

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Зо Аунга «Неравновесные свойства гидродинамических систем на основе обобщенного уравнения Навье – Стокса», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

Вначале хочу обратить внимание на общую характеристику работы соискателя. Диссертация Зо Аунга производит хорошее впечатление своей фундаментальностью. В ней представлено обстоятельное математическое описание нескольких интересных задач теоретической гидромеханики, решению которых она, собственно, и посвящена. Логика построения всей структуры диссертационной работы хорошо вписывается в специальность 1.1.9. Вначале вводятся общие понятия и необходимая для дальнейшего терминология, которые посвящены выводу основных гидродинамических уравнений, основанных на законах сохранения количества вещества и энергии.

Надо сказать, что математически строгий вывод уравнения Навье – Стокса, основанный на законе сохранения энергии потока, подробно изложенный в диссертации, ранее в литературе не освещался, а, следовательно, его вывод представляет самостоятельный методический интерес, что, на мой взгляд, является отдельным достижением диссертанта.

Опираясь на уравнение непрерывности и уравнения Навье – Стокса, происходит вполне логичный переход к основной задаче диссертации, а именно к выводу обобщенного уравнения Навье – Стокса, в правой части которого помимо традиционного оператора Лапласа, соискатель находит дополнительные неоднородные слагаемые, пропорциональные оператору Лапласа в кубе, в четвертой степени и т.д., необходимые для вычисления поправок к силе сопротивления для частиц малого размера. То есть речь идет, в частности, о наночастицах, практическая значимость которых в настоящее время не вызывает сомнений, что говорит об **актуальности исследования**. Здесь стоит заметить, что существующее к настоящему моменту времени так называемое приближение Барнетта, основанное на градиентном подходе учета неоднородностей, не ставило перед собой целью вывод обобщенного уравнения Навье – Стокса, а потому приведенное в диссертации решение лишь увеличивает ее научную ценность.

Хочу также обратить внимание на то, что логика построения диссертации вполне разумна и вызывает дополнительные положительные эмоции, обусловленные абсолютно

понятной схемой изложения материала. В этом плане важнейшим элементом работы с методической точки зрения служит общий подход решения, я бы не побоялся сказать, обобщенной задачи Стокса, когда во внимание принимается не только традиционное неоднородное слагаемое, содержащее оператор Лапласа в первой степени (классическая задача Стокса), но и последующие члены разложения по числу Кнудсена в виде неоднородных слагаемых к правой части уравнения Навье – Стокса по оператору Лапласа в квадрате, в кубе и т.д. Именно это определяет **научную новизну** диссертации.

Все сказанное выше, а также приведенное решение обозначенных задач, позволило соискателю получить **ряд новых научных результатов**, представленных в диссертации.

1. Приведен подробный вывод уравнения Навье - Стокса, исходя из закона сохранения энергии неоднородного гидродинамического потока.
2. Выведено уравнение непрерывности с помощью подхода, намеченного доктором наук.
3. С помощью метода кинетического уравнения Больцмана описано подробное получение всех основных неоднородных слагаемых по оператору Лапласа к правой части обобщенного уравнения Навье – Стокса в виде ряда по числу Кнудсена.
4. С точностью до бигармонического слагаемого по оператору Лапласа дан алгоритм решения задачи о вычислении поправок к силе Стокса по числу Кнудсена.
5. Приведено конечно – разностное представление обобщенного уравнения Навье – Стокса и проанализировано его численное решение, проиллюстрированное графически.
6. Решена задача вычисления расхода жидкости, протекающей по каналам и трубам произвольного сечения. Приведена общая формула вычисления, в предельных случаях приводящая к правильным результатам, полученным другими авторами.

**Практическая ценность** проведенного исследования заключается прежде всего в том, что полученное обобщение формулы Стокса в виде функции от числа Кнудсена, готова к применению на практике в деле изучения гидродинамических свойств наночастиц.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав с выводами по каждой главе, общих выводов, списка литературы. Она изложена на 117 страницах, включая 14 рисунков. Список литературы содержит 100 наименование.

