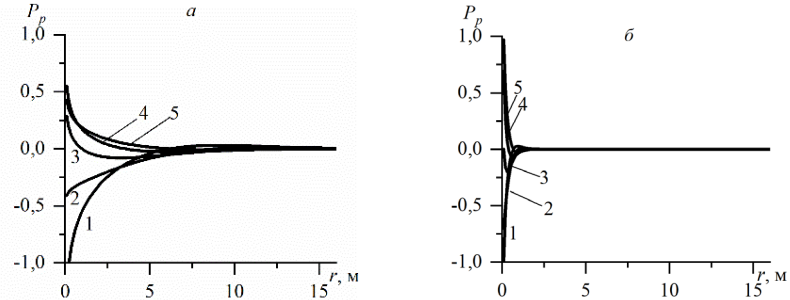


Рис. 4. Эволюция полей давления в пласте в области забоя скважины для различных значений коэффициента проницаемости пласта: *a* -  $k_p=10^{-12} \text{ м}^2$ , *б* -  $k_p=10^{-14} \text{ м}^2$ . Линии 1 ÷ 5 соответствуют различным моментам времени:  $\Omega t = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$  в течении полупериода собственных колебаний.

В п.3.1 решена задача о собственных колебаниях столба жидкости в скважине при наличии зоны перфорации (рис.5). Основные уравнения: сохранения массы жидкости в скважине, уравнение импульсов, уравнения для упругого режима фильтрации в пласте вокруг скважины, аналогичны уравнениям в задаче, представленной во второй главе.

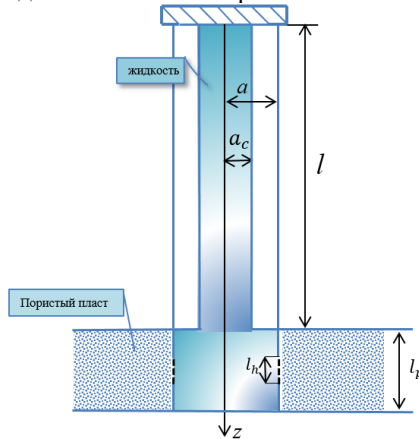


Рис. 5. Схема скважины при наличии зоны перфорации.

<sup>1</sup>Байков, В.А. К оценке геометрических параметров трещины гидро-разрыва пласта / В.А. Байков, Г.Т. Булгакова, А.М. Ильясов, Д.В. Кашапов // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2018. – № 5. – С. 64–75.

Запишем уравнения для закона сохранения массы в призабойной зоне с учетом наличия зоны перфорации в виде:

$$\pi a^2 l_p \frac{\partial \rho_l}{\partial t} = \pi a_c^2 \rho_0 w_l - 2\pi a l_h \rho_0 u.$$

Граничные условия запишем в следующем виде:

$$z = 0: w(t, 0) = 0,$$

$$z = l: P(t, l) = P_l(t), w(t, l) = w_l(t),$$

$$r = a: P = P_l; r \rightarrow \infty: P = 0.$$

С учетом вышеприведенных допущений, найдено трансцендентное уравнение для определения частоты колебаний  $\omega$  в виде:

$$\operatorname{tg}(kl) = \left(\frac{a}{a_c}\right)^2 l_p k \left( \frac{2 l_h m K'_0(aq)}{a l_p q^2 K_0(aq)} - 1 \right).$$

В численных расчетах в качестве жидкости принята вода со следующими физическими параметрами:  $\rho_0 = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $C = 1500$  м/с,  $\mu = 10^{-3}$  Па·с. Параметры скважины и пласта:  $l = 1500$  м,  $l_p = 20$  м,  $m_p = 10^{-1}$ .

На рис. 6 (а), (б) и (в) приведена иллюстрация зависимостей собственной частоты  $\Omega$ , коэффициента затухания  $\delta$ , а также декремента затухания  $\Delta$  от проницаемости пласта  $k_p$  при различных значениях протяженности призабойной зоны скважины  $l_p$ . Заметим, что при увеличении коэффициента проницаемости в диапазоне  $k_p = 10^{-15} \div 10^{-12}$  м<sup>2</sup> частота собственных колебаний уменьшается приблизительно в два раза, соответственно увеличивается период колебаний. В отмеченном диапазоне значений коэффициента проницаемости с ростом протяженности призабойной зоны пласта уменьшается частота колебаний, увеличиваются коэффициент и декремент затухания. Видно, что для всех представленных параметров в диапазоне высоких проницаемостей  $10^{-12}$  м<sup>2</sup>  $> k_p > 10^{-9}$  м<sup>2</sup> влияние длины открытого участка на значения частот, коэффициента и декремента затухания незначительно.

