

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.2.479.06,  
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И  
ТЕХНОЛОГИЙ» МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ  
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_

решение диссертационного совета от 15 декабря 2023 г. № 3

О присуждении Белевцову Никите Сергеевичу, гражданину РФ, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Мультипольные алгоритмы для многомерных дробно-дифференциальных моделей диффузионных и волновых процессов» по научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ принята к защите 13 октября 2023 г., протокол № 2, диссертационным советом 24.2.479.06 на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, 450076, г. Уфа, ул. З. Валиди, 32, приказ о создании совета № 540/нк от 24 марта 2023 года.

Соискатель Белевцов Никита Сергеевич, 25 апреля 1995 года рождения. В 2019 году окончил Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уфимский государственный авиационный технический университет» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика с присвоением квалификации Магистр. В настоящее время является аспирантом четвертого года обучения ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» по направлению подготовки 09.06.01. Информатика и вычислительная техника, по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Работает в должности ведущего специалиста отдела разработки геофизических проектов ООО «РН-БашНИПИнефть» ПАО «НК «Роснефть», а также по совместительству в должности старшего преподавателя кафедры высокопроизводительных вычислительных технологий и систем ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий».

Диссертация выполнена на кафедре высокопроизводительных вычислительных технологий и систем ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, доцент Лукашук Станислав Юрьевич, профессор кафедры высокопроизводительных вычислительных технологий и систем ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий».

Официальные оппоненты:

1) Кризский Владимир Николаевич, доктор физико-математических наук (05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), профессор, заведующий кафедрой информатики и компьютерных технологий ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II»,

2) Паровик Роман Иванович, доктор физико-математических наук (05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы и комплексы программ. (Республика Узбекистан)), кандидат физико-математических наук (05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории математического моделирования физических процессов ФГБУН «Институт космических исследований и распространения радиоволн» ДВО РАН

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина», г. Екатеринбург, в своем положительном отзыве, подписанном Пименовым Владимиром Германовичем, доктором физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные

уравнения), профессором, заведующим кафедрой вычислительной математики и компьютерных наук, Солодушкиным Святославом Игоревичем, кандидатом физико-математических наук (05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), доцентом, доцентом кафедры вычислительной математики и компьютерных наук, Гомоюновым Михаилом Игоревичем, кандидатом физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), доцентом кафедры вычислительной математики и компьютерных наук, указала, что диссертационное исследование является целостным и завершенным. В диссертации содержится решение задачи разработки мультипольных алгоритмов компьютерного моделирования нелокальных диффузионных и волновых процессов, описываемых линейными многомерными дробно-дифференциальными математическими моделями, имеющей существенное значение для математического моделирования нелокальных процессов. Диссертация соответствует пп. 9-11 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Белевцов Никита Сергеевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Соискатель имеет 26 опубликованных работ, из них три статьи в изданиях, рекомендованных перечнем ВАК РФ при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации; четыре работы в зарубежных рецензируемых изданиях, индексируемых в международной реферативной базе Web of Science; получены два свидетельства о регистрации программ для ЭВМ.

В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем ученой степени работах.

Наиболее значимые работы по теме диссертации:

1. Белевцов, Н. С. Об одной дробно-дифференциальной модификации модели нелетучей нефти / Н. С. Белевцов // Математика и математическое моделирование. — 2021. — Т. 6. — С. 13–27.

2. Белевцов, Н. С. Мультипольный алгоритм численного решения дробно-дифференциального обобщения уравнения Гельмгольца / Н. С. Белевцов // Вычислительные методы и программирование. — 2021. — Т. 22. — С. 109–120.

3. Belevtsov, N. S. Lie group analysis of 2-dimensional space-fractional model for flow in porous media / N. S. Belevtsov, S. Yu. Lukashchuk // Mathematical Methods in the Applied Sciences. — 2018. — Vol. 41, No. 18. — P. 9123–9133.

