

На правах рукописи



Соколова Александра Алексеевна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ  
И ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ.  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Специальность 1.2.2. Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Уфа — 2026

Работа выполнена на кафедре вычислительной математики и кибернетики  
ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Научный руководитель:

**Шерыхалина Наталия Михайловна**  
доктор технических наук, доцент

Официальные оппоненты:

**Кризский Владимир Николаевич**  
доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий кафедрой  
цифрового моделирования  
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский  
горный университет  
императрицы Екатерины II»,  
г. Санкт-Петербург

**Моренко Ирина Вениаминовна**  
кандидат технических наук, старший  
научный сотрудник Института  
механики и машиностроения ФГБУН  
«Федеральный исследовательский  
центр «Казанский научный центр  
Российской академии наук», г. Казань

Ведущая организация:

ФГБОУ ВО «Саратовский  
государственный технический  
университет им. Гагарина Ю.А.»,  
г. Саратов

Защита состоится «19» мая 2026 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного  
совета 24.2.479.06 на базе ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и  
технологий» по адресу: 450008, г. Уфа, ул. К. Маркса, 12

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Уфимский  
университет науки и технологий» и на сайте [www.uust.ru](http://www.uust.ru)

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2026 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета 24.2.479.06,  
доктор технических наук, доцент

 Шерыхалина Н.М.

## **Общая характеристика работы**

**Актуальность темы исследования.** Во многих областях исследований основным инструментом изучения сложных процессов является математическое моделирование, которое заменяет натурный эксперимент аналитическим или численным экспериментом.

В современных условиях для машиностроения особенно остро стоит необходимость разработки отечественных решений на основе математического моделирования в области технологий формообразования труднообрабатываемых материалов и сплавов для машиностроения. Электрохимическое формообразование, благодаря своей гибкости и возможности точного контроля параметров обработки, становится одним из ключевых направлений, способствующих преодолению данных вызовов. Станки электрохимической размерной обработки имеют сложные алгоритмы управления траекториями движения электродов-инструментов при формообразовании, поэтому особую актуальность приобретает развитие методов математического моделирования процессов электрохимического формообразования, что позволяет не только прогнозировать результаты, но и оптимизировать технологические параметры. Современная вычислительная техника, вычислительные методы и подходы дают возможность более глубоко исследовать физические процессы, происходящие в зоне формообразования, и повысить точность прогнозируемых результатов. Это особенно важно для новых задач, где при отсутствии экспериментальных данных требуется разрабатывать новые численные методы, оценивать точность и достоверность полученных решений.

**Степень разработанности темы.** Развитие методов математического моделирования электрохимического формообразования активно исследуется в течение последних десятилетий. Важный вклад в развитие данной области внесли работы Алексеева Г.А., Болотнова А.М., Волгина В.М., Галанина С.И., Давыдова А.Д., Житникова В.П., Зайцева А.Н., Каримова А.Х., Кашеева В.Д., Клокова В.В., Котляра Л.М., Кризского В.Н., Миназетдинова Н.М., Мороза И.И., Седыкина Ф.В., Филатова Е.И. и других. Работы последних лет сосредоточены на развитии методов, которые позволяют учитывать сложные физико-химические взаимодействия в процессах электрохимической обработки. Однако, несмотря на достигнутый прогресс, значительное число задач в данной области остается нерешенным. Более того, исследователи нередко пренебрегают обоснованием достоверности получаемых решений. Не уделяется и должное внимание вопросам повышения точности и надежности численных решений задач моделирования. Все это приводит к необходимости разработки новых подходов, которые не только обеспечат высокую точность моделирования, но и позволят формализовать процесс оценки достоверности получаемых численных результатов. Таким образом, дальнейшее развитие математических моделей, методов и их программной реализации, а также интеграция процедур верификации в процесс моделирования остаются актуальными направлениями научных исследований в области электрохимического формообразования.

Предложенный В.П. Житниковым метод численной фильтрации, предусматривающий этап постпроцессорной обработки результатов, позволяет получить приемлемую точность решений задач электрохимического формообразования. Однако применение этого метода требует его предварительной верификации, которую можно осуществить при решении тестовой задачи, результаты которой известны с высокой точностью.

Таким образом, разработка моделей и численных методов решений в задачах электрохимического формообразования, а также верификация полученных результатов являются актуальной проблемой.

**Целью диссертационной работы** является совершенствование математических моделей на основе методов их анализа и валидации, а также разработка численно-аналитических методов и комплексов программ для повышения точности и надежности решений задач гидродинамики и электрохимического формообразования.

Для достижения цели были поставлены и решены следующие **задачи**

1. Разработать методы анализа и валидации математических моделей нестационарного электрохимического формообразования со сложными граничными условиями на основе методов численной фильтрации.
2. Разработать численно-аналитический метод решения задачи о солитоне Стокса и плоских и осесимметричных задач электрохимического формообразования со сложными граничными условиями с использованием алгоритма численной фильтрации.
3. Разработать численно-аналитический метод решения нестационарной задачи электрохимического формообразования для случая использования вращающегося электрода-инструмента.
4. Реализовать алгоритмы и комплексы программ для решения задачи о солитоне Стокса и задач нестационарного электрохимического формообразования со сложными граничными условиями на основе разработанных численно-аналитических методов.
5. Провести комплексное исследование процессов электрохимического формообразования на основе результатов вычислительного эксперимента, оценить эффективность предложенных методов, алгоритмов и их численных реализаций.

**Основные положения, выносимые на защиту**

1. Методы анализа и валидации математических моделей нестационарного электрохимического формообразования со сложными граничными условиями на основе методов численной фильтрации (*n.7 паспорта специальности 1.2.2*).
2. Численно-аналитический метод решения задачи о солитоне Стокса и плоских и осесимметричных задач электрохимического формообразования со сложными граничными условиями с использованием алгоритма численной фильтрации (*n.2 паспорта специальности 1.2.2*).
3. Численно-аналитический метод решения нестационарной задачи электрохимического формообразования для случая использования

вращающегося электрода-инструмента (*п.2 паспорта специальности 1.2.2*).

4. Алгоритмы и комплексы программ для решения задачи о солитоне Стокса и задач нестационарного электрохимического формообразования со сложными граничными условиями на основе разработанных численно-аналитических методов (*п.3 паспорта специальности 1.2.2*).
5. Результаты комплексного исследования процессов электрохимического формообразования на основе результатов вычислительного эксперимента, оценки эффективности предложенных методов, алгоритмов и их численных реализаций (*п.8 паспорта специальности 1.2.2*).

### **Научная новизна**

1. Новизна метода анализа математических моделей нестационарного электрохимического формообразования со сложными граничными условиями заключается в том, что к результатам решения известной задачи гидродинамики новым численно-аналитическим методом был успешно применен метод численной фильтрации, что позволило обосновать возможность его использования для анализа математических моделей и уточнения результатов задач электрохимического формообразования.
2. Новизна численно-аналитического метода решения задачи о солитоне Стокса заключается в применении интеграла Шварца вместо степенного ряда, а также использовании краевых условий в дифференциальном виде и в применении численной фильтрации, что позволило уменьшить погрешность решения до  $10^{-16}$ . Впервые рассмотрена и решена осесимметричная задача об электрохимической обработке точечным электродом-инструментом при немонотонной зависимости анодного потенциала от плотности тока. В задаче об электрохимическом формообразовании круглым в сечении электродом-инструментом было получено квазистационарное решение, что позволило определить форму заготовки в различные моменты времени и диапазон времени, в котором квазистационарное решение совпадет с нестационарным.
3. Новизна численно-аналитического метода решения нестационарной задачи электрохимического формообразования для вращающегося электрода-инструмента заключается в том, что впервые была решена задача с выполнением поворота электрода-инструмента. Полученные результаты моделирования позволили получить характеристики данного процесса формообразования и определить значения параметров, при которых процесс становится небезопасным.
4. Новизна алгоритмов и комплексов программ обусловлена новизной предложенных моделей и численных методов. Отличительной особенностью программной реализации решения задачи о солитоне Стокса является использование типа данных `float128` и адаптация алгоритма для компилятора, позволяющего проводить вычисления с 34 значащими цифрами после запятой. Применение численной фильтрации на этапе постпроцессорной обработки показало возможность получения решений

задач нестационарного электрохимического формообразования с увеличенной точностью без завышения разрядности вычислений.