На рис. 7 (а), (б) и (в) представлены зависимости собственной частоты  $\Omega$ , коэффициента затухания  $\delta$ , а также декремента затухания  $\Delta$  от проницаемости пласта при различных значениях протяженности зоны перфорации скважины  $l_h$ . Видно, что с увеличением протяженности зоны перфорации уменьшается частота колебаний в диапазоне  $k_p = 10^{-14} \div 10^{-11}$  м<sup>2</sup>. Можно заметить, что зависимость коэффициента и декремента затухания от проницаемости имеет немонотонный характер.

В п.3.2 построена математическая модель собственных колебаний столба жидкости в скважине при наличии вертикальной ГРП трещины

(рис.8). Основные уравнения: сохранения массы жидкости в скважине, уравнение импульсов, уравнения для упругого режима фильтрации в пласте вокруг скважины, аналогичны уравнениям в задаче, представленной во второй главе.

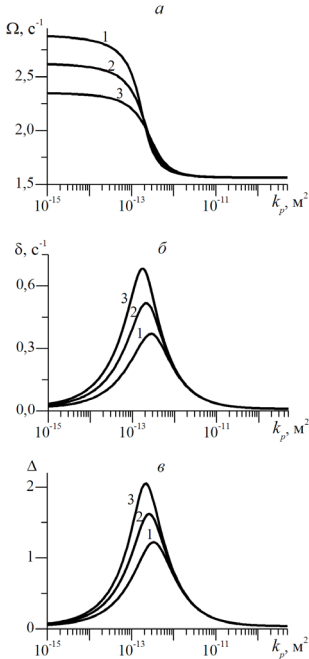


Рис. 6. Зависимость собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от коэффициента проницаемости пласта при различных значениях  $l_p$  м: 1 - 20, 2 - 50, 3 - 100.

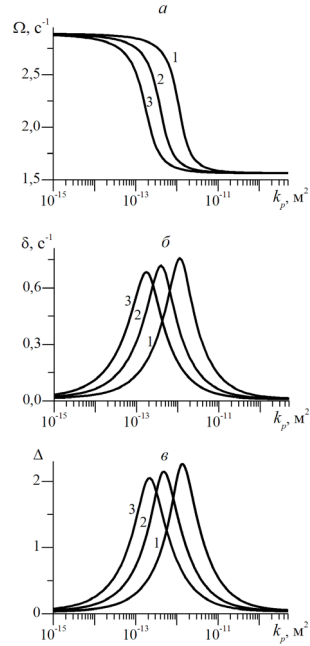


Рис. 7. Зависимость собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от коэффициента проницаемости пласта при различных значениях  $l_b$ , м: 1 - 2, 2 - 5, 3 - 10.

Запишем закон сохранения массы в призабойной зоне скважины при наличии трещины ГРП в виде:

$$\pi a^2 l_p \frac{\partial \rho_l}{\partial t} = \pi a_c^2 \rho_0 w_l - 2\pi a l_p \rho_0 u_p - 2d_f l_p \rho_0 u_f.$$

Для упругого режима фильтрации в пласте вокруг скважины и для фильтрации флюида по трещине и из неё в пласт соответственно запишем интегро-дифференциальное уравнение в виде<sup>2</sup>:

$$\frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} = \chi_f \int_{-\infty}^t \frac{\partial P_f}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}, \quad \chi_f = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p}}{\alpha_f}, \quad 0 < x < \infty.$$

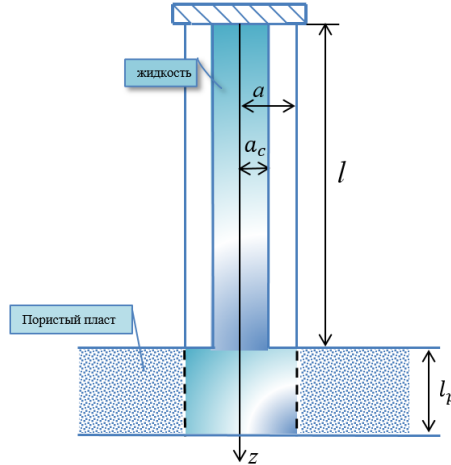


Рис.8. Схема скважины при наличии ГРП трещины.

