

УТВЕРЖДАЮ  
Первый проректор  
Южного федерального университета  
доктор химических наук

А.В. Метелица  
«03» *Метелица* 2025 г.



**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**  
**федерального государственного автономного образовательного**  
**учреждения высшего образования**  
**«Южный федеральный университет»**

Диссертация «Операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля в пространствах голоморфных функций многих комплексных переменных» выполнена на кафедре алгебры и дискретной математики Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет».

В период подготовки диссертации и по настоящее время соискатель Иванов Павел Александрович является аспирантом очной формы обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет» по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика.

В 2010 г. окончил ФГАОУ ВПО «Южный федеральный университет» по специальности Математика с присуждением квалификации Математик.

Удостоверение со сведениями о сданных кандидатских экзаменах выдано в 2020 г. ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет».

Научный руководитель — Мелихов Сергей Николаевич, доктор физико-математических наук, доцент, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет», Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича, профессор кафедры алгебры и дискретной математики.

Тема работы утверждена Ученым советом Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета (приказ от № 18105-к от 29.12.2020 г.). Изменения в тему работы внесены решением Ученого совета Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета (приказ № 4751-к от 31.03.2025 г.) в связи с более широким спектром

полученных за период обучения результатов.

**По итогам обсуждения принято следующее заключение.**

Диссертация Иванова П.А. «Операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля в пространствах голоморфных функций многих комплексных переменных» представляет собой законченную научную работу, выполненную на актуальную тему. Операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля в пространствах функций одной и многих комплексных переменных играют важную роль в комплексном и функциональном анализе. Они применяются в теории дифференциальных уравнений, в операционном и операторном исчислениях, в спектральной теории, в теории уравнений в частных производных.

**Достоверность** результатов, полученных в диссертационном исследовании, подтверждается применением апробированных методов комплексного и функционального анализа, математической строгостью доказательств и совпадением результатов с ранее известными в одномерной ситуации.

**Научная новизна** работы заключается в следующих моментах:

1. Ранее законченные результаты об описании коммутанта, циклических векторов оператора обратного сдвига в пространствах голоморфных функций, об интегральном представлении и обратимости операторов из коммутанта были получены только для функций одной переменной. В диссертации подробно исследован соответствующий многомерный случай.

2. Произведение Дюамеля в пространствах всех голоморфных в области функций и в весовых пространствах целых функций было изучено только в одномерной ситуации. В работе введена свертка линейных непрерывных функционалов на пространствах голоморфных функций многих комплексных переменных, частным случаем которой при реализации посредством преобразований Лапласа или Фурье–Лапласа является произведение Дюамеля функций нескольких переменных.

3. В диссертации разработан метод, позволяющий использовать указанную свертку при решении задач Коши для уравнений в частных производных или в обобщенных производных.

Новизна подтверждается основными положениями, выносимыми на защиту:

1. Описан коммутант системы  $\mathcal{D}_0$  операторов частного обратного сдвига в алгебре всех линейных непрерывных операторов в пространстве  $H(\Omega)$  всех функций, голоморфных в полицилиндрической области  $\Omega$  в  $\mathbb{C}^N$ , содержащей точку 0; получено интегральное представление и доказан критерий обратимости операторов из этого коммутанта.

2. Установлен критерий цикличности относительно системы  $\mathcal{D}_0$  в  $H(\Omega)$  функций с разделяющимися переменными, голоморфной в  $\Omega$ .

3. Исследовано умножение  $\circledast$  в топологическом сопряженном  $H(\Omega)'$ , за-

даваемое по правилу свертки с помощью сдвигов, ассоциированных с системой  $\mathcal{D}_0$ . Получены реализации алгебры  $(H(\Omega)', \otimes)$  в виде пространства ростков голоморфных функций с операцией поточечного умножения и пространства целых функций экспоненциального типа с многомерным произведением Дюамеля.

4. Описан коммутант системы  $\mathcal{D}_0$  в весовом (LF)-пространстве  $E(V)$  целых в  $\mathbb{C}^N$  функций и изучено умножение  $\otimes$  в топологическом сопряженном  $E(V)'$  к  $E(V)$ .