5. Новизна результатов вычислительных экспериментов комплексного исследования процессов электрохимического формообразования заключается в том, что был обнаружен ряд эффектов, таких как изменение геометрии обрабатываемой поверхности и короткое замыкание, свойственных нестационарным процессам формообразования при обработке вращающимся электродом-инструментом, которые хорошо согласуются с результатами натуральных экспериментов.

#### **Теоретическая и практическая значимость**

Расширены научные представления о роли постпроцессорной обработки результатов численных экспериментов в задачах гидродинамики и электрохимического формообразования, обосновано применение метода численной фильтрации для повышения точности и достоверности результатов решения задачи о солитоне Стокса и задач электрохимического формообразования. На примере вычисления значения числа Фруда продемонстрирована высокая точность численных методов и подтверждена работоспособность рассмотренных эвристических методов получения оценок погрешности, что позволяет применять эти методы для широкого класса практически важных вычислительных экспериментов. В осесимметричной задаче об электрохимической обработке точечным электродом-инструментом при немонотонной зависимости анодного потенциала от плотности тока найдены распределения потенциала, напряженности и численные значения, характеризующие эти параметры. Оценка погрешности параметров, показала, что значения потенциала вычислены с точностью до  $10^{-3}$ .

Практическая значимость решения задачи о солитоне Стокса заключается в повышении точности вычислений параметров солитона до двух единиц 15-го разряда. За счет оптимизации реализации численного алгоритма сокращено время работы программы в 1.5 раза. Тестирование и анализ аппаратно-программных средств позволили подобрать благоприятную среду и тип данных для проведения сложных вычислений, применяемых к числам с длинной мантисой, что подтверждается свидетельствами о регистрации программ. Проведенные численные исследования технологий электрохимического формообразования позволили получить характеристики нестационарных процессов формообразования при обработке вращающимся электродом-инструментом. Это дало возможность за счет оптимизации траектории движения электрод-инструмента повысить производительность на 5% и исключить короткое замыкание. Практическое применение результатов решения задачи моделирования электрохимического формообразования сократило время отладки процесса электрохимической обработки деталей на 30%.

Практическая значимость результатов подтверждается их внедрением на предприятиях ООО «СЕМАТ» (г. Москва) и ЗАО НПО «ПАРАЛЛЕЛЬ» (г. Уфа), а также в учебном процессе на кафедре вычислительной математики и кибернетики ФГБОУ ВО УУНиТ.

**Достоверность** полученных результатов подтверждается их сравнением с результатами других авторов, корректным использованием математического аппарата и согласованием вычисленных значений с экспериментальными данными. Результаты подтверждаются приведенными оценками погрешности на основе численной фильтрации и верификацией алгоритмов и программ путем сравнения оценок, полученных разными методами.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на следующих научных семинарах и конференциях: Российской научной конференции «Мавлютовские чтения» (г. Уфа, 2011, 2012, 2016); Всероссийской школе-семинаре аспирантов и молодых ученых «Актуальные проблемы науки и техники» (г. Уфа, 2013); Международной конференции «Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений» (г. Уфа, 2017); Международной конференции «Марчуковские научные чтения» (г. Новосибирск, 2017); Международной конференции «Современные проблемы математического моделирования, обработки изображений и параллельных вычислений» (пос. Дивноморское, 2017); VIII научно-технической конференции молодых специалистов (г. Уфа, 2017); Международной научной конференции «Актуальные научные исследования в современном мире» (г. Переяслав-Хмельницкий, 2018); Международной школе-конференции «Гидродинамика больших скоростей и кораблестроение» (г. Чебоксары, 2018), Межвузовском научном конгрессе «Высшая школа: научные исследования» (г. Уфа, 2019), Российской научной конференции «Мавлютовские чтения» (г. Уфа, 2024, 2025); X международной научной конференции «Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений» (г. Уфа, 2024); II Всероссийской весенней школе-семинаре молодых ученых «Актуальные проблемы науки и техники» (г. Уфа, 2025).

Исследования проводились в рамках выполнения гранта РФФИ 17-07-00356.

**Публикации.** Основные результаты диссертации отражены в 26 публикациях, в том числе в 7 статьях в рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 3 статьи включены в международные базы WoS и Scopus, получено 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы (106), содержит 6 таблиц, 84 рисунка и изложена на 137 страницах.

### **Содержание работы**

**Во введении** обоснована актуальность темы исследования, проведен анализ степени ее разработанности, сформулированы цели и задачи работы, приведены положения, выносимые на защиту, их научная новизна, степень достоверности, определены теоретическая и практическая значимость, представлены сведения об апробации и публикациях автора.

**В главе 1** рассматриваются проблемы численного решения задач моделирования и обоснования точности получаемых результатов на примере

задач гидродинамики. Проводится сравнение результатов решения задачи о солитоне Стокса, полученных разными авторами и демонстрируются расхождения в оценках параметров солитона в рассматриваемых работах.

Для уточнения результатов и оценки их погрешности рассматривается возможность применения метода численной фильтрации, основанной на поочередном устранении компонент в модели погрешности

$$z_n - z = c_1 n^{-k_1} + c_2 n^{-k_2} + \dots + c_L n^{-k_L} + \Delta(n), \quad (1)$$

где  $z_n$  – приближенный результат, полученный при количестве узловых точек, равном  $n$ ;  $z$  – искомое точное значение;  $c_j$  – неизвестные коэффициенты;  $k_1, \dots, k_L$  – произвольные действительные числа,  $k_1 < k_2 < \dots < k_L$ . Величина  $\Delta(n)$  может состоять из не вошедших в сумму слагаемых, остаточного члена, погрешности округления и других составляющих, обусловленных несовершенством численного метода и его программной реализацией. Рассматривается фильтрация с помощью формулы (2) при  $Q=2$

$$z_{n_i}^{(j)} = z_{n_i}^{(j-1)} + \frac{z_{n_i}^{(j-1)} - z_{n_{i-1}}^{(j-1)}}{Q^{k_j} - 1}. \quad (2)$$

Полученные таким образом оценки дали возможность декларировать точность до 13 знака по числу  $Fr$  и до двух-трех единиц 13 разряда для других параметров. Кроме того, в 1 главе на примере задачи о кавитационном обтекании мягкой воздухопорной оболочки по несимметричной схеме Рябушинского показано, что решения, уточненные с помощью численной фильтрации, позволяют выявить новые физические закономерности. В частности, установлено, что некоторые параметры течения имеют локальные экстремумы вблизи точки гладкого отрыва. Тем самым продемонстрировано, что численная фильтрация имеет не только вычислительную, но и практическую значимость для анализа технических процессов.

Также в этой главе описываются известные математические модели процессов электрохимического формообразования, которые основаны на применении закона Фарадея

$$V_{ectm} = k\eta \frac{j}{\kappa}, \quad k = \kappa\varepsilon/\rho, \quad (3)$$

где  $V_{ectm}$  – скорость электрохимического растворения (сдвига границы);  $j$  – плотность тока на границе анода;  $\kappa$  – электропроводность электролита;  $\eta$  – выход по току;  $\varepsilon$  – электрохимический эквивалент;  $\rho$  – плотность растворяемого материала. Рассматриваются основные понятия процесса электрохимического формообразования на примере стационарной задачи электрохимической обработки точечным электродом-инструментом.

**В главе 2** рассматривается задача о течении невязкой несжимаемой весомой жидкости.

**В разделе 2.1** получено решение задачи о солитоне Стокса с помощью нового численно-аналитического метода, в котором вместо стандартного

решения – поиска искомой функции в виде степенного ряда на круге, задача решается с помощью интеграла Шварца на полосе, с выделением особенностей.

