

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 99.0.110.02,  
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
БЮДЖЕТНОГО НАУЧНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ УФИМСКОГО  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА РОССИЙСКОЙ  
АКАДЕМИИ НАУК МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ  
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_

решение диссертационного совета от 02 октября 2023 г. №6

О присуждении Кужаеву Арсену Фанилевичу, гражданину РФ, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Представление функций рядами экспоненциальных мономов» по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ принята к защите 26 июня 2023 года (протокол № 4) диссертационным советом 99.0.110.02, созданным на базе федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450054, г. Уфа, пр-кт Октября, 71), федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32), приказ № 521/нк от 24.03.2023 г.

Соискатель, Кужаев Арсен Фанилевич, 10 января 1994 года рождения. В 2018 году окончил Федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный университет» по направлению подготовки 01.04.01 Математика с присвоением квалификации «Магистр». В 2022 г. окончил аспирантуру по очной форме обучения Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Башкирский государственный университет» по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика с присвоением квалификации «Исследователь. Преподаватель-исследователь».

Работает в должности старшего преподавателя кафедры математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Диссертация выполнена на кафедре математического анализа факультета математики и информационных технологий Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель — доктор физико-математических наук, доцент, Кривошеева Олеся Александровна, профессор кафедры математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий».

Официальные оппоненты:

1. Брайчев Георгий Генрихович, доктор физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), доцент, профессор кафедры математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский педагогический государственный университет»;

2. Шерстюков Владимир Борисович, доктор физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), профессор кафедры математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

дали положительные отзывы на диссертацию.

3. Ведущая организация Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет», г. Ростов-на-Дону, в своем положительном отзыве, подписанном Мелиховым Сергеем Николаевичем – доктором физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), доцентом, профессором кафедры алгебры и дискретной математики, утвержденном проректором по научной и исследовательской деятельности, доктором химических наук Метелицей Анатолием Викторовичем, указала, что диссертация представляет собой цельную и завершенную научно-квалификационную работу на актуальную тему. Все основные результаты диссертации являются новыми и снабжены строгими и подробными доказательствами, при проведении которых применяется и развивается тонкая техника. Результаты, полученные Кужаевым А.Ф., носят теоретический характер и могут найти применения в теории целых функций, при исследовании операторов свертки, полных систем, базисов и абсолютно представляющих систем, в анализе Фурье, гармоническом анализе, при исследовании интерполяционных задач. Диссертация соответствует требованиям п. 9-11, 13, 14 Положения ВАК о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 года (с последующими изменениями).

Соискателем опубликовано 20 научных работ, из которых 9 научных статей. Из 9-ти научных статей 2 в рецензируемых научных журналах, рекомендованных перечнем ВАК РФ при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации, 5 включены международные базы данных RSCI, Web of Science, Scopus (из них 3 по теме диссертации) и 2 в других изданиях.

Общий объем публикаций по теме диссертации 4,25 пл., авторский вклад – 2,6 п.л. В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах.

Наиболее значимые научные работы по теме диссертации:

1) Krivosheev A.S., Krivosheeva O.A., Kuzhaev A.F. The Representation by Series of Exponential Monomials of Functions From Weight Subspaces on a Line/A.S. Krivosheev, O.A. Krivosheeva, A.F. Kuzhaev//Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2021. — V. 42. — № 6. — P. 1183–1200.

DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080221060159>

2) Krivosheev A.S., Krivosheeva O.A., Kuzhaev A.F. A Completeness of a System of Exponential Monomials With Positive Exponents/A.S. Krivosheev, O.A. Krivosheeva, A.F. Kuzhaev//Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2022. — V. 43. — № 9. — P. 1297–1305.

DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080222090141>

3) Kuzhaev A.F., Krivosheeva O.A. On the Representation by Series of Exponential Monomials with Almost Real Exponents/A.F. Kuzhaev, O.A. Krivosheeva//Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2023. — V. 44. — № 5. — P. 1892-1907.

DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080223050384>

На диссертацию поступили отзывы:

1. Ведущей организации ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет». Отзыв положительный. Имеется замечание: в конце

содержательной части работы (в заключении) не хватает описания перспективных направлений для дальнейших исследований по тематике диссертации.

2. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, доцента, профессора кафедры математического анализа ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» Брайчева Георгия Генриховича. Отзыв положительный. Имеются замечания: 1) Стр. 28, 9 строка снизу и стр. 80, 7 строка снизу. Вместо  $t < 0$  должно быть  $t < t_0$ , где  $t_0$  - некоторое отрицательное число. 2) Стр. 33, 11-ая строка сверху. В формуле отсутствует знак логарифма. 3) Стр. 43, 4, строка снизу. Не может супремум положительной величины быть равным нулю. 4) В конце содержательной части работы (в заключении) не хватает описания перспективных направлений для дальнейших исследований по тематике диссертации.

3. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора кафедры математического анализа ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Шерстюкова Владимира Борисовича. Отзыв положительный. Имеются замечания: 1) На стр. 5 (13-я строка снизу) должно быть  $f \in \bar{V}$ . На стр. 6 (10-я строка снизу) лучше вместо «ряда Дирихле» написать «ряда экспонент», поскольку  $\lambda_k \in \mathbb{C}$ . На стр. 15 в самом начале формулы (0.6) пропущен логарифм (та же опечатка на стр. 33 в формуле (1.1.3)). Как связана с формулой (0.6) следующая за ней выключенная формула? На стр. 18 (или на стр. 42) полезно дать примеры функций из класса  $\Omega_\rho$ . Между формулами (0.7) и (0.8) ((1.3.1) и (1.3.2)) надо написать  $\Omega_\rho$  вместо  $\Omega_{\Lambda, \rho}$ . В формулировке леммы 1.3.1 словосочетание «функция  $h_{\omega, \rho}$ , не обращающаяся в нуль в  $\mathbb{C}$ » воспринимается двусмысленно; более того, оно лишнее, ибо из (0.10) следует, что  $h_{\omega, \rho}$  отлична от тождественного нуля. 2) На стр. 19 смущают различия в обозначениях норм

$\|\cdot\|_{p,\mathbb{R}}^\omega$  и  $\|\cdot\|_C^\omega$  для близких ситуаций (либо убрать  $\mathbb{R}$  из первого обозначения, либо добавить во второе). На стр. 20 (в формулировке леммы 2.1.2) не указано, на каком множестве  $\omega(t)$  является непрерывной выпуклой функцией. На стр. 23 в первой выключенной формуле должен стоять обычный предел вместо верхнего. Чуть ниже лучше написать «...для некоторого  $c > 0...$ ». 3) В начале главы I, §1.1 (стр. 31) текстуальный повтор части введения с повтором опечаток. Вопрос к примеру на стр. 35: чему равна величина  $S_\Delta$  в этом примере? На стр. 36 (правая часть формулы (1.17)) должно быть  $k \rightarrow \infty$  вместо  $|z| \rightarrow \infty$ . На стр. 43 (2-я строка сверху) пропущены индексы у функции  $h(z)$ , а в формуле на 4-ой строке снизу присутствует странный фрагмент  $\frac{2}{(yt^{-1}-1)^2} = 0$ . 4) На стр. 49 (8 и 9-я строки сверху) для функции  $g \in C(\mathbb{R})$  без каких-либо дополнительных предположений сделан вывод, что  $\sup_{t \in \mathbb{R}} |g(t)| < +\infty$ . 5) Стр. 56 (8 и 10-я строки снизу). Почему бы вместо  $\sup_{t>0} \frac{\ln t}{t} \leq 1$  не написать явно  $\sup_{t>0} \frac{\ln t}{t} = \frac{1}{e}$ , а в формуле ниже мажоранту  $e^{|\lambda_k|}$  не заменить гораздо более точной  $e^{-|\lambda_k|}$ ? На стр. 58 (после «Поэтому из предыдущего получаем» в аргументе логарифма по ходу выкладки исчезло  $\pi$ ). 6) Завершение доказательства теоремы 2.2.1 неубедительно – нужно правильно обосновать, что  $H_{\omega,k,j} \in L_q^\omega$ . Наконец, из представленного на стр. 78 очень короткого доказательства от противного леммы 3.4.1 не совсем ясно, из-за чего возникает противоречие.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их высокой профессиональной квалификацией, наличием публикаций по проблематике, связанной с темой диссертации, компетенцией в вопросах, имеющих отношение к теме работы. Ведущая организация и оппоненты не имеют совместных проектов и публикаций с соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

- получены достаточные условия, при которых функции из весовых пространств  $L_p^\omega$  и  $C^\omega$  на вещественной прямой допускают продолжение до целых функций, представимых рядом экспоненциальных мономов с положительными показателями, эти условия сформулированы в терминах характеристик последовательности показателей экспоненциальных мономов;

- исследован характер сходимости данных рядов;

- получены условия на весовую функцию, при которых в указанных пространствах справедливо утверждение о возможности аналитического продолжения каждой функции до целой функции, которую можно разложить в ряд экспоненциальных мономов;

- построена система биортогональных функционалов к системе экспоненциальных мономов с почти вещественными показателями, с помощью которой получены формулы для коэффициентов ряда экспоненциальных мономов;

- получены достаточные условия полноты (неполноты) системы экспоненциальных мономов в указанных функциональных пространствах.

Практическая значимость полученных соискателем результатов исследования заключается в том, что они могут быть полезны не только в теории целых функций, но и при решении проблем спектрального анализа-синтеза в пространствах аналитических функций, а также при исследовании интерполяционных задач.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что результаты получены с применением как современных (например, использование индекса конденсации  $S_\Delta$  А.С. Кривошеева), так и классических (например, построение биортогональной системы функционалов для получения формул коэффициентов ряда экспоненциальных мономов) методов анализа и теории функций.

Личный вклад соискателя состоит в непосредственном участии во всех стадиях научно-исследовательского процесса: от постановки задачи и до

подготовки публикаций. Все выводы основаны на данных, полученных автором.

В ходе защиты диссертации были высказаны следующие критические замечания:

1. В заключении диссертации можно было бы добавить описание перспектив дальнейших исследований по тематике диссертации.

2. Диссертанту следовало бы более внимательно отнестись к оформлению рукописи диссертации, так как в работе имеются опечатки, затрудняющие чтение текста.

Соискатель Кужаев А.Ф. согласился с высказанными замечаниями.

На заседании 02.10.2023 г. диссертационный совет принял решение: за решение задачи представления функций из весовых подпространств  $L_p^\omega$  и  $C^\omega$  рядами экспоненциальных мономов, имеющей значение для развития соответствующей отрасли знаний, присудить Кужаеву Арсену Фанилевичу ученую степень кандидата физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 16 человек, из них 8 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 21 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 16, против – 0.

Председатель  
диссертационного совета



Фазулий Зиганур Юсупович

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Исаев Константин Петрович



02 октября 2023 г.