Запишем граничные условия для жидкости в скважине

$$z = 0 : w(t, 0) = 0;$$

$$z = l : P(t, l) = P_l(t), \quad w(t, l) = w_l(t).$$

Граничные условия для уравнения фильтрации в пласт запишем в виде:

$$r = a : P = P_l;$$

$$r \rightarrow \infty : P = 0.$$

Для фильтрации жидкости по трещине и в пласте запишем граничные условия в виде:

$$x = 0 : P_f = P_l; \quad x \rightarrow \infty : P \rightarrow 0,$$

$$y = 0 : P = P_f = P_p; \quad y \rightarrow \infty : P = P_0,$$

<sup>2</sup>Нагаева, З.М. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте / З.М. Нагаева, В.Ш. Шагапов // Прикладная математика и механика. – 2017. – Т. 81, № 3. – С. 319–329.

где  $P_i(t)$ ,  $w_i(t)$ ,  $P_f(x)$ ,  $P_p(r)$  – не известные функции. Здесь  $P_f = P_f(x, t)$  и  $P_p = P_p(x, y, t)$  – давления в трещине и в пласте, отсчитываемые от исходного давления пласта,  $\alpha_i$  ( $i = f, p$ ) – коэффициент пьезопроводности в области пласта и трещины. Координата  $y$  отсчитывается от стенки трещины.

Для давления в трещине и в пласте получим следующие выражения

$$P_f = A_{(p)}(a)e^{-ik_f x} e^{i\omega t}, P_p = A_{(p)}(a) \left( K_0(rq_p) / K_0(aq_p) \right) e^{i\omega t}.$$

С учетом представленных уравнений и полученных выражений найдем трансцендентное уравнение для определения частоты колебаний  $\omega$

$$tg(kl) = \left( \frac{a}{a_c} \right)^2 l_p k \left( \frac{2m_p K'_0(aq_p)}{a q_p K_0(aq_p)} - \frac{2m_f d_f i k_f}{\pi (aq_f)^2} - 1 \right),$$

где  $q_p = \sqrt{i\omega / \alpha_p}$ ,  $q_f = \sqrt{i\omega / \alpha_f}$ .

Отметим, что данное уравнение имеет бесконечное число корней и наибольший интерес представляют корни, соответствующие самым низким частотам.

Для численного анализа аналитических решений, полученных для определения давления в трещине, примем, что распределение давления в скважине, пласте и трещине будет нормировано относительно значения давления при  $z=0$ , т.е. будем использовать нормированное значение давления  $P_f = P/A_{(p)}(0)$ , соответственно, тогда для получения численных расчетов для давления в трещине будем использовать следующие выражения

$$P_f = \cos(kz) e^{-iK_f x} e^{i\omega t}.$$

Численные расчеты проводились при параметрах скважины, использованных в промысловых данных:  $l=2600$  м,  $l_p=20$  м,  $a_c=3.5 \cdot 10^{-2}$  м,  $a=7.75 \cdot 10^{-2}$  м.

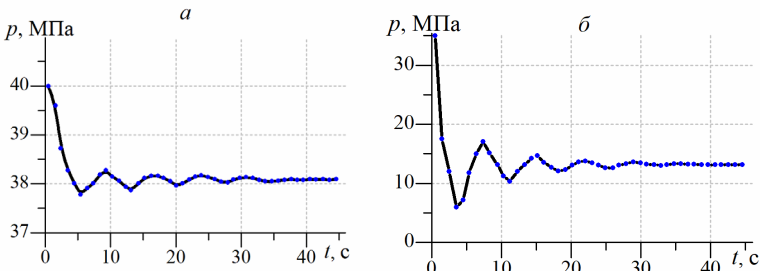


Рис. 9. Колебания давления после остановки закачки жидкости ГРП на забое (а), на устье (б) скважины<sup>1</sup>.



На рис. 9 представлены осциллограммы давления, зарегистрированные вблизи забоя (а) и на устье скважины (б) после прекращения подачи жидкости (воды). Видно, что манометры давления, расположенные на устье скважины и на забое, фиксируют затухающие колебания с периодом примерно равным  $T=7$  с. Причём амплитуда колебаний давления на устье примерно в 4÷5 раз превышает амплитуду колебания на забое.