Рассматривается решение типа уединенной волны наибольшей амплитуды, при этом на ее вершине образуется излом с внутренним углом  $2\pi/3$  (волна Стокса). Скорость на бесконечности равна  $V_\infty$ , асимптотическая толщина струи –  $h$ . Давление  $P$  на свободной границе равно атмосферному  $P_0$ . (рис. 1,а).

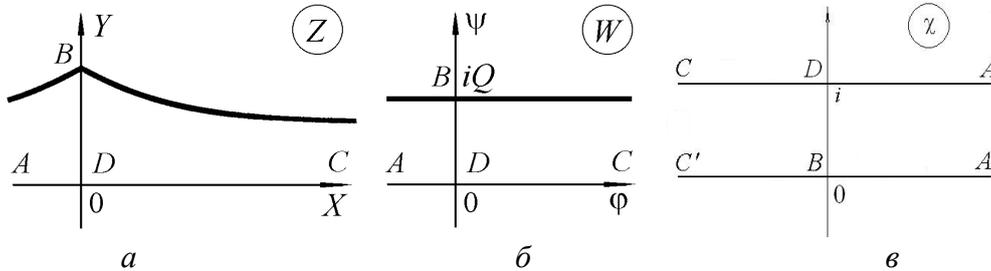


Рис. 1. Формы области, соответствующей течению на плоскостях:

а – физической; б – комплексного потенциала; в – параметрического переменного  $\chi$

На свободной поверхности  $A'BC'$  значение модуля вектора скорости течения  $V$  связано с высотой точки  $Y$  уравнением Бернулли при  $P=P_0$

$$\left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2 + \frac{2Y}{Fr^2 h} = const, \quad Fr = \frac{V_\infty}{\sqrt{gh}}, \quad (4)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $Fr$  – число Фруда.

Задача сводится к поиску аналитической функции комплексного переменного  $W(Z)=\Phi+i\Psi$ , ( $\Phi$  – комплексный потенциал,  $\Psi$  – функции тока), с условием на свободной границе в виде уравнения (4). В безразмерном виде  $w=W/Q$ ,  $z=Z/h$ . Расход жидкости в струе  $Q=hV_\infty$ . Используется функция Жуковского  $\omega = i \ln \frac{dw}{dz} = \theta + i\tau$ . Здесь  $\frac{dw}{dz} = \frac{V}{V_\infty} e^{-i\theta}$  – величина, комплексно сопряженная безразмерной скорости,  $\theta$  – угол наклона вектора скорости к оси абсцисс,  $\tau = \ln(V/V_\infty)$ . Решение задачи о солитоне Стокса с краевыми условиями, заданными в интегральном (4) и дифференциальном виде

$$e^{3\tau} \frac{d\tau}{d\sigma} - \frac{1}{Fr^2} \sin \theta = 0, \quad (5)$$

основано на применении интеграла Шварца на полосе  $\chi=\sigma+i\nu$  с выделением особенностей. Функция  $\omega(\chi)$  должна удовлетворять следующим условиям:

- 1) при  $\text{Re}\chi=0$ ,  $0 < \text{Im}\chi \leq 1$  действительная часть  $\text{Re}\omega(\chi) = \theta = 0$ ;
- 2) при  $\text{Im}\chi = 1$  действительная часть  $\text{Re}\omega(\chi) = 0$ ;
- 3) при  $\text{Im}\chi=0$   $\text{Re}\omega(\chi)$  и  $\text{Im}\omega(\chi)$  связаны условием (4) или (5);
- 4) при  $\chi = \sigma + i0$ ,  $\sigma \rightarrow \pm\infty$  действительная часть  $\text{Re}\omega(\chi) \rightarrow \pm \frac{\pi}{6}$ ;
- 5) при  $\chi \rightarrow \infty$  величина  $\omega(\chi) \rightarrow 0$ .

Представим  $\omega(\chi)$  в виде суммы

$$\omega(\chi) = \omega_1(\chi) + \omega_2(\chi),$$

$$\omega_1(\chi) = -i \int_0^{\infty} \operatorname{Re} \omega_1(\sigma) \frac{\operatorname{sh} \pi \sigma}{\operatorname{ch} \pi \sigma - \operatorname{ch} \pi \chi} d\sigma,$$

$$\omega_2(\chi) = \frac{i}{3} \ln \frac{1 - e^{-\pi \chi}}{(1 + i e^{-\pi \chi/2})^2} + i C_1 \left( \frac{1 - e^{-\pi \chi}}{(1 + i e^{-\pi \chi/2})^2} \right)^{\beta} - i C_1.$$

При этом должны выполняться уравнения

$$C_1 - \tau_1(0) = -\frac{1}{3} \ln \left( \frac{3}{\pi} \frac{1}{Fr^2} \right), \quad (\beta + 1) \operatorname{ctg} \frac{\pi \beta}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Для численного решения используется метод коллокаций и метод Ньютона с регулируемым шагом для решения системы нелинейных уравнений. Для метода с условиями (5) используется расширенная мантисса чисел. Показано, что данный метод решения, в отличие от известных, дает положительный эффект по точности при одинаковых размерностях.

Также в главе 2 описан алгоритм и комплекс программ для проведения вычислительного эксперимента. Исследование проводится в несколько этапов. На первом этапе решается задача моделирования, и создается база данных для дальнейшей постпроцессорной обработки полученной информации. Основные модули: модуль реализации метода коллокации для формирования системы нелинейных уравнений; модуль линейризации с помощью метода Ньютона с регулированием шага; подпрограммы, реализующие методы Гаусса, сплайн-интерполяции и вычисления комплексного потенциала. Ускорение поиска решения достигается за счет предварительного вычисления значений функций в узловых точках и вычисления их комбинации при расчете Якобиана. Программная реализация алгоритма численного решения задачи выполнена с использованием компилятора gcc version 4.8.2 20140120 (Red Hat 4.8.2-15) с подключением библиотеки «<quadmath.h>», что позволило использовать тип данных float128 для получения необходимой точности. Программы написаны на языке C++. На втором этапе создаются программные модули, реализующие выборку необходимой информации из файлов, полученных при численном решении. На третьем этапе с помощью численной фильтрации данных, полученных для различного количества точек коллокаций  $n$ , проведено уточнение и оценка погрешности искомых значений.

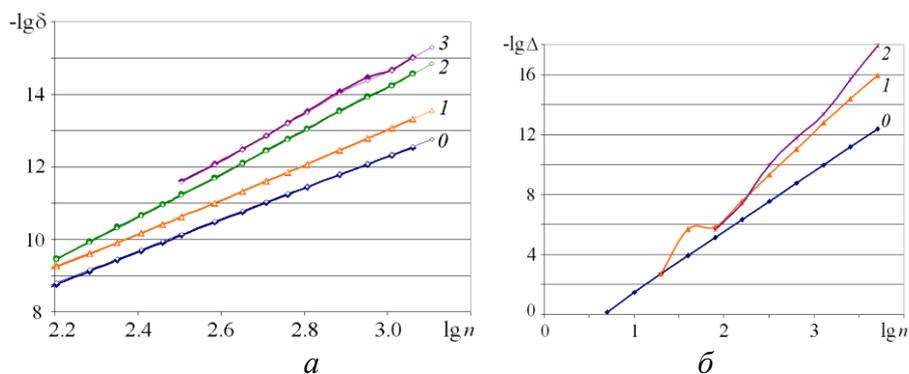


Рис. 2. Результаты фильтрации числа Фруда:  
 $a$  – с условиями (4);  $b$  – с условиями (5)

На рис. 2 приведены результаты фильтрации числа Фруда. Цифрой 0 обозначены вычисленные значения, цифрами 1, 2, 3 – результаты 1-й, 2-й и 3-й фильтрации. Толстыми линиями обозначены результаты фильтрации разностей соседних (по числу точек коллокаций) вычисленных значений, что позволяет выбрать эталон. Тонкими линиями обозначены результаты сравнения с выбранным эталоном. Наложение двух семейств кривых позволяет оценить качество выбранного эталона.

