

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 99.0.110.02, СОЗДАННОГО  
НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
НАУЧНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ УФИМСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ  
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_

решение диссертационного совета от 2 октября 2023 г. № 5

О присуждении Гайсиной Галие Ахтяровне, гражданину РФ, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Ряды экспонент правильного роста вблизи границы. Приложения» по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ принята к защите 26.06.2023 г. (протокол № 3) диссертационным советом 99.0.110.02, созданным на базе Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450054, г. Уфа, Проспект Октября, 71), Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32), созданного приказом № 521/нк от 24.03.2023 г.

Соискатель, Гайсина Галия Ахтяровна, 16.10.1995 года рождения. В 2019 году окончила Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный университет»

по направлению подготовки 01.04.01 Математика с присвоением квалификации Магистр.

В 2023 году окончила аспирантуру по очной форме обучения Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика с присвоением квалификации «Исследователь. Преподаватель-исследователь».

Работает в должности ассистента кафедры математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Диссертация выполнена на кафедре программирования и экономической информатики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель – Юлмухаметов Ринад Салаватович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела теории функций и функционального анализа Института математики с вычислительным центром Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук.

Официальные оппоненты:

1. Абанин Александр Васильевич, доктор физико-математических наук (01.01.01 – Математический анализ), профессор, заведующий кафедрой математического анализа и геометрии Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет»;

2. Шерстюков Владимир Борисович, доктор физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), профессор кафедры математического анализа Федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Московский

государственный университет имени М.В. Ломоносова»

дали положительные отзывы на диссертацию.

3. Ведущая организация Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань, в своем положительном отзыве, подписанном Авхадиевым Фаритом Габидиновичем, доктором физико-математических наук (01.01.01 – Математический анализ), профессором, заведующим кафедрой теории функций и приближений, утвержденном первым проректором – проректором по научной деятельности, доктором физико-математических наук, профессором Таюрским Дмитрием Альбертовичем, указала, что диссертация Гайсиной Галии Ахтяровны на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является завершенной научно-исследовательской работой, которая соответствует требованиям п. 9 Положения ВАК о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 г. (с последующими изменениями), а ее автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Соискатель имеет 20 опубликованных работ по теме диссертации, из них 5 статей – в отечественных изданиях, включенных в международные реферативные базы данных Web of Science и Scopus, остальные публикации - в других изданиях и тезисы конференций.

Общий объем публикаций по теме диссертации 6,38 п.л., авторский вклад – 5,72 п.л. В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах.

Наиболее значимые работы по теме диссертации:

1) Гайсин А.М. Поведение коэффициентов ряда экспонент конечного порядка роста вблизи границы / А.М. Гайсин, Г.А. Гайсина // Journal of Mathematical Sciences. – 2019. – Т. 162. – С. 15–24. – DOI: 10.1007/s10958-021-05482-4.

2) Гайсина Г.А. Порядок роста суммы ряда Дирихле: зависимость от коэффициентов и показателей / Г.А. Гайсина // Уфимский математический журнал. – 2020. – Т. 12, № 4. С. 31–41. – DOI: 10.13108/2020-12-4-30.

3) Гайсин А.М. Теоремы типа Ритга-Сугимур / А.М. Гайсин, Г.А. Гайсина // Владикавказский математический журнал. – 2020. – Т. 22, № 3. – С. 47–57. – DOI: 10.46698/n7823-2870-5444-g.

4) Гайсина Г.А. Порядок роста ряда экспонент вблизи границы области сходимости / Г.А. Гайсина // Алгебра и анализ. – 2021. – Т. 33, № 3. – С. 31–50. – DOI: 10.1090/spmj/1708.

5) Гайсина Г.А. Представление аналитических функций рядами экспонент в полуплоскости с учетом мажоранты роста / Г.А. Гайсина // Уфимский математический журнал. – 2021 – Т. 13, № 4. – С. 8–16. – DOI: 10.13108/2021-13-4-8.