4. Belevtsov, N. S. Symmetry group classification and conservation laws of the nonlinear fractional diffusion equation with the Riesz potential / N. S. Belevtsov, S. Yu. Lukashchuk // Symmetry. — 2020. — Vol. 12, No. 1. — P. 178.

5. Belevtsov, N. S. Numerical algorithms for a fractional generalization of the Poisson equation / N. S. Belevtsov, S. Yu. Lukashchuk // AIP Conference Proceedings. — AIP Publishing LLC. — 2020. — Vol. 2293, No. 1. — P. 420051.

6. Belevtsov, N. S. Factorization of the fundamental solution to fractional Helmholtz equation / N. S. Belevtsov, S. Yu. Lukashchuk // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2021. — Vol. 42, No. 1. — P. 57–62.

7. Belevtsov, N. S. A fast algorithm for fractional Helmholtz equation with application to electromagnetic waves propagation / N. S. Belevtsov, S. Yu. Lukashchuk // Applied Mathematics and Computation. — 2022. — Vol. 416. — P. 126728.

На диссертацию и автореферат поступили отзывы:

1. Ведущей организации – ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина». Отзыв положительный.

Имеются замечания: 1) В диссертации сказано, что уравнения с дробными производными по пространству менее разработаны, чем уравнения с дробными производными по времени. Это не так, особенно с точки зрения численных методов. Для пространственных дробно-дифференциальных уравнений существует масса работ по численным методам их решения, и, к сожалению, далеко не все из них упомянуты в диссертации. 2) В диссертации выполнен краткий обзор существующих численных методов решения уравнений с дробной степенью оператора Лапласа. Однако не представлены результаты сравнения разработанных в диссертации алгоритмов с этими методами. 3) Динамика

абсолютной погрешности в таблице 10.1 на странице 124 выглядит достаточно странно. Сначала погрешность уменьшается почти в два раза, потом практически не меняется, а потом снова уменьшается. Обычно погрешность как функция параметра «ступеньками» не меняется. В работе этот эффект не обсуждается и не объясняется. 4) На разработанные программные коды получены свидетельства о регистрации программ. Однако они не выложены в открытый доступ, чтобы с ними можно было ознакомиться. 5) Некоторые математические вопросы остались вне рассмотрения. Так не указано, в каком смысле (классическом или обобщенном) понимаются решения, не указана требуемая для применения алгоритмов гладкость, не постулируются существование, единственность и корректность решений, а также не везде явно указаны классы функций, для которых справедливы полученные результаты. Понятно, что это не предмет диссертации, но хотелось бы большей математической строгости в этих вопросах. 6) Некоторые места в диссертации и, особенно, в автореферате написаны недостаточно подробно. Например: 6.1) Непонятна фраза на странице 8 диссертации «В работах автора [108, 109] было предложено обобщение основных методов группового анализа для поиска симметрий многомерных дробно-дифференциальных уравнений с потенциалом Рисса. Тем не менее симметричные свойства ранее не использовались для построения инвариантно-групповых групповых решений таких уравнений.» 6.2) На странице 17 диссертации написано уравнение (1.3), но не написан смысл величины  $u$ . 6.3) На странице 20 диссертации используется понятие пространство Лизоркина, но оно не введено, автор ограничился ссылкой, что создает некоторые трудности при чтении. 6.4) Рисунки 2 и 3 автореферата вызывают вопросы, так как оси координат в них не подписаны. 6.5) На странице 8 автореферата используется функция Фокса, но она не определена в тексте и нет даже ссылки. В диссертации есть ссылка на странице 27, но в тексте также нет определения. Понятно, что эти вопросы возникли из-за того, что ограниченность объема диссертации и автореферата не позволила расписать подробнее эти и другие места, но чтение усложнилось.

2. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, заведующего кафедрой информатики и компьютерных технологий

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II» Кризского Владимира Николаевича. Отзыв положительный.