Видно, что удалось подавить несколько регулярных компонент и уменьшить погрешность искомого параметра  $Fr$ . В результате оценки, полученные ранее, были подтверждены, и получено новое значение числа Фруда, равное  $Fr=1,2908904558633395 \pm 2 \cdot 10^{-16}$ . Сравнение результатов расчетов параметров солитона Стокса с увеличенной разрядностью мантиссы и результатов, полученных с помощью численной фильтрации, позволяет сделать вывод об эффективности метода численной фильтрации.

В главе 3 рассматриваются задачи моделирования электрохимического формообразования. Решения получены с помощью методов теории функции комплексного переменного с различными условиями на границах и применением численной фильтрации.

В разделе 3.1 рассматривается задача предельно-квазистационарного копирования электрода-инструмента с круглым сечением (рис.3). В отличие от многих существующих способов, при моделировании процесса растворения обрабатываемой поверхности рассматривается ступенчатая функция выхода по току:

$$\eta(j) = \begin{cases} \eta_0, & j > j_1, \\ \forall \eta \in [0, \eta_0], & j = j_1, \\ 0, & j < j_1. \end{cases} \quad (6)$$

Число  $\alpha = \frac{E_0}{E_1} = \frac{j_0}{j_1}$ , в котором  $E_0 = V_{et}/(k\eta_0)$ ,  $E_1 = j_1/k$ , характеризует в

общем случае режим формообразования. Для обычного режима электрохимического формообразования характерно значение  $\alpha = \infty$ . В рассматриваемом численно-аналитическом решении используется предельное значение  $\alpha = 1$ . При предельном режиме процесс растворения идет с максимальной степенью локализации.

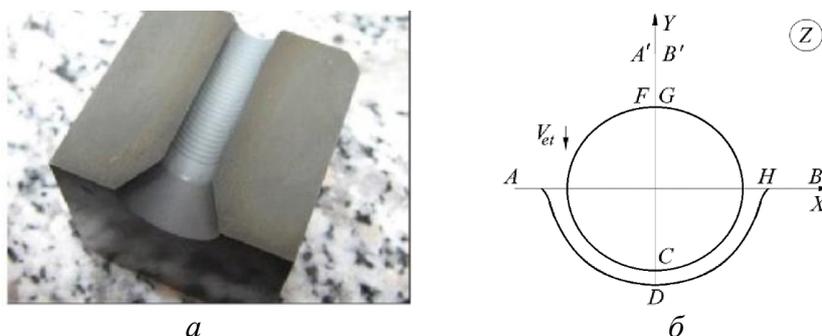


Рис. 3. Копирование электрода-инструмента: а – экспериментальный образец (рабочая поверхность штампа из WC-Co твердого сплава марки AG25); б – расчетная схема в сечении (физическая плоскость Z)

На плоскости комплексного потенциала  $W=\Phi+i\Psi$  эквипотенциальным поверхностям катода  $FCG$  и обрабатываемой поверхности (анода)  $ADB$  соответствуют вертикальные отрезки  $\Phi=-U$  и  $\Phi=0$  соответственно. Линиям тока  $FA'$  и  $GB'$  соответствуют горизонтальные отрезки. Тем самым образом области межэлектродного пространства является прямоугольник (рис. 4, а). Конформно отобразим эту область на полукольцо плоскости  $\zeta$  (рис. 4, б). Тогда связь плоскостей  $\zeta$  и  $W$  осуществляется функцией

$$W = \frac{U}{\ln p} \ln \zeta - U - i \frac{U}{\ln p} = U_w .$$

Для решения использовалась функция Жуковского  $\omega = i \ln \frac{dw}{dz}$ .

Функция  $\omega(\zeta)$  должна удовлетворять следующим краевым условиям:

1)  $\operatorname{Re} \omega = \theta = -\pi/2$  на  $CD$  и  $BH$ ;

2)  $\operatorname{Re} \omega = \theta = \pi/2$  на  $B'G$ ;

3)  $\operatorname{Im} \omega = \tau = 0$  на  $DMH$ ;

(7)

4)  $|z - y_0| = r$  на  $CG$ ,

(8)

где  $y_0, r$  – ордината центра и радиус окружности в безразмерном виде.

Искомая функция представляется в виде суммы трех функций от параметрической переменной  $\xi$  (рис. 4, з)

$$\omega(\xi) = \omega_0(\xi) + \omega_1(\xi) + \omega_2(\xi), \quad (9)$$

где 
$$\omega_0(\xi) = i \ln(\xi^2 - \beta^2) - 2i \ln \beta + \frac{\pi}{2}, \quad (10)$$

$$\omega_1(\xi) = -i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \frac{q^{2m}}{\beta^{2m} (q^{2m} - q^{-2m})} (\xi^{2m} - \xi^{-2m}),$$

$$\omega_2(\xi) = i \sum_{m=1}^{\infty} d_{2m} \left( \frac{\xi^{2m}}{p^{2m}} - \frac{p^{2m}}{\xi^{2m}} \right). \quad (11)$$

Функция  $\omega_0$  отображает четверть кольца  $\xi$  на полосу с выемкой (вместо разреза), функция  $\omega_1$  спрямляет границы выемки, превращая ее в разрез, а  $\omega_2$  необходима для учета особенности формы электрода-инструмента.

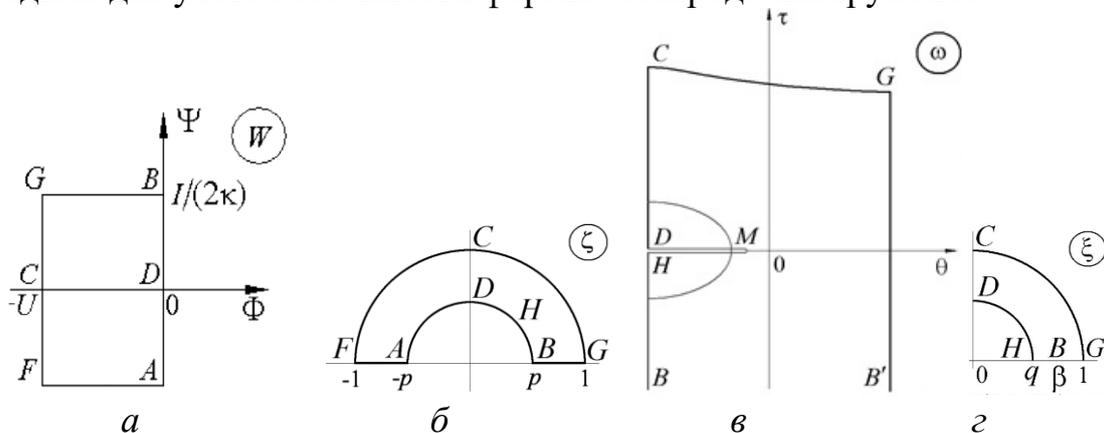


Рис. 4. Образы межэлектродного пространства на плоскостях: а – комплексного потенциала; б – параметрической плоскости  $\zeta$ ; в – на плоскости  $\omega$ ; з – на параметрической плоскости  $\xi$

Связь плоскостей  $\xi$  и  $\zeta$  осуществлялась путем отображения их на полосы и установления связи между полосами.

Численно задача решалась методом коллокаций. Уравнение формы электрода-инструмента (8) удовлетворялось в отдельных точках параметрической плоскости  $\xi_m = e^{i\sigma_m}$ ,  $\sigma_m = \pi m / (2n)$ , ( $m = \overline{0, n-1}$ ), а в сумме (11) сохранялось  $n$  слагаемых. Кроме того, требовалось выполнение уравнения замкнутости (при обходе электрода-инструмента) и уравнения, задающего положение электрода-инструмента относительно исходной поверхности.