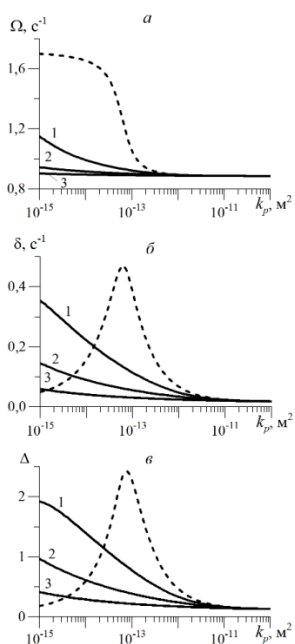


Рис. 10. Зависимость собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от  $k_p$  при различных значениях  $C_f$ ,  $m^3$ :  
 1 -  $5 \cdot 10^{-13}$ , 2 -  $5 \cdot 10^{-12}$ , 3 -  $5 \cdot 10^{-11}$ ,  
 штриховая линия –  $C_f=0$ .

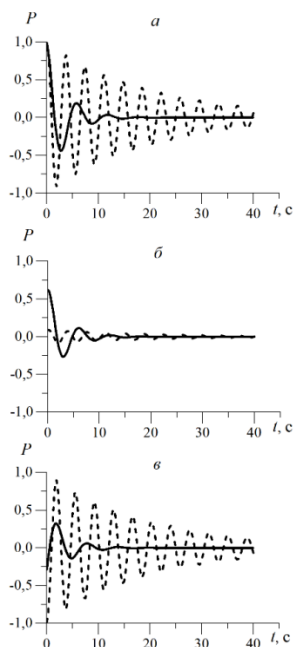


Рис. 11. Динамика давления в точках скважины 0 м (а), 1300 м (б) и 2600 м (в) при  $C_f = 5 \cdot 10^{-12} m^3$  (сплошная линия); штриховая линия -  $C_f=0$ .

На рис. 10 приведена зависимость собственной  $\Omega$  частоты колебаний столба жидкости в скважине, коэффициента затухания этих колебаний  $\delta$  и декремента  $\Delta$  от проницаемости пласта  $k_p$  при наличии и отсутствии трещины ГРП в призабойной зоне пласта. Видно, что при низкой проницаемости пласта ( $k_p \leq 10^{-13} m^2$ ) наличие трещины ГРП в пласте приводит почти к двукратному снижению частоты собственных колебаний столба жидкости в

скважине по сравнению со случаем отсутствия трещины. С увеличением проницаемости пласта ( $k_p \geq 10^{-12} \text{ м}^2$ ) ГРП практически не влияет на величину указанных колебаний. Что касается их затухания, то при отсутствии трещины ГРП в пласте имеет место немонотонная зависимость коэффициента и декремента затухания этих колебаний от проницаемости пласта  $k_p$ . Кроме того, из рис. 11, б и в следует, что по сравнению со случаем отсутствия трещины в низкопроницаемом пласте, наличие трещины ГРП в нем приводит к повышению коэффициента затухания колебаний столба жидкости в скважине. Однако с ростом проницаемости пласта ( $k_p \geq 10^{-12} \text{ м}^2$ ) коэффициент затухания и частота этих колебаний, в случаях с трещиной ГРП и без неё, становятся близкими.

На рис. 11 показаны осциллограммы давления в различных точках скважины с проницаемостью пласта  $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$ . Видно, что при наличии трещины ГРП в пласте с проводимостью  $C_f = 5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^3$  происходит более интенсивное затухание колебаний во всех трех точках скважины, чем в случае отсутствия трещины ГРП. Отметим, что при дальнейшем увеличении проводимости трещины (кривая 3 на рис. 11) происходит снижение коэффициента затухания колебаний давления в скважине. Причем предельно низкое значение этого коэффициента означает проявление вязкого трения вблизи стенки скважины. Более высокая амплитуда колебаний давления почти постоянной величины наблюдается в точках  $z = 0$  и  $z = 2600 \text{ м}$  (на устье и забое скважины) в случае отсутствия трещины в пласте.