Имеются замечания: 1) В параграфе 2 для построения решений линейных дробно-дифференциальных моделей фильтрации и распространения волн используются прямое и обратное интегральные преобразования Меллина, но не проверяются условия, требуемые для их применимости. 2) На стр. 31 утверждается, что модель (2.19) с  $a_\alpha = const$  не адекватна для высоких частот. Но что есть «высокая частота» для этой модели и какова граница адекватности модели по частоте не поясняется. 3) В п. 4.3 к задаче (4.5)-(4.7) применяется интегральное преобразование Лапласа, но не обосновываются условия, требуемые для его применимости. 4) Погрешности вычислений функций (см. стр. 55, 68, 99, 102) определяются через их значения, вычисленные с использованием суммы с верхним пределом суммирования, равным 1000. Почему взято именно это значение верхнего предела не поясняется. 5) Вычислительный эксперимент (стр. 58) исследования процесса однофазной фильтрации проводится в условиях одинаковых значений коэффициентов сжимаемости породы  $c_\phi$  и флюида  $c_f$ . Почему делается такое предположение – неясно. 6) На рисунках 4.7-4.9 и 5.4-5.7 не демонстрируются результаты численного моделирования для предельного случая дробного параметра  $\alpha = 1$ , хотя другой предельный случай, при  $\alpha = 2$ , представлен. 7) Вычислительный эксперимент п. 5.3 проведен при удалении вспомогательных точечных источников от рассеивающей сферы на величину 0.1. Как на решение задачи влияет величина этого удаления, а также величина удаления от сферы источника  $x_s$ , порождающего поле, - не ясно. 8) В работе не приводятся технические характеристики вычислительного кластера, на котором производились вычислительные эксперименты по MPI-версии параллельного мультипольного алгоритма. 9) На стр. 132 отмечается, что на рис. 10.10 «... численное решение совпадает с точным аналитическим...». Термин «совпадает» означает, что мера отклонения равна нулю, но, судя по графику, это – не так. 10) Имеются неточности и опечатки, например: а) в системе уравнений (5.11) индекс  $k$  должен начинаться с 1; б) в задаче (10.3) интервал параметра  $\alpha$  замкнут, хотя изначально, в (1.4), он определяется как открытый.

3. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, доцента, ведущего научного сотрудника Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт космических исследований и распространения радиоволн» ДВО РАН Паровика Романа Ивановича. Отзыв положительный.

Имеются замечания: 1) На странице 15 в параграфе 1.1 «Феноменологический подход к моделированию нелокальных процессов» приводятся примеры нелокальных процессов. Однако отсутствует определение нелокальности процессов. Какой смысл вкладывает диссертант в это понятие? 2) На странице 17 диссертант пишет «...основной идеей используемого в диссертации подхода для моделирования процессов аномального переноса вещества и энергии в неоднородных средах является представление натурной неоднородной среды модельной однородной с нелокальными эффектами». Однако на странице 23 параграфа 2.1 указывается «...Рассмотрим процесс фильтрации флюида в неоднородной среде...». Далее на странице 27 параграф 2.2 «...Рассмотрим процесс распространения волн в неоднородной среде...». Аналогично на странице 67 параграф 5.1., 5.4 и т.д. Возникает тогда вопрос о том, в какой среде проводится моделирование? 3) На странице 18 в параграфе 1.2. приводится обобщенный закон фильтрации Дарси (1.4). Далее на странице 19 указано, что в предельном  $\alpha = 0$  случае закон Дарси переходит в классический закон. Однако есть еще один предельный случай  $\alpha = 1$ . В этом случае, какую интерпретацию можно дать закону Дарси? Кроме того, диссертант приводит дробно-дифференциальный аналог проницаемости среды  $k_\alpha$  и ее размерность  $[M^\alpha]$ . Однако в классическом случае, как мне известно, размерность коэффициента проницаемости среды имеет размерность  $[M^2]$ . Поэтому, если случай  $\alpha = 0$  приводит к классическому закону Дарси, то тогда коэффициент проницаемости должен быть безразмерным, а это неверно. Поэтому размерность  $k_\alpha$ , по крайней мере, должна быть  $[M^{2-\alpha}]$ . 4) На странице 28 приведен рисунок 2.2., на этом рисунке отсутствует расчетная кривая для предельного случая  $\alpha = 1$ . 5) На странице 28 указано «...Заметим, что в отличие от классического волнового уравнения в уравнении (2.19) постоянная  $a_\alpha$ , характеризующая свойства среды,