На диссертацию поступили отзывы:

1. Ведущей организации ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) На стр. 32–33 работы содержится фраза: «Оказывается, если выполняется условие (0.28) [Левинсона], то в некоторых случаях можно получить ответ на следующий вопрос: при каких требованиях целая функция в разложении (0.27) будет ограничена в полосе... (см. [47])?» Ответ на этот вопрос, полученный соискателем в статье [47], вполне можно было бы включить в диссертацию.

2) Формулировка теоремы 2.2 на стр. 61 слишком лаконична. На наш взгляд, можно было бы сформулировать ее, например, следующим образом:

Существуют последовательность  $\Lambda$  и функция  $f \in H(G, \Lambda)$ , такие что:

$$1) \frac{\rho_f}{\rho_f + 1} < q_0, \quad 2) \beta = q_0.$$

3) Источники в списке литературы было бы лучше расположить в алфавитном порядке.

4) В работе имеется небольшое число опечаток и неточностей редакционного характера. Например, на стр. 85 вместо «В статье обсуждается следующая задача» должно быть «В диссертации обсуждается следующая задача». На стр. 28 вместо «введенная в §1 введения» лучше написать «определенная в §1 введения».

2. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, заведующего кафедрой математического анализа и геометрии ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» Абанина Александра Васильевича. Отзыв положительный. В отзыве указано следующее замечание:

1) В теореме 2.1 вместо требования о непустоте класса  $H(G, \Lambda)$  следовало говорить о его нетривиальности, так как формально функция, тождественно равная нулю, всегда входит в этот класс. Кроме того, для полноты изложения формулировку следствия из этой теоремы нужно было бы дополнить конкретным примером, реализующим неравенство  $q_0 \leq \frac{\rho_f}{\rho_f + 1}$ .

3. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора кафедры математического анализа ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Шерстюкова Владимира Борисовича. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) В §1 введения к диссертации не было бы лишним отметить некоторые работы ростовских математиков, изучавших пространства функций заданного роста вблизи границы области аналитичности (см., например, кандидатскую диссертацию Т.М. Андреевой «Двойственная связь между пространствами голоморфных функций заданного роста вблизи границы и обобщенными классами Данжуа–Карлемана и ее приложения»).

2) В доказательстве теоремы 1.1 (стр. 41) нет нужды оценивать сверху явно вычисляемое значение  $x_0 = (2q/\sigma)^{q/(1-q)}$ , на котором достигается  $\max_{x \geq 0} (2x - x^{1/q} \sigma)$ . Использование точного значения для  $x_0$  даст чуть лучшую константу в оценке сверху величины  $M_F(\sigma)$ . Ниже (последняя строка на стр.41) имеется опечатка – должно быть  $2^{\frac{1}{1-q}}$  вместо  $2^{\frac{q}{1-q}}$ .

3) На стр. 68 для частного  $\frac{(\lambda - \lambda_{nk})(\lambda - \lambda_{nk}^{(1)})}{Q(\lambda)}$  лучше использовать обозначение  $F_{nk}(\lambda)$  вместо краткого  $F(\lambda)$ . Ниже на той же странице две опечатки: должно быть  $Q(\lambda)$  вместо  $L(\lambda)$  (11-я строка сверху); должно быть  $F(\lambda_{nk}) = -\frac{\varepsilon_{nk}}{Q'(\lambda_{nk})}$  вместо  $F(\lambda_{nk}) = \frac{\varepsilon_{nk}}{Q'(\lambda_{nk})}$  (3-я строка снизу). На стр. 72 (4-я строка сверху) не ясно, как именно применяется лемма 2.1. На стр. 77 (перед формулой (3.6)) должно быть  $n \rightarrow \infty$  вместо  $x \rightarrow \infty$ .

