

Отзыв
официального оппонента на диссертационную работу
Белевцова Никиты Сергеевича
«Мультипольные алгоритмы для многомерных дробно-
дифференциальных моделей диффузионных и волновых процессов»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по научной специальности
1.2.2. Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

Диссертационная работа Н.С. Белевцова посвящена разработке и обоснованию мультипольных алгоритмов компьютерного моделирования нелокальных диффузионных и волновых процессов на основе математических моделей с многомерными операторами дробного интегро-дифференцирования.

1. Актуальность темы исследования

Нелокальные эффекты проявляются в ряде важных задач практики: при распространении сейсмических волн в геологических упругих средах с пространственной дисперсией физических свойств; при эксплуатации нефтяных и газовых месторождений в пористых, трещиноватых, анизотропных и фрактальных средах, осложненных локальными включениями.

Для моделирования диффузионных и волновых полей используют как «классические» подходы, ориентированные на применение дифференциальных операторов целого порядка с детальным описанием всех локальных неоднородностей среды или с описанием свойств среды через обобщенные макроанизотропные физические параметры, так и «неклассические» – связанные с использованием дробно-дифференциальных операторов, позволяющих при этом считать среду однородной. Уравнения с многомерными дробно-дифференциальными операторами, такими как потенциал Рисса или дробная степень оператора Лапласа, остаются слабо изученными.

Автором диссертации предлагается подход к исследованию нелокальных процессов, основанный на сочетании методов теории многомерного интегро-дифференцирования дробного порядка, интегральных представлений решений рассматриваемых уравнений, а также мультипольных методов численного

ВХОД № 21013-11
« 7 » 11 2023г.

решения уравнений дробного порядка с многомерными дробно-дифференциальными операторами эллиптического типа.

Тема диссертационного исследования **актуальна**.

2. Научная новизна исследований и основных результатов

К новым научным результатам, являющимся заслугой автора, можно отнести:

– построенные автомодельные решения и решения типа бегущих волн для нестационарных линейных дробно-дифференциальных моделей с дробной степенью оператора Лапласа;

– фундаментальные решения многомерных уравнений Пуассона и Гельмгольца дробного порядка и интегральные представления решений рассматриваемых моделей на основе фундаментальных решений;

– факторизация функций, допускающих представление в виде интеграла Меллина-Барнса;

– факторизация фундаментальных решений многомерных уравнений Пуассона и Гельмгольца дробного порядка;

– алгоритмы компьютерного моделирования нелокальных процессов, описываемых линейными многомерными дробно-дифференциальными уравнениями эллиптического типа, основанные на мультипольных разложениях;

– алгоритмы численного моделирования динамических диффузионных и волновых процессов в средах, осложненных наличием локальных включений;

– разработанное программное обеспечение, реализованное по технологиям параллельного программирования MPI и OpenMP для многопроцессорных вычислительных систем и вычислительных кластеров.

3. Степень обоснованности и достоверности основных положений и выводов

Степень обоснованности и достоверности излагаемых в работе результатов обеспечивается строгой постановкой задач, строгими доказательствами приводимых в диссертации утверждений, а также корректным использованием численных методов и методов математического моделирования. Теоретические результаты подтверждаются результатами проведенных вычислительных экспериментов. Методы исследования соответствуют современной методологии математического моделирования.

4. Значимость для науки и практики выводов и рекомендаций диссертанта

Теоретической значимостью обладает развиваемый соискателем мультипольный подход при исследовании многомерных математических моделей с дробно-дифференциальными операторами по пространственным переменным.

Разработанные мультипольные алгоритмы решения задач моделирования нелокальных диффузионных и волновых процессов и созданный на их основе комплекс прикладных программ могут применяться для решения практических задач в различных областях науки и практики, что обуславливает практическую значимость работы

Результаты работы могут быть использованы в учебном процессе высших учебных заведениях на механико-математических и физико-технических специальностях и направлениях. Результаты могут применяться в теоретических и практических изысканиях научно-исследовательских организаций и университетов, таких как: Институт математического моделирования РАН, Институт прикладной математики им М.В.Келдыша РАН, Институт физики Земли РАН, Институт геофизики им. Ю.П. Булашевича УрО РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербургский горный

университет, Российский государственный университет нефти и газа имени И.М. Губкина и других.

5. Достоинства и недостатки по содержанию и оформлению диссертации

Диссертация Н.С. Белевцова – завершенная научно-исследовательская работа, выполненная по актуальной теме.

Основные результаты работы отражены в 26 публикациях автора в открытой печати, из которых 3 статьи в журналах, рекомендуемых ВАК, 4 статьи в изданиях, индексируемых в базах данных Web Of Science, 2 свидетельства государственной регистрации программ для ЭВМ.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертационной работы составляет 149 страниц. Библиография содержит 146 наименований работ отечественных и зарубежных авторов.

Введение обосновывает актуальность, цель и задачи, теоретическую и практическую значимость, методы исследования, научную новизну, степень разработанности темы, достоверность результатов, апробацию и положения, выносимые на защиту.