5. Введен и изучен класс областей в  $\mathbb{C}^N$ , полизвездных относительно точки 0. Для выпуклой полизвездной относительно точки 0 области получена реализация  $\otimes$  в  $H(\Omega)$  в виде многомерного произведения Дюамеля.

6. Для полизвездной относительно точки 0 области  $\Omega$  получено представление в виде произведения Дюамеля операторов из коммутанта системы операторов частного интегрирования в алгебре всех линейных непрерывных операторов в  $H(\Omega)$ .

7. Доказаны критерии обратимости элемента в алгебре  $H(\Omega)$  с произведением Дюамеля и оператора Дюамеля в  $H(\Omega)$ . Показано, что алгебра  $(H(\Omega), *)$  локальна.

8. Доказаны однозначная разрешимость задачи деления на многочлен с разделяющимися переменными в сопряженном  $E(V)'$  и представление ее решения, удовлетворяющего нулевым условиям, в виде обобщенного произведения Дюамеля в  $E(V)'$ .

9. Получены применения проблемы деления к задаче Коши для уравнения в частных производных конечного порядка с постоянными коэффициентами в пространстве  $H(\Omega)$  для выпуклой полицилиндрической относительно точки 0 области  $\Omega$  и в пространствах бесконечно дифференцируемых и ультрадифференцируемых функций в выпуклой полизвездной относительно точки 0 области в  $\mathbb{R}^N$ , а также к задаче Коши для уравнения с производными Гельфонда–Леонтьева в  $H(\mathbb{C}^N)$ .

**Апробация работы.** Результаты настоящего исследования были представлены на следующих научных конференциях и семинарах:

1. International Scientific Conference «Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis (OTHA–2017)», 23–28 апреля 2017, г. Ростов–на–Дону.

2. International Scientific Conference «Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis (OTHA–2018)», 22–27 апреля 2018, г. Ростов–на–Дону.

3. Международная научная конференция «Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования, XVI. Теория операторов и дифференциальные уравнения», 20–25 сентября 2021, РСО–А, г. Владикавказ.

4. Международная научная конференция «Уфимская осенняя математическая школа», 28 сентября–1 октября 2022, г. Уфа.
5. Международная научная конференция «Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования, XVII: Теория операторов и дифференциальные уравнения», 29 июня–5 июля 2023, РСО–А, г. Дзинага.
6. Семинар «Комплексный и гармонический анализ» ИМВЦ УФИЦ РАН 20 июня 2025 г. (руководитель — Мусин И.Х.), г. Уфа.

**Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем.** Основные результаты диссертационного исследования изложены в 9 научных публикациях. Статьи [1], [4] опубликованы в журналах, входящих в международную базу данных Scopus; [3], [5] — в базы данных Web of Science и Scopus; статья [2] — в издании, входящем в Перечень ВАК и RSCI. Работы [6–9] опубликованы в материалах конференций. Общий объём публикаций составил 4,4 п.л.

**Список работ соискателя, опубликованных по теме диссертации.**

Статьи в научных изданиях, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК, Scopus, Web of Science, RSCI.

1. Ivanov, P. A. Pommiez Operator in Spaces of Analytic Functions of Several Complex Variables / P. A. Ivanov, S. N. Melikhov // J. of Math. Sciences. — 2021. — Vol.252, № 3. P. 345—359.
2. Иванов, П. А. Произведение Дюамеля в пространствах целых функций экспоненциального типа / П. А. Иванов // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2022. — № 4–1. С. 95—100.
3. Ivanov, P. A. Many-Dimensional Duhamel Product in the Space of Holomorphic Functions and Backward Shift Operators / P. A. Ivanov, S. N. Melikhov // Math. Notes. — 2023. — Vol. 113, №5. P. 650—662.
4. Ivanov, P. A. Division by a polynomial in spaces of analytic functionals / P. A. Ivanov, S. N. Melikhov // J. of Math. Sciences. — 2024. — Vol. 286. Issue 2. P. 222–237.
5. Ivanov, P. A. On commutant of system of integration operators in multi-dimensional domains / P. A. Ivanov, S. N. Melikhov // Ufa Mathematical Journal. — 2025. — Vol. 17. Issue 2. P. 27–36.