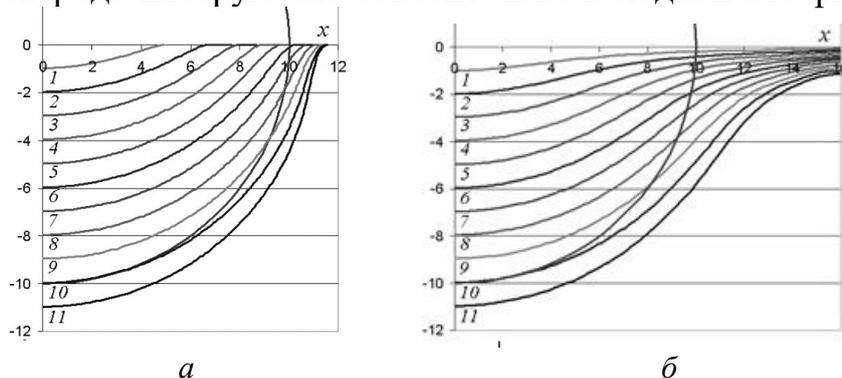


Рис. 5. Формы межэлектродного пространства для  $r=10$ :  $a - \alpha=1$ ;  $b - \alpha=\infty$

На рис. 5,  $a$  приведены формы анодной поверхности в различные моменты времени  $\tau=1, 2, \dots, r+1$  (кривые 1, 2, ...) для  $r=10$ , что соответствует сдвигу ординаты центра круглого электрода-инструмента  $y_0$  вниз от начального положения  $y_0(\tau) = r + 1 - \tau$ .

На рис. 5,  $b$  для сравнения показаны формы обрабатываемой поверхности при постоянном выходе по току ( $\alpha=\infty$ ), полученные при решении нестационарной задачи. Рис. 5,  $a$  ( $\alpha = j_{\max} / j_1 = 1$ ) показывает увеличение локализации растворения и приближение формы обрабатываемой поверхности (особенно, в верхней части) к экспериментальной (рис. 3,  $a$ ). Программная реализация алгоритма выполнена на языке программирования C++.

**В разделе 3.2** моделируется процесс электрохимической обработки точечным электродом-инструментом в пассивирующем электролите. Разработан численно-аналитический метод решения осесимметричной задачи о распределении электрического поля между точечным электродом-инструментом  $S$ , расположенным на расстоянии  $h$  от плоского анода  $AB$  (рис. 6,  $a$ ),  $Z=X+iY$ .

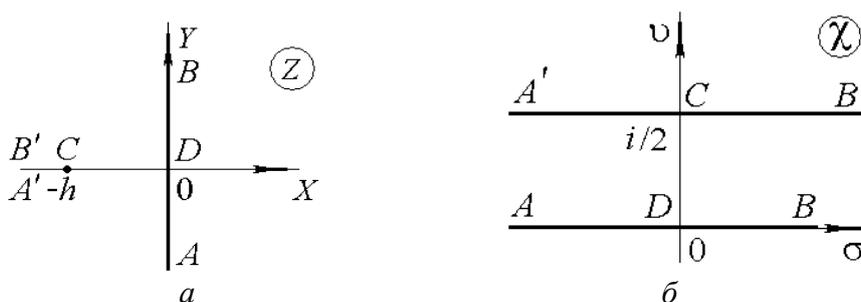


Рис. 6. Формы области на плоскостях:  $a$  – физической;  $b$  – параметрической

В отличие от известных методов, в работе используется зависимость

анодного потенциала, аппроксимирующая ранее полученные экспериментальные результаты зависимости плотности тока от  $\Phi_a$ , т.е. нормальная составляющая  $J_n = F_1(\Phi_a)^1$ .

С помощью преобразований Положего осесимметричная задача решается путем сведения ее к вспомогательной плоской задаче. Нормальная и тангенциальная составляющие плотности электрического тока на аноде равны

$$J_n = v_1 J_x, J_x = \frac{\partial \Phi_a}{\partial X} = \frac{1}{Y} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = \frac{1}{Y} \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial Y}{\partial \sigma} \right)^{-1} = \frac{1}{\text{sh } \pi \sigma \text{ ch } \pi \sigma} \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma}, \quad (12)$$

$$J_t = v_1 J_y, J_y = \frac{\partial \Phi_a}{\partial Y} = \frac{\partial \Phi_a}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial Y}{\partial \sigma} \right)^{-1} = \frac{1}{\text{ch } \pi \sigma} \frac{\partial \Phi_a}{\partial \sigma}. \quad (13)$$

Потенциал и функция тока представляются в виде

$$\Phi(X_0, Y_0) = -\frac{1}{\pi} \frac{v_2}{\sqrt{(X_0+1)^2 + Y_0^2}} - \frac{1}{\pi} \text{Im} \int_0^{\sigma_0} \frac{\partial w_1}{\partial \sigma}(\sigma) \frac{d\sigma}{\sqrt{(Z-Z_0)(Z-\bar{Z}_0)}}, \quad (14)$$

$$\Psi(X_0, Y_0) = -\frac{1}{\pi} \frac{v_2(X_0+1)}{\sqrt{(X_0+1)^2 + Y_0^2}} - \frac{1}{\pi} \text{Im} \int_0^{\sigma_0} \frac{\partial w_1}{\partial \sigma}(\sigma) \frac{(Z-X_0)d\sigma}{\sqrt{(Z-Z_0)(Z-\bar{Z}_0)}}, \quad (15)$$

где первые слагаемые представляют собой потенциал и функцию тока точечного источника. Решение ищется в виде функции  $f_1(\chi) = \partial w_1 / \partial \chi$ .

Искомыми параметрами являются значения действительной части функции  $\text{Re } f_1(\sigma_m) = f_m$  в узловых точках  $\sigma_m$ , ( $m = 1, \dots, n-1$ ). При  $\sigma = \sigma_0 = 0$   $\text{Re } f_1(\sigma_0) = 0$ . При  $\sigma = \sigma_n$  примем  $\text{Re } f_1(\sigma_n) = 0$ . Значения  $\text{Re } f_1(\sigma)$  в промежуточных между узловыми точками найдем с помощью кубического сплайна  $S(\sigma)$ .

Для восстановления функции  $f_1(\chi)$  используется формула Шварца

$$f_1(\chi) = i \left[ \int_0^{\infty} S(\sigma) \frac{\text{sh } \pi \sigma}{\text{ch } \pi \sigma + \text{ch } \pi \chi} d\sigma - \int_0^{\infty} S(\sigma) \frac{\text{sh } \pi \sigma}{\text{ch } \pi \sigma - \text{ch } \pi \chi} d\sigma \right].$$

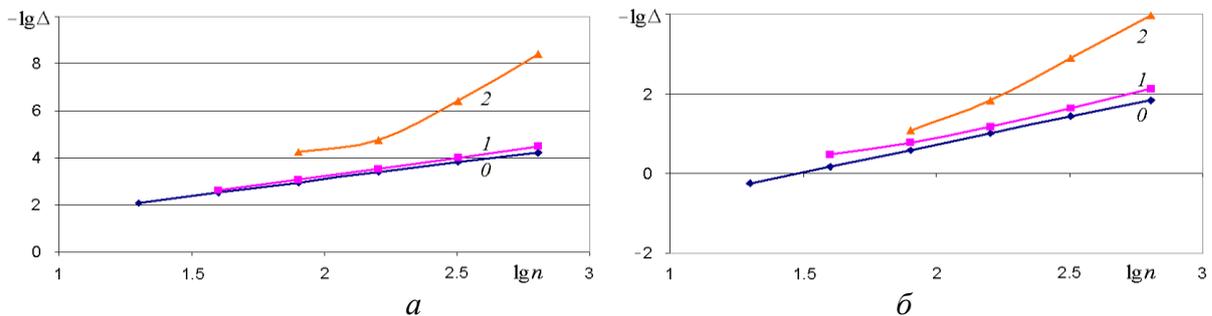


Рис. 7. Оценка абсолютной погрешности решения осесимметричной задачи:  $a$  – потенциала центральной точки  $D$ ;  $b$  – напряженности в точке  $D$

Используется зависимость анодного потенциала, аппроксимирующая ранее

полученные экспериментальные результаты<sup>1</sup>:

$$J_n(\Phi_a) = 0,025 - 0,692\Phi_a + 1,298\Phi_a^2 - 0,965\Phi_a^3 + 0,223\Phi_a^4 + 0,17 \operatorname{tg}(0,655\Phi_a) + \frac{0,0143\Phi_a}{\Phi_a^7 + (0,5712)^7} \cdot \Phi_a \geq 0. \quad (16)$$

Найдены численные значения потенциала и напряженности в центральной точке. Оценка погрешности (рис.7) показала точность до  $10^{-4}$ . Также получены распределения составляющих напряженности на поверхности анода (рис. 8).