4) В §1 главы 4 при изложении истории вопроса (стр. 82) необходимо хотя бы упомянуть об этапных результатах Ю.Ф. Коробейника по представлению аналитических в произвольной выпуклой области функций рядами экспонент со ссылкой, например, на его известную обзорную статью 1981 года в «Успехах математических наук».

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их высокой профессиональной деятельностью, наличием публикаций, компетенцией по теме диссертации, позволяющей определить ее научную и практическую ценность. Ведущая организация и оппоненты не имеют совместных исследований и публикаций с соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

- доказан критерий справедливости формулы для порядка суммы ряда Дирихле, область абсолютной сходимости которого – полуплоскость;

- для порядка суммы ряда экспонент, область регулярности которого ограниченная выпуклая область с гладкой границей, получены неулучшаемые двусторонние оценки для порядка через характеристики, зависящие только от показателей, коэффициентов ряда и опорной функции области. Получена формула для вычисления порядка;

- доказана точность двусторонних оценок С. Танаки для порядка целого ряда Дирихле по Ритту и, тем самым, установлен критерий справедливости формулы Дж. Ритта для этого порядка;

– получены качественно новые результаты о представлении аналитических в полуплоскости функций рядами экспонент с учетом заданной выпуклой мажоранты роста.

Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:

– при доказательстве необходимой части критерия справедливости формул для обычного порядка в полуплоскости и порядка по Ритту во всей плоскости выработан универсальный метод построения соответствующих примеров, который применим и для более общих характеристик ряда Дирихле;

– разработан метод получения точных двусторонних оценок для порядка ряда экспонент, область сходимости которого - ограниченная выпуклая область с гладкой границей. Этот подход перспективен для исследования роста ряда экспонент вблизи границы и в других терминах;

– предложен эффективный метод разложения аналитических в полуплоскости функций с учетом заданной мажоранты роста, основанный на свойствах преобразований Лежандра.

Практическая значимость полученных соискателем результатов исследования заключается в том, что они могут быть полезны не только в теории рядов экспонент, но и в теории аппроксимации в комплексной плоскости, в теории целых и субгармонических функций, а также в гармоническом анализе, дифференциальных уравнениях и спектральной теории, а также при чтении спецкурсов на математических отделениях университетов. Они могут быть использованы специалистами по теории функций, работающими в Математическом институте имени В.А. Стеклова, Санкт-Петербургском отделении Математического института имени В.А. Стеклова, Институте математики с ВЦ Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Южном федеральном университете, Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, Казанском федеральном университете, Уфимском университете науки и технологий, Курском государственном университете, Московском педагогическом государственном университете.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что их обоснованность обеспечивается строгими математическими выкладками и доказательствами, опирающимися на современные и классические методы комплексного и вещественного анализа, а также на ранее полученные результаты известных ученых, работающих в соответствующих направлениях математического анализа.

Все результаты диссертации получены лично соискателем.

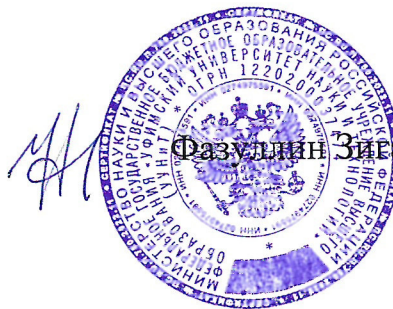
Личный вклад соискателя состоит также в непосредственном участии во всех стадиях научно-исследовательского процесса: от постановки задач, изучения истории вопроса и до подготовки полученных результатов к публикации.

В ходе защиты диссертации критических замечаний высказано не было.

На заседании 02.10.2023 г. диссертационный совет принял решение за исследования законченного характера в теории роста аналитических функций, представимых рядами экспонент, основные выводы которых вносят значительный вклад в современный комплексный анализ, присудить Гайсиной Галие Ахтяровне ученую степень кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 16 человек, из них 8 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 21 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 16, против – 0.

Председатель  
диссертационного совета



Фазуллин Зиганур Юсупович

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Исаев Константин Петрович

02 октября 2023 года