

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор – проректор по научной деятельности Федерального государственного автономного образовательного учреждения «Казанский (Приволжский) федеральный университет», д.ф.-м.н., профессор

Д.А. Тагурский

«06»



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию Гайсиной Галии Ахтяровны
«Ряды экспонент правильного роста вблизи границы.

Приложения», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация Г. А. Гайсиной посвящена классической проблеме изучения связи между ростом суммы ряда экспонент вблизи границы области регулярности и поведением коэффициентов разложения в терминах специальной мажоранты роста, в частности, функции сравнения, соответствующей порядку роста. Исследуемые в диссертации задачи восходят к известным работам Ж. Адамара, Э. Бореля, Дж. Ритта, Д. Пойа, М. Фудзивара, а также Н. В. Говорова, А. Ф. Леонтьева, М. Н. Шереметы и других. В трудах этих ученых в свое время был сформулирован ряд проблем и гипотез, некоторые из которых оставались открытыми; среди них особое место занимают проблемы, связанные с лакунарными степенными рядами и рядами Дирихле. Так, например, до сих пор оставались неизвестными оптимальные условия на показатели ряда Дирихле, сходящегося в полуплоскости, при выполнении которых была бы верна формула для вычисления порядка его суммы. Такого же типа вопрос оставался открытым относительно формулы для порядка по Ритту целого ряда Дирихле.

В начале 1980-х гг. А. Ф. Леонтьевым и Р. С. Юлмухаметовым были получены фундаментальные результаты о разложении аналитических в выпуклой области функций конечного порядка в ряды экспонент с учетом их порядка роста; А. Ф. Леонтьеву удалось это сделать только в случае многоугольника, а Р. С. Юлмухаметову – для произвольной выпуклой области, правда, для порядка, большего единицы. Однако в этих работах не ставился вопрос о существовании какой-либо формулы для порядка даже в случае ограниченной выпуклой области,

так как в рассматриваемой ситуации нет единственности разложения функций в ряд экспонент. Решение обозначенных выше задач, в частности, последней проблемы и представлено в диссертационной работе Г. А. Гайсиной.

Таким образом, тема диссертации, безусловно, является актуальной, а основные результаты работы являются новыми и значимыми для комплексного анализа.

Теперь перейдем к краткому описанию содержания диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 105 страниц, библиографический список содержит 60 наименований.

В главе I результаты Н. В. Говорова – Г. Маклейна – М. Н. Шереметы о формуле для порядка неограниченных аналитических в единичном круге функций, вычисляемого по тейлоровским коэффициентам, перенесены на ряды Дирихле, сходящиеся в полуплоскости. При этом получен критерий справедливости формулы для порядка (все предыдущие авторы устанавливали только различные достаточные условия, при которых верна эта формула, как правило, довольно жесткие).

В главе II получены неулучшаемые двусторонние оценки и формула для порядка в ситуации, когда область существования суммы ряда экспонент – ограниченная выпуклая область с гладкой границей. Данный результат существенно дополняет упомянутые выше исследования А. Ф. Леонтьева и Р. С. Юлмухаметова о представлении аналитических в выпуклой области функций рядами экспонент с учетом порядка. Результаты данной главы, на наш взгляд, являются основными в диссертационной работе в целом.

В главе III доказана точность оценок японского математика С. Танаки для порядка по Ритту целого ряда Дирихле. Отсюда как следствие получен критерий справедливости классической формулы Дж. Ритта. Следует подчеркнуть, что в известных монографиях С. Мандельбройта и А. Ф. Леонтьева, как и в оригинальной теореме самого Дж. Ритта, доказательства этой формулы приведены при довольно жестких условиях на показатели ряда.