Программная реализация алгоритма выполнена на языке программирования C++. Основное отличие ее реализации от других задач, описанных в работе, заключается в добавлении модуля интегральных преобразований для вычисления напряженности.

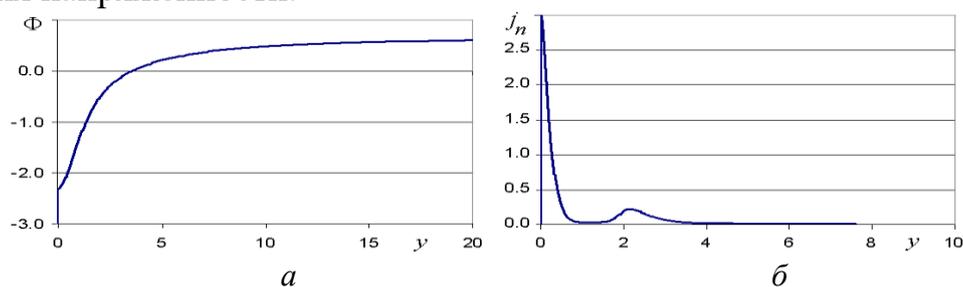


Рис. 8. Распределение по поверхности анода *а*: – потенциала по поверхности анода; *б*- нормальной составляющей плотности тока

**В четвертой главе** диссертации проводится моделирование нового технологического процесса электрохимической обработки вращающимся электродом-инструментом<sup>2</sup>. Вращение электрода-инструмента создает условия для более интенсивного обмена электролита в рабочей области. С помощью применения численно-аналитических методов решения краевых задач и уточнения с помощью фильтрации, удалось получить значения параметров обработки, необходимые для проведения качественного и безопасного технологического процесса электрохимического формообразования в рассмотренной постановке.

Исследована нестационарная задача электрохимического формообразования с помощью пластинчатого электрода-инструмента конечной толщины. Форма межэлектродного пространства показана на рис. 9. Центр электрода-инструмента движется внутри заготовки со скоростью  $V_C$  вниз вдоль оси ординат. Одновременно электрод-инструмент вращается относительно своего центра с угловой скоростью  $\omega$ . Разность потенциалов между электродами равна  $U$ . Безразмерные величины  $x$ ,  $y$ ,  $\tau$  и  $\phi$  определяются следующим образом

$$x = X/l, \quad y = Y/l, \quad \tau = tV_C/l = tkU/l^2, \quad \phi = \Phi/U, \quad (17)$$

где  $l = kU/V_C$  – величина стационарного зазора в задаче об обработке плоским

<sup>1</sup> Житников В.П., Зайцев А.Н. «Импульсная электрохимическая размерная обработка». – М.: Машиностроение, 2007.

<sup>2</sup> Патент РФ 2647413. Способ электрохимической обработки непрофилированным ЭИ и устройства для его осуществления / Р. М. Салахутдинов, А. Н. Зайцев, С. В. Безруков, Т. В. Косарев, Т. Р. Идрисов. Опубликовано: 15.03.2018. Бюл. №8.

горизонтальным электродом-инструментом. При этом  $v_c = -dy_c/d\tau = 1$ . Нормальная скорость движения границы детали определяется уравнением (18). В безразмерном виде

$$\frac{dx_a}{d\tau} = \frac{\partial\phi}{\partial n} \cos n, \quad \frac{dy_a}{d\tau} = \frac{\partial\phi}{\partial n} \sin n. \quad (18)$$

Здесь  $x_a(\tau), y_a(\tau)$ , – координаты точек на обрабатываемой поверхности;  $n$  – единичный вектор внешней нормали к обрабатываемой поверхности.

Перемещение точек поверхности электрода-инструмента в процессе обработки

$$x_c(\tau) = \operatorname{Re}\left[(x_c^0 + iy_c^0)e^{i\alpha(\tau)}\right], \quad y_c(\tau) = -\tau + \operatorname{Im}\left[(x_c^0 + iy_c^0)e^{i\alpha(\tau)}\right], \quad (19)$$

где  $x_c^0, y_c^0$  – координаты точек на исходной поверхности электрода-инструмента при  $\tau=0$ ;  $\alpha(\tau)=-\omega\tau$  – угол поворота электрода-инструмента вокруг своей оси относительно начального положения,  $\alpha$  изменяется от 0 до  $-\pi/2$  (рис. 9).

При численном решении безразмерное время дискретизируется, на каждом шаге решается краевая задача для уравнения Лапласа с условиями  $\phi_a = 0$ ,  $\phi_c = -1$ . Определяются нормальные производные  $\partial\phi/\partial n$ . Далее, согласно (18) и (19), производится шаг по времени, затем процесс повторяется.

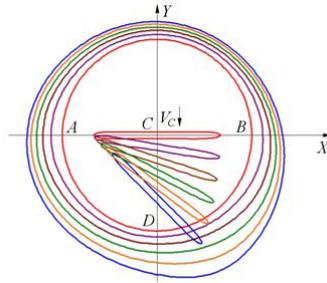


Рис. 9. Схема межэлектродного пространства в разрезе:

$ADB$  – обрабатываемая поверхность (анод);  $C$  – электрод-инструмент (катод)

Решение краевой задачи для уравнения Лапласа с граничными условиями первого рода на основе интеграла Грина сводится к граничному интегральному уравнению. Для решения интегрального уравнения будем использовать метод постоянных граничных элементов, в которых напряженность электрического поля имеет постоянные значения. Граница  $\Gamma$  разбивается на  $n$  прямолинейных элементов  $\Gamma_m$ . Дискретная форма граничного уравнения имеет вид

$$\frac{1}{2}\phi_k = \sum_{m=1}^n F_{km}\phi_m + \sum_{m=1}^n G_{km}\phi'_m, \quad (20)$$

$\phi_m, \phi'_m$  – значения потенциала и нормальной производной в узловых точках.

$$G_{km} = \pm \frac{1}{2\pi} \begin{cases} r_{km}^e \sin \theta_{km}^e (\ln r_{km}^e - 1) - r_{km}^b \sin \theta_{km}^b (\ln r_{km}^b - 1) + d_{km} (\theta_{km}^e - \theta_{km}^b), & m \neq k, \\ \pm l_m (\ln \frac{l_m}{2} - 1), & m = k, \end{cases} \quad (21)$$

$$F_{km} = \frac{1}{2\pi} \begin{cases} \theta_{km}^e - \theta_{km}^b, & m \neq k, \\ 0, & m = k. \end{cases}$$

Знак «+» в (21) выбирается при проходе вдоль анода (против часовой стрелки), «-» выбирается при проходе вдоль катода (по часовой стрелке).

Используя граничные условия постоянства потенциала на катоде и аноде, получим систему линейных алгебраических уравнений для расчета нормальных производных на элементах, которая для этих условий имеет вид

$$\sum_{m=1}^{n_1+n_2} G_{km} \varphi_m = 0 + \sum_{m=n_1+1}^{n_1+n_2} F_{km} = 0, \quad k = \overline{1, n_1},$$

$$\sum_{m=1}^{n_1+n_2} G_{km} \varphi_m = -\frac{1}{2} + \sum_{m=n_1+1}^{n_1+n_2} F_{km} = -1, \quad k = \overline{n_1+1, n_1+n_2}, \quad (22)$$

где  $n_1, n_2$  – количество граничных элементов на аноде и катоде.