имеет дробную размерность и поэтому не является скоростью распространения волны...». Тогда возникает вопрос, а чем является постоянная  $a_\alpha$ ? В модельных уравнениях с дробными производными, которые даются в диссертации, всегда будут содержаться коэффициенты с дробной размерностью. Поэтому имеет смысл ввести характерный масштаб и провести процедуру «обезразмеривания» модельных уравнений. 6) На странице 55 приводится прямое разложение функции Фокса (4.20). Далее указывается, что бесконечные суммы для численных расчетов можно заменить конечными, например, вида  $\sum_{k=0}^{N_p}$ . Как выбирается значение  $N_p$ ? Существует ли алгоритм нахождения  $N_p$ , например, с помощью методов теории функции комплексного переменного? 7) На странице 56 рисунок 4.3 содержит опечатку: вместо  $N$  нужно  $N_p$ . Аналогично на странице 69 рисунок 5.1., на странице 100 рисунок 7.1, на странице 103 рисунок 7.3. 8) На странице 129 указывается, что вычислительные эксперименты проводились на вычислительном кластере Уфимского государственного авиационного технического университета. Какими характеристиками (процессоры, ядра, потоки и т.д.) обладает кластер? 9) На странице 130 приведены две таблицы параллельной реализации алгоритмов на OpenMP и MPI. Однако в диссертации сообщается, что разработан и гибридный их вариант OpenMP+MPI. Поэтому возникает вопрос, насколько эффективен гибридный вариант и условия, когда его необходимо применять? Лучше, на мой взгляд, эффективность параллельных алгоритмов показывать в виде гистограмм. 10) В заключении хочется задать вопрос, связанный с интерпретацией дробных производных в модельных уравнениях, исследуемых процессов в диссертации. Какой смысл диссертант вкладывает во введение дробных производных в диффузионно-волновые процессы? С какими характеристиками среды связаны порядки дробных производных?

4. Доктора физико-математических наук, профессора, главного научного сотрудника лаборатории «Механика многофазных систем» Института механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН Урманчеева Саида Федоровича. Отзыв положительный. Имеется замечание: 1) Хотелось бы, чтобы в автореферате было



более подробно написано про потенциально решаемые с использованием предлагаемого подхода физические задачи из области механики сплошных сред.

5. Доктора физико-математических наук, профессора, профессора кафедры «Математический анализ и моделирование», главного научного сотрудника лаборатории математического моделирования сложных физических и биологических систем ФГБОУ ВО «Амурский государственный университет» Масловской Анны Геннадьевны. Отзыв положительный. Имеются замечания: 1) В результате решения задачи о построении кривой восстановления давления для однофазной фильтрации, автор делает вывод о возможности использования результатов для идентификации параметров модели – порядка дробного дифференцирования и аналога коэффициента пьезопроводности. Однако представлен результат эволюции давления только при вариации порядка дробного дифференцирования. К каким эффектам приведет изменение аналога коэффициента пьезопроводности? Как можно разделить этот интегральный эффект – взаимного «влияния» порядка и значения управляющего параметра модели? Также отсутствуют какие-либо комментарии относительно процедуры нормировки модели (и выбора значений нормированных параметров), хотя все уравнения отнесены к вполне конкретным предметным областям. 2) Рисунок 4 на стр. 16 оформлен с недостаточным качеством воспроизведения данных.