В главе IV получены теоремы разложения аналитических в полуплоскости функций в ряды Дирихле с учетом произвольной выпуклой мажоранты роста. Тем самым, в данной главе, получено обобщение результата А. М. Гайсина о разложении в ряды Дирихле в полуплоскости с учетом обычного порядка. Что немаловажно, соискателем разработан метод разложения в ряды Дирихле с учетом выпуклой мажоранты роста, основанный на точных двойственных оценках, вытекающих из преобразований Лежандра.

Подводя итог изложенному, отметим, что полученные в диссертации результаты в целом являются весомым достижением в теории функций, вносят

существенный вклад в комплексный анализ и представляют значительный интерес для специалистов.

Все основные результаты диссертации являются новыми, они снабжены строгими доказательствами. Эти результаты своевременно опубликованы в 20 изданиях, в том числе в пяти статьях в известных журналах, входящих в список рекомендованный ВАК. Основные результаты диссертации докладывались автором на научных семинарах по теории функций в Уфе, а также на целом ряде солидных международных конференций по комплексному анализу: в Уфе (2018 – 2023), на международной конференции «Комплексный анализ и смежные вопросы» (Казань, 2022), а также на конференции «32nd St.Petersburg Summer Meeting in Mathematical Analysis» (Санкт-Петербург, 2023). Автореферат правильно и точно отражает содержание диссертации.

Диссертация является теоретическим исследованием. Развитые в ней методы и полученные результаты могут быть использованы специалистами в области комплексного анализа, работающими в Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В. А. Стеклова, Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, Институте математики с ВЦ УФИЦ РАН, Южном федеральном университете, Казанском федеральном университете, Курском государственном университете, Московском педагогическом государственном университете.

В целом, работа написана аккуратно, структура работы хорошо продумана. Тем не менее, сделаем несколько небольших замечаний и пожеланий по диссертации.

1. На стр. 32–33 работы содержится фраза: «Оказывается, если выполняется условие (0.28) [Левинсона], то в некоторых случаях можно получить ответ на следующий вопрос: при каких требованиях целая функция в разложении (0.27) будет ограничена в полосе... (см. [47])?» Ответ на этот вопрос, полученный соискателем в статье [47], вполне можно было бы включить в диссертацию.

2. Формулировка теоремы 2.2 на стр. 61 слишком лаконична. На наш взгляд, можно было бы сформулировать ее, например, следующим образом:

Существуют последовательность Λ и функция $f \in H(G, \Lambda)$, такие что:

$$1) \frac{\rho_f}{\rho_f + 1} < q_0, \quad 2) \beta = q_0.$$

3. Источники в списке литературы было бы лучше расположить в алфавитном порядке.

4. В работе имеется небольшое число опечаток и неточностей редакционного характера. Например, на стр. 85 вместо «В статье обсуждается следующая задача» должно быть «В диссертации обсуждается следующая задача». На стр. 28 вместо «введенная в §1 введения» лучше написать «определенная в §1 введения».

Все приведенные замечания не существенны и не снижают положительное впечатление о диссертационной работе.

На основе вышеизложенного считаем, что диссертация «Ряды экспонент правильного роста вблизи границы. Приложения» является завершенной научно-исследовательской работой на актуальную тему по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Она удовлетворяет требованиям п. 9 Положения ВАК о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24.09.2013 г. (с последующими изменениями), а ее автор Гайсина Галия Ахтяровна несомненно заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв обсужден и утвержден на совместном заседании кафедры теории функций и приближений и кафедры математического анализа Казанского (Приволжского) федерального университета, протокол № 1 от 4 сентября 2023 г.

Отзыв подготовил:

Доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
теории функций и приближений
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский)
федеральный университет»,
докторская диссертация защищена
по специальности 01.01.01 Математический анализ.

Авхадиев Фарит Габидинович

E-mail: avkhadiev47@mail.ru.

Рабочий телефон: +7 (843) 292-72-79.

Даю согласие на обработку персональных данных.

Адрес организации: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18.

Тел.: + 7 (843) 233-71-09.

E-mail: public.mail@kpfu.ru.

