

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Зо Аунга  
«Неравновесные свойства гидродинамических систем на основе обобщенного уравнения  
Навье – Стокса», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по научной специальности 1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

**Актуальность темы исследования.** Диссертационная работа Зо Аунга посвящена аналитическому построению обобщенного уравнения Навье – Стокса, включающего кроме обычного оператора Лапласа дополнительные неоднородные слагаемые в виде операторов Лапласа в высших степенях (в третьей, четвертой т.д.), которое может быть актуально для описания гидродинамических свойств наночастиц, когда размер частиц сравним с длиной свободного пробега частиц континуум.

**Оценка научной новизны.** В работе получены научные результаты:

- С помощью теории неравновесного статистического распределения аналитически получено обобщенное уравнение Навье – Стокса в виде ряда по степеням оператора Лапласа;
- Приведен алгоритм решения задачи о вычислении поправок к силе сопротивления с учетом дополнительных неоднородных слагаемых уравнения Навье – Стокса;
- Предложено решение задачи о вычислении силы Стокса в виде ряда по числу Кнудсена для сферических наночастиц, обтекаемых стационарным потоком вязкой жидкости (числа Кнудсена меньшие или одного порядка, по сравнению с единицей).
- Рассмотрена обобщенная задача вычисления расхода вязкой жидкости, текущей по каналам произвольного сечения.

**Оценка практической ценности работы.** Результаты исследований могут найти применение для описания гидродинамических свойств наночастиц.

**Оценка содержания работы, ее завершенности.** Диссертация состоит из введения, трех глав с выводами по каждой главе, а также заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 117 страниц, включая 14 рисунков. Список литературы содержит 100 наименований.

Во введении обоснована актуальность исследования, его практическая значимость, а также изложены основные цели исследования, задачи и научная новизна.

Первая глава диссертации посвящена описанию вывода основных уравнений гидродинамики, которые необходимы для решения поставленных в работе задач. В первом параграфе первой главы приведен вывод уравнения непрерывности с помощью закона сохранения количества вещества. Во втором параграфе приведено подробное вычисление диссипативной функции, необходимой для задачи Стокса. В третьем параграфе приведен вывод уравнения Навье – Стокса с помощью закона сохранения энергии. В последнем четвертом параграфе первой главы подробно приведена процедура вычисления силы Стокса.

Вторая глава диссертации посвящена вычислению силы сопротивления, действующей на шарообразные частицы малого размера, например, наночастицы, обтекаемые потоком вязкой жидкости. В первом параграфе второй главы представлен вывод уравнения Навье – Стокса с помощью закона сохранения энергии гидродинамического потока на основе применения классического кинетического уравнения Больцмана для квазиравновесной функции распределения. Аналитически показано, что следующее приближение по числу

Кнудсена представляет собой неоднородное слагаемое, присутствующее в правой части уравнения Навье – Стокса, которое входит в виде бигармонического оператора со знаком минус. Затем идет неоднородный член в виде третьей степени по оператору Лапласа, но уже со знаком «плюс» и т.д. Во втором параграфе второй главы представлено вычисление силы Стокса с учетом дополнительных неоднородностей, которые обусловлены бигармоническим слагаемым. Четвертый параграф посвящен анализу полученной общей формулы применительно к наночастицам. В пятом параграфе, приведено численное моделирование уравнения Навье – Стокса с помощью конечно – разностной схемы, приведены результаты расчетов.

Третья глава диссертации посвящена анализу гидродинамического течения по трубам и каналам произвольных сечений. В первом параграфе третьей главы приводится общее изложение теории Прандтля, когда течение жидкости осуществляется в цилиндрической трубе. Затем эта теория обобщается на сечения произвольной формы. Во втором параграфе анализируется течение вязкого континуума в условиях постоянства градиента давления, приложенного к обеим концам трубы. Здесь излагается общий подход при решении подобного рода задач, и приводятся некоторые частные случаи. Предложен вывод формулы, описывающей распределение скоростей и расхода жидкости через сечение в виде правильного треугольника и в случае треугольника произвольной формы. Последний третий параграф третьей главы посвящен выводу общей формулы, с помощью которой можно вычислять расход жидкости при ее течении по каналам и трубам произвольных сечений. Проведено сравнение с известным результатом Прандтля для цилиндрической трубы.

Автореферат отражает содержание диссертационной работы.

#### **Замечания и вопросы по работе.**

1. В тексте диссертации просматривается достаточно большое количество орфографических, стилистических ошибок, слова типа «обокрали себя» на стр. 82, например, другие небрежности.
2. Почему допустим «обрыв» ряда слагаемых по числу Кнудсена для поправки к силе Стокса? Приведите оценки времени релаксации молекул.
3. Расчеты по формулам (2.91), (2.93) нуждаются в дополнительных обсуждениях, поскольку не подписаны оси координат, нет описания линий на графиках расчетных рисунков (5-7, 8-11). Фраза «Зависимость (2.91) иллюстрируют рисунки 5-7, на которых отчетливо прослеживается тенденция к уменьшению функции от значений параметра...» на с.87 не вполне корректна. Проводились ли сопоставления полученных зависимостей для безразмерной величины «у» с известным безразмерным числом Маха по работам других авторов применительно к задаче обтекания мезочастиц вязкой жидкостью?
4. Мало внимания уделено литературному обзору, именно научных статей по теме исследования, присутствует изобилие классических учебников и монографий. На с.13 приведена ссылка на 90 источников литературы: «...Откуда в силу условия мы немедленно приходим к исковому уравнению непрерывности, выражающему собой закон сохранения количества массы вещества [1] – [90]». В то же время реальных ссылок на многие из источников, приведенных в списке литературы нет.

В силу понятного языкового барьера соискателя, замечания не снижают общего положительного впечатления от диссертационной работы.

**Публикации, отражающие основные положения.** По теме диссертации опубликованы: 1 статья в международных индексируемых базах (Scopus), 2 статьи в базе данных RSCI и 7 – в изданиях, входящих в РИНЦ. Общее число публикаций по теме диссертации – 10, включая тезисы докладов на конференциях российского и международного уровня.

**Заключение.** Диссертация Зо Аунга является законченной научно-квалификационной работой, содержащей новые научные результаты на вполне актуальную тему исследования, соответствует паспорту специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы» (физико-математические науки). Диссертация отвечает всем требованиям положения «О порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 №842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Зо Аунг, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук (специальность 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы»), доцент кафедры информационные технологии и прикладная математика (ИТМ) – Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский государственный нефтяной технический университет»

Хакимова З.Р.

20 ноября 2023 г.

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет»  
450044, г. Уфа, ул. Космонавтов, д.1, телефон: +7(347)242-87-15,  
e-mail: zulfyahakimova@yandex.ru

Подпись Хакимовой Зульфии Разифовны заверяю:

Начальник отдела по работе с персоналом ФГБОУ ВО  
«Уфимский государственный нефтяной технический  
университет»

do. 11. 2023 г.



Дадаян О.А.