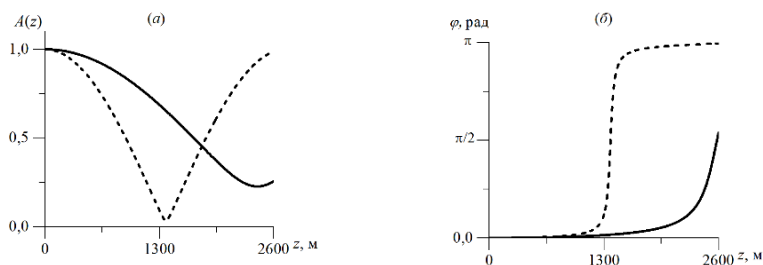


Рис. 12. Распределения амплитуды колебаний столба жидкости (а) и сдвига этих колебаний по фазе (б) по глубине скважины при  $C_f = 5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^3$  (сплошная линия): штриховая линия – случай отсутствия трещины ГРП.

На рис. 12 показаны распределения амплитуды колебаний столба жидкости в скважине и сдвига по фазе этих колебаний по глубине скважины при  $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$ . Видно, что при наличии трещины ГРП в пласте амплитуды колебаний столба жидкости на устье и забое скважины различаются примерно в четыре раза. При отсутствии трещины ГРП в пласте амплитуда колебаний столба жидкости в скважине имеет минимальное значение в ее

середине ( $z = 1310$  м), а максимальное значение - на устье и забое скважины. Максимальный сдвиг по фазе указанных колебаний, составляет около  $\pi/2$  в случае наличия трещины ГРП и  $\pi$  в случае ее отсутствия в пласте.

На рис. 13 показаны распределения давления в трещине ГРП (левый фрагмент) и в пласте (правый фрагмент) в различные моменты времени при значениях коэффициента проводимости трещины  $C_f = 5 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3$  (рис. 13 а),  $5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^3$  (рис. 13 б),  $5 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3$  (рис. 13 в). Видно, что при низких значениях проводимости трещины колебания давления жидкости в трещине ГРП (рис. 9, правая часть) проникают на глубину порядка 30 м, при повышении проводимости трещины глубина распространения колебаний увеличивается до 160 м. При этом глубина проникания колебаний давления в пласт (рис. 9, левая часть) составляет порядка 0.5-0.7 м. С ростом проводимости трещины снижается амплитуда колебаний давления на забое скважины по сравнению с амплитудой на устье, и как следствие, наблюдается снижение амплитуды колебаний в трещине и в пласте почти в семь раз, по сравнению со случаем отсутствия трещины ГРП.

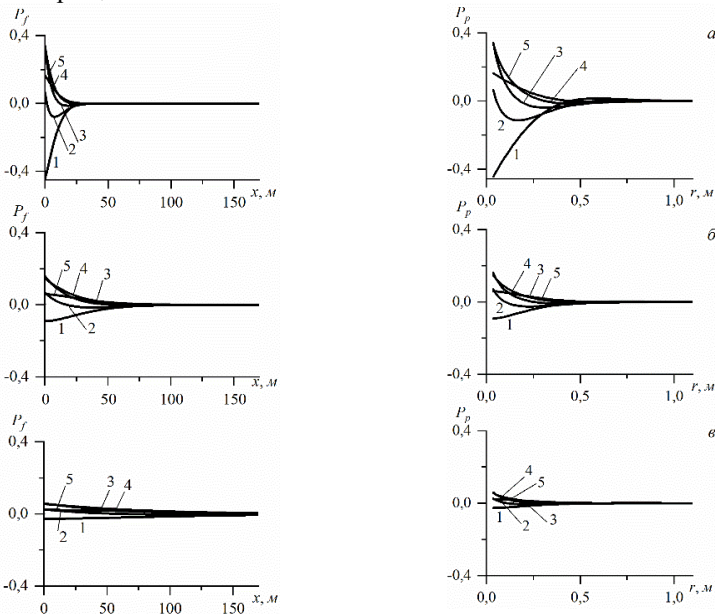


Рис. 13. Эволюция распределений давления на забое скважины в трещине ГРП (левый фрагмент) и в пласте (правый фрагмент) при различных значениях коэффициента проводимости трещины: а -  $C_f = 5 \cdot 10^{-13}$ , б -  $C_f = 5 \cdot 10^{-12}$ , в -  $C_f = 5 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3$ . Линии 1 ÷ 5 соответствуют различным моментам времени  $\Omega t = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$  в течении полупериода собственных колебаний.