6. Кандидата физико-математических наук, доцента, старшего научного сотрудника лаборатории «Дифференциальные уравнения механики» Института механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН Михайленко Константина Ивановича. Отзыв положительный. Имеются замечания: 1) На стр. 10-11 автореферата сказано, что предложен критерий сравнения результатов вычислительных экспериментов при различных  $\alpha$  и одинаковых массовых расходах и давлениях на скважинах, но математическое выражение данного критерия не приведено. 2) Из таблицы 1 следует, что уже при  $N > 400$  ускорение мультипольного алгоритма превышает 1. Так как обсуждаемый алгоритм имеет значительный массив предварительных вычислений, его возможная вычислительная эффективность  $O(N)$  достигается при очень больших  $N$  (обычно при  $N > 10^5$ ). Следовало бы

пояснить, каким образом получена высокая эффективность при относительно малых  $N$ .

7. Кандидата физико-математических наук, доцента, заведующего научно-исследовательской лабораторией нелинейного анализа и теории краевых задач Петросяна Гарика Гагиковича. Отзыв положительный. Замечания отсутствуют.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их высокой профессиональной квалификацией, наличием публикаций по проблематике, связанной с темой диссертации, компетенцией в вопросах, имеющих отношение к теме работы. Ведущая организация и оппоненты не имеют совместных проектов и публикаций с соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

**разработана** и обоснована совокупность новых методов компьютерного моделирования нелокальных диффузионных и волновых процессов, описываемых многомерными дробно-дифференциальными математическими моделями, отличающихся от известных использованием в вычислительных алгоритмах мультипольного подхода, что позволяет существенно ускорить (на 4 порядка при  $10^6$  расчетных точек) численное моделирование таких процессов с применением современных вычислительных технологий и систем;

**предложен** оригинальный подход к использованию вспомогательных точечных источников для описания локализованных включений при моделировании нелокальных диффузионных и волновых процессов, что позволило решить задачи моделирования процессов нелокальной однофазной фильтрации в среде с системой скважин и рассеяния волн на непроницаемом объекте в диспергирующей среде;

**доказана** перспективность применения мультипольного подхода для моделирования нелокальных по пространству процессов ввиду уменьшения количества вычислительных операций с  $O(N^2)$  до  $O(N \log N)$ , что позволяет значительно ускорить вычисления по сравнению с известными алгоритмами компьютерного моделирования таких процессов.

Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:

**доказаны** необходимые для разработки алгоритмов утверждения о виде фундаментальных решений и факторизованных мультиполюсных разложений для многомерных дробно-дифференциальных обобщений уравнений Пуассона и Гельмгольца с дробной степенью оператора Лапласа;

**применительно к проблематике диссертации результативно (эффективно, то есть с получением обладающих научной новизной результатов) использован** метод мультиполей для построения эффективных вычислительных алгоритмов дробно-дифференциальных математических моделей диффузионных и волновых процессов;

**изложен** новый подход к факторизации функций, записывающихся в терминах функций Фокса;

**раскрыты** особенности постановки краевых условий для рассматриваемого класса моделей, в частности, для нелокальных волновых процессов установлена справедливость постановки условия излучения Зоммерфельда;

**изучено** влияние порядка дробного дифференцирования на качественные характеристики нелокальных диффузионных и волновых процессов, описываемых уравнениями с дробной степенью оператора Лапласа;

**проведена модернизация** методов фундаментальных решений и мультиполюсных методов применительно к задаче численного исследования многомерных дробно-дифференциальных моделей, что обеспечивает получение новых результатов по теме диссертации.

Значение полученных соискателем результатов исследования для практики подтверждается тем, что:

**разработаны** последовательные и параллельные численные мультиполюсные алгоритмы для компьютерного моделирования линейных нелокальных диффузионных и волновых процессов;

**определены** области возможного практического использования полученных результатов, к которым относятся, в частности, подземная гидродинамика трещиновато-пористых коллекторов и оптика неоднородных сред;

**создан** программный комплекс компьютерного моделирования нелокальных процессов диффузионного и волнового типа, позволяющий применять

разработанные численные алгоритмы и математические модели для решения практических задач;

**представлены** рекомендации по организации вычислительного процесса при численном исследовании линейных многомерных дробно-дифференциальных моделей нелокальных процессов.