На рис. 10 приведены результаты расчетов в начальном этапе процесса для эллипсоидального электрода-инструмента с отношением полуосей катода  $k_1 = 0.1$ .

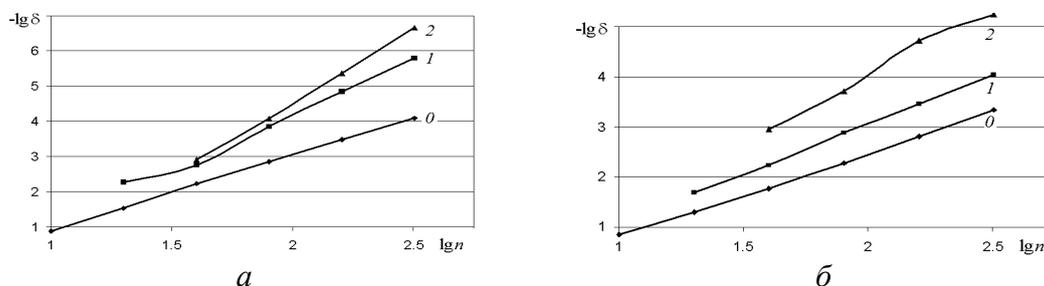


Рис. 10. Результаты вычисления напряженности:  $a$  – на аноде;  $b$  – на катоде

Оценка погрешности напряженности показывает 4 верных знака в вычислениях значений на аноде и 3 знака на катоде для  $n=320$ , что вполне приемлемо для расчетов. Порядок точности по  $n$  – второй.

Было применено равномерное по длине  $l(s)$  разбиение анодной границы. Это позволило исследовать длительные (до 100 единиц безразмерного времени) процессы без увеличения числа узлов с погрешностью, не превышающей 1% (относительно полуширины паза). Для уменьшения ширины паза возможно использовать подачу напряжения только на части периода вращения электрода-инструмента. Рассмотрим влияние угла между осью электрода-инструмента и вертикалью  $\Delta\theta$ , при котором включается напряжение на торцах электрода-инструмента.

На рис. 11 показаны конфигурации с соотношением полуосей эллиптического электрода-инструмента  $a/b=0.5$  для  $n_1=n_2=n=320$ . Цветом выделены формы в каждый момент безразмерного времени  $\tau$ . Видно, что частичная подача напряжения существенно влияет на ширину паза.

На рис. 12 показаны начальные конфигурации с  $a/b=0.5$  с разными значениями  $\omega$  и  $\Delta\theta$ . Цветом выделены формы в каждый момент безразмерного времени  $\tau$ . Видно, что при  $\Delta\theta=60^\circ$  происходит короткое замыкание (рис. 12,  $a$ ) или самопересечение границ. Проблему снимает увеличение частоты вращения электрода-инструмента (рис. 12,  $b, в$ ).

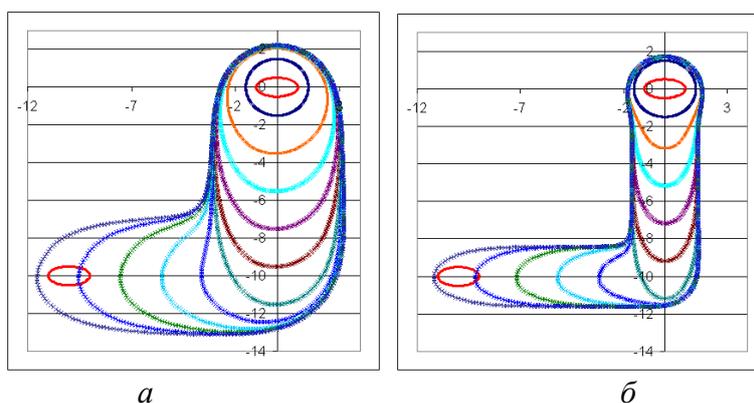


Рис. 11. Формы обрабатываемой поверхности при  $a/b=0.5$ :  
 $a - \omega=2\pi$  без отключения;  $b - \omega=2\pi, \Delta\theta=45^\circ$

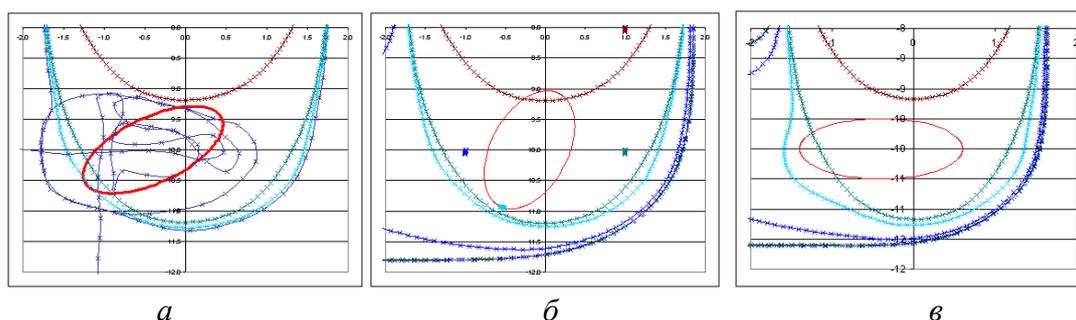


Рис. 12. Формы обрабатываемой поверхности при повороте при  $a/b=0.5$ :  
 $a - \omega=2\pi, \Delta\theta=60^\circ$ ;  $b - \omega=3\pi, \Delta\theta=60^\circ$ ;  $в - \omega=5\pi, \Delta\theta=45^\circ$

Таким образом, проведен вычислительный эксперимент с различными значениями угловой скорости  $\omega$  вращения электрода-инструмента по часовой стрелке. Найдены значения параметров, при которых происходит самопересечение границ электродов. Объяснено появление волнообразной формы боковой части обрабатываемой поверхности. Программная реализация алгоритма выполнена на языке программирования C++.

### Основные результаты и выводы

1. Проведено исследование методов математического моделирования задач гидродинамики и электрохимического формообразования с целью повышения надежности численных решений. Разработаны методы анализа и валидации математических моделей нестационарного электрохимического формообразования со сложными граничными условиями на основе методов численной фильтрации. В ходе исследований было установлено, что фильтрация, выполняемая на этапе постпроцессорной обработки данных численного эксперимента, дает возможность получить достоверные оценки погрешности (сравнение с предыдущим полученным отфильтрованным значением показало отличие  $-1,5 \cdot 10^{-15}$ ) и существенно повысить точность и эффективность численных алгоритмов.
2. Разработан новый численно-аналитический метод решения задачи о солитоне Стокса с применением интеграла Шварца и краевых условий в дифференциальном виде. Также, разработаны численно-аналитические методы решения осесимметричной и нестационарных плоских задач электрохимической обработки со сложными граничными условиями с

использованием алгоритма численной фильтрации, что позволило уменьшить погрешность решения до  $10^{-4}$ . Кроме того, было показано, что применение скачкообразной зависимости выхода по току позволяет получить формы, существенно более близкие к экспериментальным, что подтверждает адекватность применяемых моделей.

3. Разработан численно-аналитический метод решения новой нестационарной задачи электрохимического формообразования для случая использования вращающегося электрода-инструмента. Метод позволяет учитывать динамические граничные условия, обусловленные вращением инструмента, а также импульсное включение напряжения в течение части периода вращения. Полученные результаты моделирования позволили получить характеристики данного процесса формообразования и определить значения параметров, при которых процесс становится небезопасным.
4. Разработаны алгоритмы и комплексы программ для решения задачи о солитоне Стокса и задач нестационарного электрохимического формообразования со сложными граничными условиями на основе разработанных численно-аналитических методов. Вычисление параметров солитона Стокса с увеличенной длиной мантисы машинного слова дало возможность декларировать точность до двух единиц 15-го разряда, что подтверждает работоспособность и эффективность метода фильтрации для уточнения решения. Применение метода фильтрации позволило решить задачу о распределении электрического поля и поля токов между точечным электродом-инструментом и плоским анодом при условии переменности анодного потенциала с немонотонной зависимостью анодного потенциала от нормальной составляющей плотности тока.
5. Исследована эффективность предложенных моделей, численных методов и комплексов программ на основе проведенных вычислительных экспериментов. Сравнение полученных расчетных данных с результатами натурального эксперимента показало их качественное совпадение.