На рис. 14 показано распределение давления (левый фрагмент) по координате в трещине ГРП и в пласте (правый фрагмент) при различных значениях коэффициента проницаемости пласта  $k_p=10^{-15} \text{ м}^2$  (рис. 14 а),  $10^{-14} \text{ м}^2$  (рис. 14 б) в случае проводимости трещины  $C_f=5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^3$ . Видно, что при более низкой проницаемости пласта колебания жидкости распространяются в трещину (левая часть рис. 14) на расстояние порядка 75 м. С повышением коэффициента проницаемости глубина распространения колебаний в трещину ГРП уменьшается до 50 м и амплитуда колебаний снижается в два раза. Обратную ситуацию наблюдаем с распространением колебаний жидкости в пласт, при проницаемости  $k_p=10^{-15} \text{ м}^2$  глубина проникновения колебаний составила порядка 1 метра (правая часть рис. 14), при увеличении проницаемости пласта расстояние увеличилось до 1.5 м.

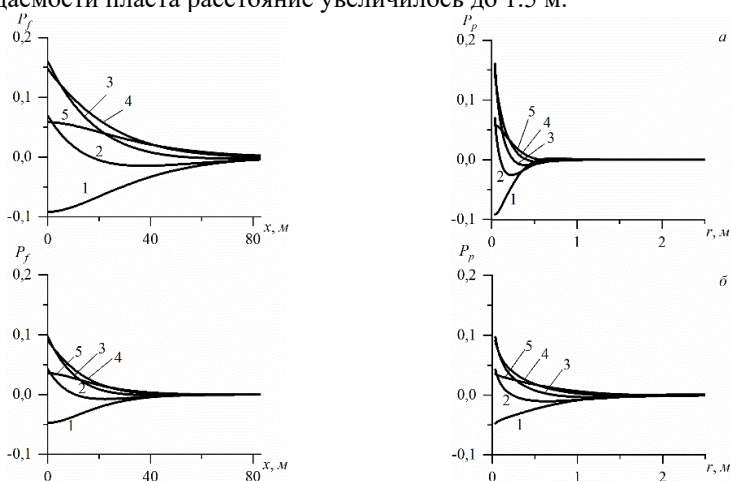


Рис. 14. Распределение давления по координате  $x$  в трещине ГРП (левый фрагмент) и в пласте (правый фрагмент) при различных значениях коэффициента проницаемости пласта: а -  $k_p=10^{-15}$ , б -  $k_p=10^{-14} \text{ м}^2$ .

Линии 1 ÷ 5 соответствуют различным моментам времени  $\Omega t = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$  в течении полупериода собственных колебаний.

**В заключении** кратко изложены основные результаты, полученные в диссертации.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

По результатам исследований получены следующие основные научные результаты и выводы:

1. В случае отсутствия трещины ГРП установлено, что с увеличением коэффициента проницаемости пласта частота собственных колебаний

монотонно уменьшается, следовательно, период колебаний увеличивается. Зависимости коэффициента и декремента затухания от коэффициента проницаемости пласта имеют немонотонный характер. Наличие трещины ГРП в низкопроницаемых пластах ( $k_p=10^{-15}\div 10^{-13}\text{м}^3$ ) приводит почти к двукратному снижению частоты собственных колебаний столба жидкости в скважине и монотонно убывающей зависимости коэффициента и декремента затухания.

2. В случае отсутствия трещины ГРП с ростом протяженности призабойной зоны пласта наблюдается снижение частоты собственных колебаний при  $k_p=10^{-14}\div 10^{-12}\text{м}^3$ , коэффициент и декремент затухания при низких проницаемостях ( $k_p=10^{-15}\div 10^{-13}\text{м}^3$ ) увеличивается, при высоких проницаемостях ( $k_p=10^{-13}\div 10^{-10}\text{м}^3$ ) уменьшается. При наличии трещины ГРП частота колебаний, коэффициент и декремент затухания уменьшается с увеличением длины открытого участка скважины.

3. Показано, что в случае отсутствия трещины ГРП глубина проникания собственных колебаний в пласт при  $k_p=10^{-12}\text{ м}^2$  приблизительно в четыре раза выше, чем при  $k_p=10^{-14}\text{ м}^2$ . При наличии трещины ГРП в коллекторах при  $k_p=10^{-14}\text{ м}^2$  наблюдается уменьшение глубины проникания возмущений давления в пласт примерно в полтора раза.