Введение построено традиционно: обоснована актуальность исследований, практическая значимость работы, изложены цели и задачи, научная новизна.

В первой главе диссертации подробно описан вывод всех основных уравнений гидродинамики, необходимых для решения поставленных перед соискателем задач.

Так, в первом параграфе первой главы приводится подробный вывод уравнения непрерывности исходя из закона сохранения количества вещества. Второй параграф, также имеющий очень важное значение для решаемых задач, посвящен подробному вычислению диссиликативной функции для задачи Стокса. Надо заметить, что в литературе этот вопрос ранее не был освещен ни в одной из известных мне публикаций, и на мой взгляд, это является еще одним дополнительным плюсом к диссертации, хотя этот результат и не был опубликован соискателем в открытой печати.

Третий параграф также важен и довольно интересен, поскольку посвящен выводу уравнения Навье – Стокса, исходя из закона сохранения энергии. В диссертации дается его подробный вывод и мне также очень жалко, что авторы его не опубликовали. Интересный результат, заслуживающий широкого обсуждения.

Наконец, последний четвертый параграф первой главы включает в себя подробное описание общей процедуры вычисления силы Стокса со всеми тонкими математическими подробностями, которое является необходимым шагом для решения задач, поставленных перед Зо Аунгом, аспирантом из Республики Мьянма.

Во второй главе диссертации решается основная задача этой исследовательской работы, которая посвящена вычислению силы сопротивления, которую испытывают шарообразные частицы очень малого размера. Речь идет о наночастицах, обтекаемых потоком вязкой жидкости. Для решения этой задачи первым шагом необходимо было учесть дополнительные неоднородные слагаемые в уравнении Навье – Стокса.

Поэтому в первом параграфе второй главы приводятся все подробности вывода уравнения Навье – Стокса, исходя из закона сохранения энергии потока, основанные на решении кинетического уравнения Больцмана для квазиравновесной функции распределения. С целью получения дополнительных неоднородных слагаемых по оператору Лапласа, соискателю пришлось провести весьма громоздкие математические выкладки, необходимые для решения этой задачи. Им было строго показано, что при учете следующего приближения по числу Кнудсена это неоднородное слагаемое, присутствующее в правой части уравнения Навье – Стокса входит в виде бигармонического оператора, но со знаком минус. Следующий неоднородный член в виде третьей степени по оператору Лапласа входит со знаком «плюс» и т.д. В первом параграфе второй главы дается подробный алгоритм решения со всеми аналитическими выкладками, которые легко проверяются.

Во втором параграфе этой главы решается основная задача диссертации, а именно вычисление силы Стокса с учетом дополнительной неоднородности, обусловленной полученным в диссертации бигармоническим слагаемым. Поскольку в диссертации предполагается, что число Кнудсена все-таки меньше единицы, то следующим слагаемым Зо Аунг пренебрег и оставил только бигармонический член. На самом деле этот прием вполне оправдан, поскольку даже учет бигармонического слагаемого делает все теоретические расчеты чрезвычайно громоздкими, не говоря уже о неоднородных слагаемых в степенях, большие второй по оператору Лапласа. Полученное выражение для силы сопротивления описывает обобщенную формулу Стокса для случая малых частиц в виде некоторой функциональной зависимости от числа Кнудсена. Стоит отметить, что эта формула весьма непростая, а потому в диссертации эта зависимость проиллюстрирована графически, что сделано в третьем параграфе второй главы.

В четвертом параграфе анализируется использование этой общей формулы применительно к наночастицам. Хочу отметить (ранее об этом уже говорилось) ее важное значение в деле экспериментального исследования движения наночастиц в потоках вязкой жидкости и газа.

Последний пятый параграф посвящен численному моделированию уравнения Навье – Стокса с помощью конечно – разностного метода, решение которого при разных соотношениях входящих в него параметров, приведено в виде рисунков.

На мой взгляд, для успешной защиты кандидатской диссертации вполне достаточно первых двух глав. Однако, в диссертации имеется еще одна решенная задача, которая подробно изложена в третьей главе. Эта глава посвящена исследованию гидродинамического течения по трубам и каналам произвольного сечения. Полученные соискателем результаты позволяют наметить алгоритм решения задач о вычислении расхода жидкости в случае произвольной формы контура.

