

Отзыв
официального оппонента на диссертационную работу
Иванова Павла Александровича
"Операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля
в пространствах голоморфных функций
многих комплексных переменных",
представленную на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук
по научной специальности

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

В диссертационной работе П.А. Иванова изучаются операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля в пространствах голоморфных функций многих комплексных переменных. В случае одной переменной оператор обратного сдвига $D_0(f)(t) = \frac{f(t)-f(0)}{t}$ в различных пространствах голоморфных функций исследован достаточно подробно. Одна из ключевых задач здесь – получить условия цикличности функции f относительно оператора D_0 в соответствующем пространстве. К ней непосредственное отношение имеют проблемы описания коммутанта D_0 в алгебре всех линейных непрерывных операторов, действующих в этом пространстве, и замкнутых инвариантных подпространств D_0 . Как показано ранее О.А. Ивановой и С.Н. Мелиховым, со сверточным представлением операторов из этого коммутанта непосредственно связано умножение в сопряженном пространстве, часто реализуемое как произведение Дюамеля. Оно применяется при решении дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, в операционном и операторном исчислении, в спектральной теории операторов. В последние десятилетия интенсивно исследуются алгебры голоморфных функций, умножением в которых является произведение Дюамеля. Оператору обратного сдвига и произведению Дюамеля посвящено достаточно много работ отечественных и зарубежных математиков. Для случая многих переменных, который исследуется в данной диссертации, работ в этом направлении значительно меньше, что связано, по-видимому, с естественно возникающими серьезными трудностями. Отмеченное позволяет утверждать, что тематика настоящей работы является актуальной.

Приведу некоторые основные результаты, полученные в диссертации. Она состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. В первой главе описывается коммутант системы D_0 операторов частного обратного сдвига в пространстве $H(\Omega)$ всех функций, голоморфных в полицилиндрической области Ω в $\mathbb{C}^N$, содержащей точку 0 (теорема 1.2.1). Установлены критерий обратимости операторов из этого коммутанта (теорема 1.2.2) и критерий цикличности функции из $H(\Omega)$ относительно системы D_0 в пространстве $H(\Omega)$ (теорема 1.2.3). Исследовано умножение $\otimes$ в топологическом сопряженном $H(\Omega)'$ к $H(\Omega)$, задаваемое по правилу свертки с помощью сдвигов, ассоциированных с системой D_0 . Получены изоморфные реализации алгебры $(H(\Omega)', \otimes)$ с помощью преобразований Коши и Лапласа.

Во второй главе изучена система D_0 операторов обратного сдвига, действующих в весовом (LB)–пространстве $E(V)$ целых в $\mathbb{C}^N$ функций. Описан коммутант $\mathcal{K}(D_0)$ системы D_0 в алгебре всех линейных непрерывных операторов в $E(V)$ (теорема 2.2.1). В топологическом сопряженном $E(V)'$ определено умножение $\otimes$, связанное со сверточным представлением операторов из коммутанта. Введен и изучен класс полизвездных относительно точки 0 областей в $\mathbb{C}^N$; он содержит все произведения областей в $\mathbb{C}$, звездных относительно точки 0, полные области Рейнхарта с центром в нуле. Для области Ω из этого класса в $H(\Omega)$ определено произведение Дюамеля. Показано (теорема 2.3.2), что для выпуклой полизвездной относительно точки 0 области Ω отображение, сопряженное к преобразованию Лапласа, является изоморфизмом алгебры $(E'_\Omega, \otimes)$ на алгебру $(H(\Omega), *)$ (здесь E_Ω — весовое (LB)–пространство целых функций экспоненциального типа в $\mathbb{C}^N$, являющихся преобразованиями Лапласа функционалов из $H(\Omega)'$). Произведение Дюамеля в $H(\Omega)$ исследовано и без предположения о выпуклости Ω . Показано (теорема 2.5.2), что коммутант $\mathcal{K}(\mathcal{J})$ системы $\mathcal{J}$ операторов частного интегрирования в $H(\Omega)$ состоит (в точности) из операторов Дюамеля $S_g(f) = f * g$, $g \in H(\Omega)$, а алгебра $(H(\Omega), *)$ изоморфна алгебре $\mathcal{K}(\mathcal{J})$. Доказан критерий обратимости элемента g в $(H(\Omega), *)$ и оператора S_g в $H(\Omega)$ (теорема 2.5.4). Из него следует, что алгебра $(H(\Omega), *)$ локальна.

В третьей главе решена проблема деления на многочлен с разделяющимися переменными в сопряженном пространстве $E(V)'$. Получены интересные приложения к задаче Коши для уравнения в частных производных конечного порядка с постоянными коэффициентами в пространстве $H(\Omega)$ и в пространствах бесконечно дифференцируемых и ультрадифференцируемых функций в выпуклой полицилиндрической области в $\mathbb{R}^N$, а также к задаче Коши для уравнения с производными Гельфонда–Леонтьева в пространстве всех целых в $\mathbb{C}^N$ функций. Существенную роль при этом играет умножение $\otimes$ в $E(V)'$.

Все основные результаты в диссертации П.А. Иванова новые, они получены лично соискателем, строго доказаны и представляют несомненный научный интерес. Автор преодолел значительные трудности, связанные со спецификой случая многих переменных. Приведенные результаты содержатся в 5 статьях, 4 из них опубликованы в журналах, входящих в международные базы данных Web of Sciences и/или Scopus, 1 — в журнале из перечня ВАК.

Работа прошла весомую апробацию на международных конференциях и научных семинарах. Автореферат полно и точно отражает содержание диссертации.

Изложена работа четко и ясно. Количество опечаток сведено к минимуму. В качестве замечаний укажу следующее.

- 1) В равенстве (ii) в лемме 1.1.3 для оператора T_z и в равенстве в лемме 2.5.1 для произведения Дюамеля $f * g$ желательно было бы в качестве примера в еще негромоздком случае $N = 2$ выписать все слагаемые.
 - 2) В главе 3 целесообразно было бы отметить, что $N \geq 2$.
- Эти замечания не снижают общей высокой оценки научного уровня диссертации.

Считаю, что диссертационная работа "Операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля в пространствах голоморфных функций многих комплексных переменных" удовлетворяет п. 9–11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года № 842 "О порядке присуждения ученых степеней", а ее автор, Иванов Павел Александрович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
научный сотрудник отдела теории функций
и функционального анализа

Института математики с вычислительным центром –
обособленного структурного подразделения
Федерального государственного бюджетного научного учреждения
Уфимского федерального исследовательского центра
Российской академии наук

Напалков Валерий Валентинович
19.11.2025

Напалков

Даю согласие на обработку персональных данных
Докторская диссертация защищена по специальности
01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Адрес основного места работы:

450077, г. Уфа, ул. Чернышевского, дом 112,

Институт математики с вычислительным центром –
обособленное структурное подразделение

Федерального государственного бюджетного научного учреждения
Уфимского федерального исследовательского центра
Российской академии наук.

Рабочий телефон: +73472725936

E-mail: vnar@mail.ru

*Подпись В.В. Напалкова завершено,
Ученый секретарь ИМВЦ УФИЦ РАН
В.Ф. Виноградов*