#### **Публикации автора по теме диссертации**

#### **В журналах из списка изданий, рекомендованных ВАК РФ**

1. Житников В. П., Шерыхалина Н. М., Соколова А. А. Предельно-квазистационарное копирование круглого электрод-инструмента // Вестник УГАТУ. – 2017. – Т. 21, № 1. – С. 173–179.

2. Житников В. П., Шерыхалина Н. М., Чукалова А. О., Соколова А. А. Моделирование нестационарной электрохимической обработки эллипсоидальным электрод-инструментом // Вестник УГАТУ. – 2017. – Т. 21, № 1. – С. 24–32.

3. Житников В. П., Шерыхалина Н. М., Соколова А. А. Оценка погрешности и ее обоснование с помощью фильтрации численных результатов, полученных при разных числах узловых точек сетки // Известия Самарского научного центра РАН. – 2017. – Т. 19, № 1 (2). – С. 401–405.

4. Житников В. П., Шерыхалина Н. М., Соколова А. А. Осесимметричная задача об электрохимической обработке точечным электродом-инструментом в пассивирующем электролите // Южно-Сибирский научный вестник. – 2019. – № 2 (26). – С. 175–179.

5. Житников В. П., Шерыхалина Н. М., Соколова А. А. Моделирование процесса прорезания пазов вращающимся электрод-инструментом // Южно-сибирский научный вестник. – 2019. – № 4 (28). – С.146–151.

6. Соколова А. А. Уточнение результатов вычислений методом численной фильтрации на примере производной элементарной функции // XXI век: Итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2021. – № 4 (56). – С. 98–101.

7. Sokolova A. A., Sherykhalina N. M., Shaymardanova E. R. Verification of the numerical filtering method results by calculation with increased bit width // Системная инженерия и информационные технологии. – 2024. –Т. 6, № 4 (19). – С. 62–68.

#### **В изданиях, индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science**

8. Zhitnikov V. P., Sherykhalina N. M., Zaripov A. A., Sokolova A. A. Quasi-stationary solution of a problem of electrochemical copying of a cogged surface // Russian Mathematics. – 2017. – Vol. 61, № 8, – P. 76–80.

9. Zhitnikov V. P., Sherykhalina N. M., Porechny S. S., Sokolova A. A. Modelling of the axisymmetric precision electrochemical shaping // Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS, Chelyabinsk, Russia). – 2020. – Vol. 13, № 1. – P. 39–51.

10. Zhitnikov V. P., Sherykhalina N. M., Porechny S. S., Sokolova A. A. Multi-stage filtering of numerical solutions with an application to the Hele-Shaw problem // Information Technologies for Intelligent Decision Making Support / Advances in Intelligent Systems Research (ITIDS 2020): proceedings of the 8th Scientific Conference with International Participation. –Atlantis Press, 2020. – Vol. 174. – P. 178–185.

#### **В других изданиях**

11. Соколова А. А. Стационарная электрохимическая обработка вертикальным пластинчатым катодом при ступенчатой функции выхода по току // Всерос. молодежн. научн. конф. «Мавлютовские чтения»: сб. тез. докл. Уфа: УГАТУ, 2011. – Т.5. – С. 71–72.

12. Соколова А. А. Стационарная электрохимическая обработка круглым катодом // Всерос. молодежн. научн. конф. «Мавлютовские чтения»: сб. трудов. Уфа: УГАТУ, 2012. – Т. 5, Ч. 1. – С. 71–73.

13. Житников В. П., Соколова А. А. Решение задачи о солитоне Стокса с краевыми условиями, заданными в дифференциальном виде // Мавлютовские чтения: труды Всерос. молодежн. научн. конф. – Уфа: УГАТУ. – 2016. – Т. 4. – С. 37–41.

14. Соколова А. А. Альтернативный метод решения задачи о солитоне Стокса как доказательство ранее полученных оценок погрешности // Современные проблемы математического моделирования, обработки изображений и параллельных вычислений (СПММОИиПВ-2017): труды Междунар. науч. конф. (пос. Дивноморское, 4–11 сентября 2017 г.) – Т. 1. – Ростов-на-Дону: ООО «ДГТУ-Принт», 2017. – С. 253–260.

15. Житников В. П., Шерыхалина Н. М., Соколова А. А. Моделирование электрохимической обработки вращающимся пластинчатым электрод-инструментом // Международный научно-исследовательский журнал. – 2017. – № 06 (60), Ч. 3. – С. 127–132.

16. Шерыхалина Н. М., Зиннатуллина О. Р., Соколова А. А. Моделирование стационарного процесса электрохимического осесимметричного формообразования точечным электродом-инструментом // Успехи современной науки. Белгород. – 2017. – Т. 2, № 8. С 137–144.

17. Житников В. П., Соколова А. А., Шерыхалин К. О. Закономерности накопления погрешности округления при решении некоторых вычислительных задач // Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений: сборник трудов 5-й межд. научной конф. – Уфа: УГАТУ, 2017. – Т. 1. – С. 165–169.

18. Федорова Г. И., Соколова А. А., Максютова Г. Р. Моделирование квазистационарной электрохимической обработки горизонтально движущимся электродом-инструментом с изолированной передней поверхностью // Труды XXXVI-й межд. науч. конф. «Современные концепции научных исследований», Москва: Евразийское научное объединение, 2018. – № 2 (36). – С. 17–20.

19. Соколова А. А. Кавитационное обтекание оболочки по несимметричной схеме Рябушинского // Межвузовский научный конгресс. Высшая школа: Научные исследования. – Москва: Изд. Инфинити, 2019. – С. 220–230.

20. Житников В. П., Шерыхалина Н. М., Федорова Г. И., Соколова А. А. Математическое моделирование процессов гидродинамики и электрохимической обработки с помощью численно-аналитических методов // Системная инженерия и информационные технологии. – 2021. –Т. 3, № 1 (5). – С. 58–64.

21. Sherykhalina N. M., Sokolova A. A., Shaymardanova E. R. The practical application of numerical filtering method by example of calculating the simple functions derivative // Системная инженерия и информационные технологии. – 2022. –Т. 4, № 2 (9). – С. 24–29.

22. Sherykhalina N. M., Sokolova A. A., Shaymardanova E. R. Numerical investigation of the different interpolation methods // Системная инженерия и информационные технологии. – 2023. –Т. 5, № 1 (10). – С. 67–75.

23. Sokolova A. A., Shaymardanova E. R., Sherykhalina N. M., Porechny S. S. Researching of influence of rotation angle of tool electrode for electrochemical machining of material // Системная инженерия и информационные технологии. – 2024. – Т. 6, № 1 (16). – С. 16–22.

24. Шаймарданова Е. Р., Соколова А. А. Кавитационное обтекание мягкой воздухоопорной оболочки // Мавлютовские чтения: труды XVIII Всерос. молодежн. научн. конф. – Уфа: УУНиТ. – 2024. – Т. 5. – С. 167–170.

#### **Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ**

25. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ РФ №2018619757. Программа расчета параметров солитона Стокса / Житников В.П., Шерыхалина Н. М., Соколова А. А. Зарег. М.: Роспатент. 10.08.2018.

26. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ РФ №2025611363. Программа расчета составляющих напряженности при ЭХО в осесимметричной постановке / Соколова А. А., Шерыхалина Н. М. Зарег. М.: Роспатент. 17.01.2025.

Соискатель



Соколова А. А.