Первый параграф третьей главы посвящен изложению теории Прандтля для случая движения жидкости по цилиндрической трубе. И последующему ее обобщению на сечения произвольной формы.

Второй параграф, как раз и посвящен анализу течения вязкого континуума по каналам и трубам произвольной формы поперечного разреза при условии, что приложенный к обеим концам трубы градиент давления постоянный. Здесь приведен общий алгоритм решения такого рода задач, и в качестве примеров «работы» общей формулы рассмотрены некоторые частные случаи. В частности, приведен вывод формулы, полученной

Прандтлем, и получены формулы для распределения скоростей и расхода жидкости для сечений в виде правильного треугольника и треугольника произвольной формы, совпадающие с известными результатами.

Третий параграф включает в себя вывод общей формулы для вычисления расхода жидкости для случая произвольной формы каналов и труб. В частном случае цилиндрической трубы она приводит к результату, полученному Прандтлем, что говорит о ее корректности.

Следует отметить серьезную апробацию представленной диссертации. Основные результаты опубликованы в 10 научных работах, из которых 1 в международных индексируемых базах (Scopus); 2 работы в базе данных RSCI, 7 – в изданиях, входящих в РИНЦ.

Помимо общего положительного впечатления, которое оставляет чтение настоящей диссертации, хочу отметить также и ряд замечаний, которые возникли в процессе внимательного знакомства с результатами проведенного теоретического исследования.

1. Ощущается некоторая небрежность в написании труда, а также ряд синтаксических и орфографических ошибок. Перепутаны некоторые обозначения формул в ссылках на них в тексте работы;
2. На мой взгляд, список литературы довольно обширен для кандидатской диссертации и вполне мог быть урезан на половину;
3. В формуле для квазиравновесной функции распределения следовало бы ввести химический потенциал молекул жидкости (газа), наличие которого обусловлено процессами парного взаимодействия частиц;
4. Стоило бы также более подробно описать и дать численные оценки всех коэффициентов А, В, С, ..., входящих в обобщенное уравнение Навье – Стокса;
5. Анализ полученной соискателем общей формулы для вычисления силы сопротивления наночастиц следовало бы сделать более подробным.

Указанные замечания в целом носят рекомендательный характер и не снижают качество результатов исследований соискателя, общую высокую оценку их новизны и практической значимости.

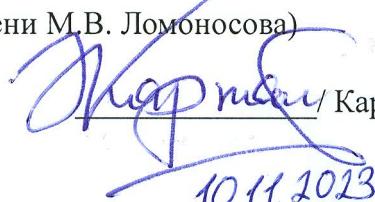
Автореферат полностью соответствует результатам диссертации.

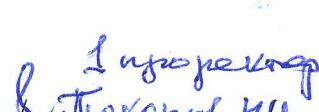
**Заключение.** Диссертационная работа Зо Аунга является завершенной самостоятельной научно-исследовательской работой, содержащей новые научные результаты на актуальную тему ее приложения для исследования гидродинамических

свойств наночастиц. Диссертация соответствует паспорту специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы» (физико-математические науки). Диссертация отвечает всем требованиям положения «О порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 №842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Зо Аунг, заслуживает присуждения искомой ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы».

### Официальный оппонент

Заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор Российского технологического университета МИРЭА (Институт тонкой химической технологии имени М.В. Ломоносова)

  
10.11.2013

Подпись профессора д.ф.-м.н. Карташова Э.М. заверяю  

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Российский технологический университет МИРЭА (Институт тонких химических технологий имени М.В. Ломоносова)

Адрес: пр. Вернадского, д. 78. Москва, 119454  
Телефон: +7(499) 2156565 доб 1140  
E-mail: professor.kartashov@gmail.com

Карташов Эдуард Михайлович – доктор физ.-мат. наук (специальность 05.13.16 – Применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях), профессор, профессор кафедры высшей и прикладной математики Института тонкой химической технологии им. М.В. Ломоносова Российского технологического университета МИРЭА