**Публикации в сборниках трудов конференций.**

6. Иванов, П. А. О динамике многомерного оператора Поммье / П. А. Иванов // В книге: Математический анализ и математическое моделирование. Тезисы докладов XIV Владикавказской молодежной математической школы. Владикавказ. — 2018. С. 25—26.

7. Иванов, П. А. О многомерном операторе обратного сдвига в пространствах голоморфных функций / П. А. Иванов // В книге: Сборник трудов. Тезисы докладов Международной конференции по алгебре, анализу и геометрии. — 2021. С. 216—218.
8. Иванов, П. А. Операторы обратного сдвига в полицилиндрических областях / П. А. Иванов // В книге: Тезисы докладов XVI международной научной конференции “Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования. Теория операторов и дифференциальные уравнения. Владикавказ. — 2021. С. 33—34.
9. Иванов, П. А. Произведение Дюамеля в пространствах целых функций экспоненциального типа / П. А. Иванов // В книге: Материалы международной научной конференции. Том 1. Тезисы докладов Уфимской осенней математической школы 2022. Уфа. — 2021. С. 103—105.

Диссертационная работа Иванова Павла Александровича «Операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля в пространствах голоморфных функций многих комплексных переменных» соответствует п. 14 Положения о присуждении ученых степеней:

- отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем научной степени работах, в которых изложены основные научные результаты диссертации;
- соискатель ссылается на авторов и источники заимствования.

**Личное участие соискателя в получении результатов.** В совместных работах [1, 3, 4, 5] С.Н. Мелихову принадлежат постановка задач, указание методов исследования. Окончательные формулировки и доказательства результатов этих работ, представленных в диссертации, принадлежат соискателю.

**Теоретическая ценность и практическая значимость.** В диссертации получены результаты теоретического характера. Они могут быть использованы в теории голоморфных функций одного и многих комплексных переменных, операторов свертки в функциональных пространствах, в представлениях функций многомерными рядами экспонент, в спектральной теории в расширенном смысле, при решении дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, в теории операторов, связанных с операторами обратного сдвига и интегрирования.

**Соответствие паспорту научной специальности.** Диссертация соответствует научной специальности 1.1.1. вещественный, комплексный и функциональный анализ и ее паспорту: п. 3 теория функциональных пространств; исследования классов функций, возникающих в математике и ее приложениях; п. 5 комплексный анализ, аналитические функции одного и многих переменных и их свойства, аналитическое продолжение, гранич-

ные свойства аналитических функций; п. 6 различные классы и пространства аналитических функций, представления аналитических функций (ряды, непрерывные дроби, интегральные представления и т.п.); п. 8 краевые задачи для аналитических функций, приложения теории потенциала в комплексном анализе и комплексная теория потенциала, в т.ч. субгармонические и плорисубгармонические функции; п. 9 функциональный анализ, отображения бесконечномерных пространств (функционалы, операторы); п. 11 теория операторов, в т.ч. теория дифференциальных операторов.

Диссертация «Операторы обратного сдвига и произведение Дюамеля в пространствах голоморфных функций многих комплексных переменных» соответствует требованиям п.п. 9–11, 13 и 14 Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. №842 (в действующей редакции) и рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Заключение принято на заседании кафедры алгебры и дискретной математики Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет». Присутствовало на заседании — 20 человек. Участвовало в голосовании — 20 человек. Результаты голосования: «за» — 20 человек, «против» — нет, «воздержалось» — нет, протокол № 11 от 25 августа 2025 г.



Штейнберг Борис Яковлевич,  
доктор технических наук,  
старший научный сотрудник,  
заведующий кафедрой алгебры  
и дискретной математики,  
Институт математики, механики  
и компьютерных наук  
им. И.И. Воровича,  
ФГАОУ ВО «Южный  
федеральный университет»