4. Показано, что в пласте с проницаемостью  $k_p=10^{-14}\text{ м}^2$  глубина проникания собственных колебаний жидкости в трещину ГРП приблизительно в 2 раза меньше, чем при проницаемости  $k_p=10^{-15}\text{ м}^2$ , при этом амплитуда колебаний увеличивается. Повышение коэффициента проводимости ГРП трещины в диапазоне  $C_f=10^{-13}\div 10^{-10}\text{м}^3$  приводит к увеличению глубины проникания колебаний в трещину приблизительно в пять раз и уменьшению амплитуды колебаний примерно в четыре раза.

5. Выявлено, что при наличии трещины ГРП амплитуда возмущений давления на устье скважины приблизительно в четыре раза выше амплитуды колебаний на забое при периоде колебаний давления около  $T=7\text{с}$ , что достаточно близко описывает динамику возмущений давления на устье и забое скважины после остановки закачки жидкости ГРП в промысловых данных.

## **По теме диссертации опубликованы следующие работы**

### ***В изданиях из перечня Web of Science, Scopus, zbMath***

1. Рафикова, Г.Р. Влияние параметров призабойной зоны скважины на собственные колебания столба жидкости в насосно-компрессорной трубе / Г.Р. Рафикова, З.З. Мамаева // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. – 2021. – Т. 27, № 2. – С. 70–79.

2. Шагапов, В.Ш. Анализ коллекторских характеристик призабойной зоны пласта, подверженного гидравлическому разрыву по собственным колебаниям столба жидкости в скважине / В.Ш. Шагапов, Г.Р. Рафикова, Р.А. Башмаков, З.З. Мамаева // Инженерно–физический журнал. – 2023. – Т. 96, № 2. – С. 281–288.

### *В изданиях из перечня RSCI*

3. Шагапов, В.Ш. Затухающие собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом / В.Ш. Шагапов, Р.А. Башмаков, Г.Р. Рафикова, З.З. Мамаева // Прикладная механика и техническая физика. – 2020. – Т. 61, № 4 (362). – С. 5–14.

### *В других изданиях*

4. Рафикова, Г.Р. Исследование собственных колебаний нефти в вертикальной скважине / Г.Р. Рафикова, З.З. Мамаева // Многофазные системы. – 2021. – Т. 16, № 3–4. – С. 105–111.

5. Мамаева, З.З. Динамика собственных колебаний жидкости в скважине, сообщающейся с пластом при наличии трещины ГРП / З.З. Мамаева // Многофазные системы. – 2022. – Т. 17, № 3–4. – С. 195–196.

6. Шагапов, В.Ш. Математическая модель колебаний жидкости в скважине, сообщающейся с пластом / В.Ш. Шагапов, Г.Р. Рафикова, З.З. Мамаева // В сборнике: Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021). Материалы конференции. – Москва, 2021. – С. 487.

7. Шагапов, В.Ш. Исследование затухающих собственных колебаний жидкости в скважине, возникших при гидроударе / В.Ш. Шагапов, Г.Р. Рафикова, З.З. Мамаева // В сборнике: Актуальные проблемы науки и образования в современном ВУЗе. Сборник трудов V Международной научно–практической конференции. – Стерлитамак, 2021. – С. 404–407.

8. Шагапов, В.Ш. Исследование характеристик пласта по собственным колебаниям столба жидкости в стволе скважины / В.Ш. Шагапов, З.З. Мамаева // В сборнике: Математическое моделирование процессов и систем. Материалы XII Международной молодежной научно–практической конференции. – Стерлитамак, 2022. – С. 263–265.

9. Шагапов, В.Ш. Исследование собственных колебаний жидкости в вертикальной скважине при наличии ГРП трещины / В.Ш. Шагапов, Г.Р. Рафикова, З.З. Мамаева // В сборнике: Обратные задачи и математические

модели. Сборник научных трудов. – Бирский филиал Башкирского государственного университета, - 2022. – С. 72–75.

10. Шагапов, В.Ш. Динамика распространения собственных колебаний столба жидкости в вертикальной скважине / В.Ш. Шагапов, Г.Р. Рафикова, З.З. Мамаева // В сборнике: Уфимская осенняя математическая школа. Материалы международной научной конференции – Уфа, 2022. - Т.2. - С. 432–433.

11. Мамаева, З.З. Исследование характеристик пласта по собственным колебаниям столба жидкости в стволе скважины при наличии ГРП / З.З. Мамаева // В сборнике: Мавлютовские чтения. Материалы XVI всероссийской молодёжной научной конференции. - Уфа, 2022. - Т. 5. - С. 1124–1131.