Оценка достоверности результатов исследования выявила:

**теория** построена на корректном использовании апробированных методов и доказанных теорем теории интегро-дифференцирования дробного порядка, обоснованном применении необходимого аппарата современного математического моделирования, современных численных методов, математических доказательствах сформулированных утверждений;

**идея работы базируется** на возможности редукции линейных многомерных дробно-дифференциальных уравнений математических моделей диффузионных и волновых процессов к аналогам уравнений Гельмгольца и Пуассона, и возможности представления их решения в интегральном виде;

**использованы** сравнения результатов, полученных в работе для дробно-дифференциальных моделей, с результатами известных моделей с дифференциальными операторами целого порядка;

**установлено** количественное и качественное соответствие результатов проведенных вычислительных экспериментов с построенными и доступными точными решениями;

**использованы** современные методы теории интегро-дифференцирования дробного порядка, методы теории потенциала, теории интегральных преобразований и специальных функций, мультипольные методы и методы фундаментальных решений, методы разработки последовательных и параллельных алгоритмов, а также основные принципы проведения вычислительного эксперимента.

**Личный вклад соискателя состоит** в том, что им были проведены анализ научной литературы, разработка математических моделей и численных алгоритмов, доказательство утверждений, создание комплекса программ для ЭВМ. Соискателем совместно с научным руководителем были проведены анализ

и интерпретация полученных результатов вычислительных экспериментов с последующей апробацией на научных конференциях и семинарах, написан и опубликован ряд научных статей по результатам данной работы.

Диссертационный совет пришел к выводу о том, что в диссертации:

– соблюдены установленные Положением ВАК о присуждении ученых степеней критерии, которым должна отвечать диссертация на соискание ученой степени;

– отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем ученых степеней работах, в которых изложены основные научные результаты диссертации;

– соискатель ссылается на авторов и источники заимствования;

– оригинальность диссертационной работы составляет 94,05 %.

Диссертационная работа Белевцова Н. С. «Мультипольные алгоритмы для многомерных дробно-дифференциальных моделей диффузионных и волновых процессов» соответствует п. 9 Положения о присуждении ученых степеней (утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года № 842, в редакции с изменениями, утв. Постановлением Правительства РФ от 21 апреля 2016 года № 335), предъявляемых к кандидатским диссертациям.

Тема работы и содержание исследований соответствуют паспорту научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по пунктам: п. 1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений», п. 2 «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий», п. 3 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента».

В ходе защиты диссертации были высказаны следующие критические замечания: 1) В работе рассматривались преимущественно дифференциальные уравнения дробного порядка, но не рассматривались уравнения дробного порядка интегро-дифференциального типа. 2) В работе не приведены характеристики

вычислительного кластера, на котором выполнялись вычислительные эксперименты с использованием параллельной версии разработанного мультипольного алгоритма.

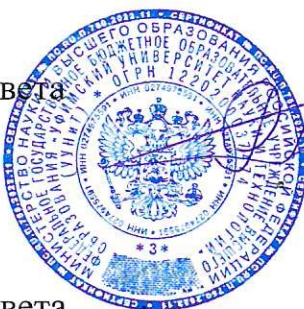
Соискатель Белевцов Н. С. ответил на задаваемые ему в ходе заседания вопросы и согласился с высказанными замечаниями.

На заседании 15.12.2023 г. диссертационный совет принял решение: за решение задачи разработки мультипольных алгоритмов компьютерного моделирования нелокальных диффузионных и волновых процессов, описываемых линейными многомерными дробно-дифференциальными математическими моделями, имеющей значение для развития методов математического моделирования нелокальных процессов, присудить Белевцову Никите Сергеевичу ученую степень кандидата физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 12 человек, из них 8 докторов наук по профилю рассматриваемой специальности, участвовавших в заседании, из 15 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 12, против – 0, недействительных бюллетеней – 0.

Председатель  
диссертационного совета  
д.ф.-м.н., профессор

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д.т.н., доцент



Газизов Рафаил Кавыевич

Шерыхалина Наталия Михайловна

15 декабря 2023 г.