

ОТЗЫВ
официального оппонента
на диссертацию Иванова Павла Александровича
«Операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля в пространствах
голоморфных функций многих комплексных переменных»,

представленной к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы. Диссертационная работа П.А. Иванова посвящена исследованию свойств системы операторов обратного сдвига \mathcal{D}_0 в пространствах $H(\Omega)$ голоморфных функций в области и в весовых пространствах $E(V)$ целых функций в условиях многих комплексных переменных. Ключевые направления проведенного исследования: описание коммутанта системы \mathcal{D}_0 , описание циклических элементов системы \mathcal{D}_0 , исследование алгебраических свойств сильного сопряженного пространства по отношению к операции умножения \otimes типа свертки Дюамеля $*$ и др. Для одной комплексной переменной такие исследования проводились ранее неоднократно. Получены глубокие результаты и их следствия в операторном исчислении, в спектральной теории операторов, в теории дифференциальных уравнений и др. В условиях многих переменных известных результатов значительно меньше и все они связаны с исследованием свертки Дюамеля в ситуации когда Ω – полидиск. Таким образом, актуальность работы П.А. Иванова подчеркивается общностью рассматриваемых в ней задач и глубокими связями полученных результатов с многочисленными исследованиями известных математиков, работающих в самых разных областях теории функций и функционального анализа.

Научная новизна. Современные исследования операторов обратного сдвига фокусируются на описании их коммутантов и на описании алгебр, возникающих при введении в сопряженном пространстве операции умножения \otimes типа свертки Дюамеля, а также на приложениях к решению дифференциальных и интегральных уравнений в частных производных. В представленной диссертации получен ряд новых глубоких результатов в данном направлении.

Для случая $\Omega := \Omega_1 \times \dots \times \Omega_N$ – полицилиндрическая область в \mathbb{C}^N , Ω_j – односвязные области в \mathbb{C} , включающие нуль, в представленной работе решены следующие задачи:

- описан коммутант системы операторов \mathcal{D}_0 в алгебре $\mathcal{H}(\Omega)$ всех линейных непрерывных эндоморфизмов пространства $H(\Omega)$; получен критерий обратимости операторов из коммутанта; исследованы циклические элементы системы операторов \mathcal{D}_0 ;
- определено и исследовано умножение \otimes типа свертки Дюамеля в топологическом сопряженном пространстве $H(\Omega)'$; описаны реализации алгебры $(H(\Omega)', \otimes)$ в терминах преобразования Коши и преобразования Лапласа.

Для случая Ω – полизвездная область Рунге в \mathbb{C}^N решены следующие задачи:

- исследован коммутант системы операторов частного интегрирования в алгебре $\mathcal{H}(\Omega)$ линейных непрерывных эндоморфизмов пространства $H(\Omega)$;
- доказаны критерий обратимости элемента в алгебре $(H(\Omega), *)$ и критерий обратимости оператора Дюамеля в пространстве $H(\Omega)$; показано, что алгебра $(H(\Omega), *)$ является локальной.

В случае весового (LF) -пространства $E(V)$:

– описаны коммутанты системы операторов \mathcal{D}_0 ; исследована операция умножения \otimes в топологическом сопряженном пространстве $E(V)'$;

– доказана однозначная разрешимость задачи деления на многочлен с разделяющимися переменными в сопряженном пространстве $E(V)'$; решение этой задачи представлено в виде некоторого обобщения произведения Дюамеля.

Общие результаты диссертационного исследования применены автором к задаче Коши для уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами:

- в пространствах голоморфных функций в выпуклых полизвездных областях в \mathbb{C}^N ;
- в пространствах бесконечно дифференцируемых и ультрадифференцируемых функций в выпуклых полицилиндрических областях в \mathbb{R}^N ;
- а также в пространстве \mathbb{C}^N -целых функций (для уравнений с производными Гельфонда-Леонтьева).

Практическая значимость результатов работы. Все полученные результаты в диссертации П.А. Иванова имеют высокую практическую значимость. Так, общие исследования алгебраических свойств сильных сопряженных пространств $H(\Omega)'$ и $E(V)'$ несомненно найдут в будущем свое применение и продолжение в общих и специальных исследованиях операторов обратного сдвига, действующих в других локально-выпуклых пространствах. Найдут они приложение и в исследованиях операторов обратного сдвига иной, возможно, более общей природы.

Конкретные результаты диссертационного исследования (например, результаты по задаче Коши для уравнений в частных производных) будут очень полезны в теории линейных систем (например, в теории колебаний и переходных процессов, в теории автоматического управления, в математической физике и др.) для расчета реакции линейной системы на произвольное воздействие, если известна импульсная функция отклика.

Завершенность результатов и апробация работы. Все исследования диссертации носят полный и законченный характер, результаты строго обоснованы. Их достоверность подтверждается доказательствами, проведенными на общепринятом уровне математической строгости, и совпадением с ранее известными для более простых ситуаций. Они прошли весомую апробацию – доложены на четырех авторитетных научных конференциях и опубликованы в пяти статьях в журналах из списка ВАК РФ, четыре из которых входят в базу данных Scopus, а две – в базу данных Web of Science.

Окончательные формулировки и доказательства результатов в совместных работах принадлежат соискателю.

Автореферат достаточно полно и правильно отражает содержание диссертации.

Замечания к диссертационной работе. В целом диссертация написана достаточно ясно, логически связно и математически грамотно. Количество опечаток и стилистических неточностей очень мало. Серьезных недостатков в работе нет. В качестве несущественных недостатков отмечу следующие.

1. Трудно понять определение орта $e^{(j)}$ на странице 21. По-видимому речь идет об ортах $e^{(j)} := (\delta_{j1}, \dots, \delta_{jN})$ в комплексном N -мерном пространстве \mathbb{C}^N , где δ_{jk} – символ Кронекера. Однако определения символа δ_{jk} в работе нет и далее по тексту он не используется. У читателя возникает неуверенность в правильном понимании символов.

2. Описания топологических сопряженных пространств (например, в терминах преобразования Коши или в терминах преобразования Лапласа) иногда называют их «реализациями», но чаще используется термин «интерпретация» (стр. 43).

3. Термин «оператор Дюамеля» используется в диссертационной работе без определения (стр. 60).

4. Ключевую для всей диссертационной работы бинарную операцию умножения \otimes следовало бы назвать отдельным термином, например, «умножением типа Дюамеля» или «сверткой типа Дюамеля».

Заключение. Отмеченные недостатки не влияют на высокую оценку диссертации. Считаю, что работа П.А. Иванова «Операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля в пространствах голоморфных функций многих комплексных переменных» является законченной научно-квалификационной работой и соответствует всем требованиям п. 9–11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», а ее автор – Иванов Павел Александрович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры математики, информатики,
естественнонаучных и общетехнических дисциплин
филиала ФГБОУ ВО «Кубанский государственный
университет» в г. Славянске-на-Кубани
Шишкин Андрей Борисович

13 ноября 2025 г.

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:
1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Контактные данные:

Тел.: 8(989)760-13-84; e-mail: shishkin-home@mail.ru

Адрес места работы: 353560, Краснодарский край, г. Славянск-на-Кубани,
ул. Кубанская, 200, Филиал ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»
в г. Славянске-на-Кубани; Тел.: +7(86146)430-42; e-mail: slav@kubsu.ru