В первой главе исследуются математические модели нелокальных процессов с многомерными дробно-дифференциальными операторами, полученные с использованием феноменологического подхода. Выполняется приведение рассматриваемых моделей к дробно-дифференциальным уравнениям эллиптического типа, строятся фундаментальные решения для этих уравнений.

Во второй главе решаются нелокальные задачи диффузионного и волнового типа в неоднородных средах, осложненных наличием внутренних включений. Предлагается подход к моделированию таких процессов, основанный на методе вспомогательных источников. Разрабатываются численные алгоритмы моделирования нелокальной однофазной фильтрации и рассеяния волн в подобных нелокальных средах.

Третья глава посвящена факторизации фундаментальных решения дробно-дифференциальных уравнений Пуассона и Гельмгольца и построению мультипольных разложений для этих уравнений. Разрабатываются численные алгоритмы нахождения значений функций Фокса, необходимых для мультипольных разложений.

В четвертой главе строятся последовательные и параллельные мультипольные алгоритмы численного исследования линейных многомерных дробно-дифференциальных моделей. На основе этих алгоритмов производится реализация комплекса программ компьютерного моделирования нелокальных диффузионных и волновых процессов. Выполняется построение аналитических решений рассматриваемых моделей для верификации программного комплекса. Решается задача построения кривой восстановления давления в неограниченном пласте с системой скважин.

В заключении приводятся основные результаты диссертационной работы.

Замечания:

1. В параграфе 2 для построения решений линейных дробно-дифференциальных моделей фильтрации и распространения волн используются прямое и обратное интегральные преобразования Меллина, но не проверяются условия, требуемые для их применимости.

2. На стр.31 утверждается, что модель (2.19) с $a_\alpha = const$ не адекватна для высоких частот. Но что есть «высокая частота» для этой модели и какова граница адекватности модели по частоте не поясняется .

3. В п. 4.3 к задаче (4.5)-(4.7) применяется интегральное преобразование Лапласа, но не обосновываются условия, требуемые для его применимости.

4. Погрешности вычислений функций (см. стр. 55, 68, 99, 102) определяются через их значения, вычисленные с использованием суммы с верхним пределом суммирования равным 1000. Почему взято именно это значение верхнего предела не поясняется.

5. Вычислительный эксперимент (стр. 58) исследования процесса однофазной фильтрации проводится в условиях *одинаковых* значений коэффициентов сжимаемости породы c_f и флюида c_f . Почему делается такое предположение – неясно.

6. На рисунках 4.7- 4.9 и 5.4-5.7 не демонстрируются результаты численного моделирования для предельного случая дробного параметра $\alpha=1$, хотя другой предельный случай, при $\alpha=2$, представлен.

7. Вычислительный эксперимент п.5.3 проведен при удалении вспомогательных точечных источников от рассеивающей сферы на величину 0.1. Как на решение задачи влияет величина этого удаления, а также величина удаления от сферы источника x_s , порождающего поле, – не ясно.

8. В работе не приводятся технические характеристики вычислительного кластера, на котором производились вычислительные эксперименты по MPI-версии параллельного мультипольного алгоритма.

9. На стр. 132 отмечается, что на рис. 10.10 «...численное решение совпадает с точным аналитическим...». Термин «совпадает» означает, что мера отклонения равна нулю, но, судя по графику, это – не так.

10. Имеются неточности и опечатки, например:

- a. в системе уравнений (5.11) индекс k должен начинаться с 1;
- b. в задаче (10.3) интервал параметра α замкнут, хотя изначально, в (1.4), он определяется как открытый.

Вместе с тем, указанные замечания не снижают научной и практической значимости проведенных исследований.

6. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о порядке присуждения научных степеней

Диссертация Н.С. Белевцова является завершенной научно-квалификационной работой, в которой решена актуальная научная задача. Результаты соответствует следующим пунктам паспорта специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: (п. 1) разработка новых математических методов моделирования объектов и

явлений; (п. 2) разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий; (п. 3) реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Автореферат достоверно отражает содержание диссертации и ее основные положения, выносимые на защиту.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что диссертационная работа «Мультипольные алгоритмы для многомерных дробно-дифференциальных моделей диффузионных и волновых процессов» удовлетворяет требованиям пп. 9-11 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 г., предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а ее автор – Белевцов Никита Сергеевич – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

**Доктор физико-математических наук
(специальность 05.13.18 – Математическое
моделирование, численные методы и
комплексы программ), профессор,
заведующий кафедрой информатики и
компьютерных технологий федерального
государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
образования «Санкт-Петербургский
горный университет императрицы
Екатерины II»**

Кризский Владимир Николаевич,

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II», кафедра информатики и компьютерных технологий,

сайт: <https://spmi.ru/>

адрес: 199106, Санкт-Петербург, Васильевский остров, 21 линия д.2.

тел.: +7-812-382-01-28.

эл. почта: krizskiy_vn@pers.spmi.ru



Подпись: *В.Н. Кризский*
Заведующий
Негосударственный инспектор
Управления делопроизводства
и контроля документооборота

Е.Р. Яновицкая 16 НОЯ 2023

В.Н. Кризский
16.11.2023.