

ОТЗЫВ

на автореферат диссертации **Белевцова Никиты Сергеевича**

«Мультипольные алгоритмы для многомерных дробно-дифференциальных моделей диффузионных и волновых процессов» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

В последние десятилетия развитие подходов к математическому моделированию целого класса объектов происходит при активном привлечении дробно-дифференциального аппарата. Нецелые производные нашли свое применение в различных областях науки и техники, таких как экономика, механика, биология, химия, анализ управления, обработка сигналов и изображений, движение жидкости, распространение сейсмических волн и т.д. Производные нецелого порядка часто служат для описания процессов, происходящих в объектах со сложной структурой и в динамических системах, проявляющих эффекты памяти. Построение аналитических решений для дифференциальных уравнений, содержащих дробные производные, часто встречает серьезные затруднения. А существующие численные методы не всегда обеспечивают высокую точность вычислений и, как правило, требуют высоких временных затрат. Поэтому направление исследований, связанное с развитием и обоснованием методов математического моделирования дробно-дифференциальных моделей и поиском эффективных алгоритмов получения численных решений дробно-дифференциальных уравнений, является актуальным.

Основной целью работы диссертанта является разработка мультипольных алгоритмов компьютерного моделирования нелокальных диффузионных и волновых процессов, описываемых линейными многомерными дробно-дифференциальными математическими моделями. Основные результаты исследования сводятся к следующему.

Показано, что нестационарные линейные дробно-дифференциальные модели с дробной степенью оператора Лапласа обладают автомодельными решениями и решениями типа бегущих волн. Доказана справедливость постановки условия излучения Зоммерфельда для дробно-дифференциального обобщения уравнения Гельмгольца. Доказаны утверждения о виде фундаментальных решений дробно-дифференциальных обобщений уравнений Пуассона и Гельмгольца с дробной степенью оператора Лапласа. Разработаны алгоритмы компьютерного моделирования процессов диффузионного и волнового типов в средах с включениями, описываемыми конечным числом точечных источников. Выполнены их программные реализации.

Установлено, что в задаче фильтрации при неизменных давлениях и массовых расходах на скважинах уменьшение дробного показателя приводит к более быстрому выходу на стационарный режим. Для задачи рассеяния установлено, что изменение порядка дробной производной оказывает влияние на волновой процесс только в ближней зоне источника возмущения. Предложен алгоритм факторизации функций, допускающих представление в виде контурного интеграла Меллина – Барнса. С его использованием выполнена факторизация и построены мультипольные разложения фундаментальных решений дробно-дифференциальных обобщений уравнений Пуассона и Гельмгольца.

Предложены способы вычисления значений функций Фокса из соответствующих фундаментальных решений и их мультипольных разложений. Разработаны последовательные и параллельные мультипольные алгоритмы численного решения задач с дробной степенью оператора Лапласа. Проведены оценки количества вычислительных операций последовательных алгоритмов и эффективности параллельных алгоритмов. Выполнены программные реализации этих алгоритмов на языке программирования C++.

Проведена серия вычислительных экспериментов, показывающая применимость и эффективность этих алгоритмов для построения численных решений многомерных дробно-дифференциальных задач. Показана высокая эффективность параллельного мультипольного алгоритма. Решена модельная задача построения кривой восстановления давления на

ВХОД. № 3644-13
«12» 12 2023

контуре добывающей скважины для дробно-дифференциальной модели однофазной фильтрации.

К сожалению, требования к краткости изложения автореферата приводят к следующему вопросу (стр. 15). В результате решения задачи о построении кривой восстановления давления для однофазной фильтрации, автор делает вывод о возможности использования результатов для идентификации параметров модели – порядка дробного дифференцирования и аналога коэффициента пьезопроводности. Однако представлен результат эволюции давления только при вариации порядка дробного дифференцирования. К каким эффектам приведет изменение аналога коэффициента пьезопроводности? Как можно разделить этот интегральный эффект – взаимного “влияния” порядка и значения управляющего параметра модели? Также отсутствуют какие-либо комментарии относительно процедуры нормировки модели (и выбора значений нормированных параметров), хотя все уравнения отнесены к вполне конкретным предметным областям. Рисунок 4 на стр. 16 оформлен с недостаточным качеством воспроизведения данных.

Тем не менее, отсутствующее пояснение в автореферате никоим образом не снижает достоинств диссертационной работы и важности полученных результатов. Автореферат диссертации написан строгим научным языком, оформление соответствует необходимым требованиям. Диссертационная работа достаточно полно обоснована теоретически, имеет законченный характер, обладает внутренним единством. Высокий уровень и научную ценность полученных результатов подтверждают семь научных работ, отвечающих критериям ВАК. Диссертационная работа также основательно апробирована на всероссийских и международных конференциях. Исследования, выполняемые соискателем в рамках научных проектов, поддержаны грантами по программам различных фондов.

Основные результаты, полученные автором, достоверны и убедительны, обладают новизной, научной и практической значимостью. Диссертация Белевцова Никиты Сергеевича «Мультипольные алгоритмы для многомерных дробно-дифференциальных моделей диффузионных и волновых процессов» отвечает всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, удовлетворяет критериям, установленным Положением о присуждения ученых степеней (п. 9), а её автор, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».



Я.В. Кальницкий

Масловская Анна Геннадьевна
доктор физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (1.2.2), профессор по специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», профессор кафедры «Математический анализ и моделирование», главный научный сотрудник лаборатории математического моделирования сложных физических и биологических систем, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Амурский государственный университет», 675027, Амурская область, г. Благовещенск, Игнатьевское шоссе, 21.

Тел./факс: +7(4162)234-515. E-mail: master@amursu.ru, maslovskayaag@mail.ru

Я, Масловская Анна Геннадьевна, даю согласие на включение и дальнейшую обработку своих персональных данных при подготовке документов аттестационного дела соискателя учёной степени.

03.12.2023 г.