

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе
ФГБОУ ВО

«Уфимский университет науки и технологий»

д. ф.-м. наук, профессор

С.А. Мустафина

«22»

20



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий»

Диссертация Кужаева А.Ф. «Представление функций рядами экспоненциальных мономов» выполнена на кафедре математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий».

В период подготовки диссертации соискатель Кужаев Арсен Фанилевич, обучался в аспирантуре по очной форме обучения Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Башкирский государственный университет», работал и по настоящее время работает в должности ассистента кафедры математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий».

В 2018 году окончил с отличием Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный университет» по направлению подготовки 01.04.01 Математика с присвоением квалификации Магистр.

В 2022 году окончил аспирантуру по очной форме обучения Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Башкирский государственный университет» по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, направленности Вещественный, комплексный и функциональный анализ, по научной специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диплом об окончании аспирантуры выдан Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Башкирский государственный университет» в 2022 году, **справка** об обучении со сведениями о сданных кандидатских экзаменах выдана Федеральным государственным бюджетным образовательным

учреждением высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» в 2023 году.

Научный руководитель – Кривошеева Олеся Александровна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий».

По итогам обсуждения принято следующее заключение.

Диссертационная работа Кужаева Арсена Фанилевича «Представление функций рядами экспоненциальных мономов» посвящена решению классической задачи теории функций – задачи представления функций из весовых пространств в виде ряда экспоненциальных мономов, частными случаями которых являются ряды Дирихле и степенные ряды.

Тема диссертации непосредственно связана с научно-исследовательской темой «Аппроксимативные свойства различных систем функций в локально выпуклых и гильбертовых функциональных пространствах» кафедры математического анализа ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» и соответствует паспорту научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ, а именно: пункту 4 – «Теория приближения функций»; пункту 5 – «Комплексный анализ, аналитические функции одного и многих комплексных переменных, и их свойства, аналитическое продолжение, граничные свойства аналитических функций».

Исследуемые в диссертационной работе задачи являются классическими и восходят к известным трудам Б. Тейлора, Л. Эйлера, П.Г.Л. Дирихле, Ж. Адамара, Д. Пойа, Б.Я. Левина, А.Ф. Леонтьева и др.

Основные результаты диссертации изложены в трёх главах.

В 1-й главе вводятся в рассмотрение основные характеристики последовательности показателей на систему экспоненциальных мономов (например, верхняя плотность, индекс конденсации А.С. Кривошеева), доказываются леммы о взаимосвязи этих понятий между собой, а также получены оценки на мероморфную функцию специального вида.

Во 2-й главе вводятся весовые пространства комплекснозначных функций на числовой прямой, и основное внимание уделено доказательству существования системы функций с подходящими оценками на рост, которая затем используется для построения системы биортогональных функционалов к системе экспоненциальных мономов.

В 3-й главе доказаны теоремы о возможности аналитического продолжения функций из замыкания системы экспоненциальных мономов в соответствующих пространствах до некоторой целой функции, которая, в свою очередь, допускает представления в виде ряда по этой данной системе.

Рассматриваемый в диссертации круг задач является весьма **актуальным**, поскольку он связан с открытыми классическими проблемами с одной стороны, задачами современной теории аппроксимации в комплексной

плоскости, в частности, представления рядами экспоненциальных мономов – с другой.

Обсуждаемые в диссертации задачи были и остаются объектом исследования многих российских и зарубежных специалистов по теории функций, таких, как Б. Тейлор, Ж. Адамар, П.Г.Л. Дирихле, Д. Пойа, В. Фукс, П. Мальявен, Д.М. Андерсон, К.Г. Бинмор, Э. Зиккос, Б.В. Винницкий, А.В. Шаповаловский, Б.Я. Левин, А.Ф. Леонтьев, А.С. Кривошеев, О.А. Кривошеева, Б.Н. Хабибуллин, В.В. Напалков, Р.С. Юлмухаметов и других.

Все основные результаты диссертации являются новыми, представляют научный интерес и носят законченный характер. Они значительно дополняют исследования предыдущих авторов и вносят существенный вклад в теорию рядов экспоненциальных мономов.

Новизна и значение выводов диссертационной работы заключается в том, что полученные в ней результаты относятся к ситуации почти вещественных показателей системы экспоненциальных мономов, которая ранее никем не рассматривалась. Результаты носят характер достаточных условий на показатели системы экспоненциальных мономов и весовую функцию, при которых функции из весовых пространств на вещественной прямой допускают аналитическое продолжение до целых функций, представимых рядом экспоненциальных мономов с почти вещественными показателями. Кроме того, данный результат обнаруживает тесную связь с вопросом неполноты системы экспоненциальных мономов в соответствующих весовых пространствах (глава 3): получен результат в виде достаточного условия неполноты.

Наиболее значимыми и интересными являются результаты главы 3, где для исследований удалось привлечь и современные методы комплексного анализа и теории функций.

Соискателем опубликовано 9 научных статей, из них 2 входят в перечень ВАК, 5 в международные базы данных (Web of Science, Scopus) и 2 в других изданиях.

Результаты, полученные в диссертации А.Ф. Кужаева, достоверны и строго обоснованы. Они получены соискателем лично и в достаточно полной мере опубликованы в трёх статьях, которые входят в RSCI, а также в международные реферативные базы данных и системы цитирования такие как Web of Science, Scopus.

Основные публикации по теме диссертации

- 1) Krivosheev A.S., Krivosheeva O.A., Kuzhaev A.F. The Representation by Series of Exponential Monomials of Functions From Weight Subspaces on a Line/A.S. Krivosheev, O.A. Krivosheeva, A.F. Kuzhaev//Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2021. — V. 42. — № 6. — P. 1183–1200.
DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080221060159>
- 2) Krivosheev A.S., Krivosheeva O.A., Kuzhaev A.F. A Completeness of a System of Exponential Monomials With Positive Exponents/A.S. Krivosheev,

O.A. Krivosheeva, A.F. Kuzhaev//Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2022. — V. 43. — № 9. — P. 1297–1305.

DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080222090141>

- 3) Kuzhaev A.F., Krivosheeva O.A. On the Representation by Series of Exponential Monomials with Almost Real Exponents/A.F. Kuzhaev, O.A. Krivosheeva//Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2023. — V. 44. — № 5. — P. 1892-1907.

Основные результаты диссертации обсуждались на заседаниях семинаров, перечисленных ниже.

- Постоянно действующий семинар кафедры «Информационные технологии и прикладная математика» Высшей школы информационных и социальных технологий ФБГОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» (рук.: С.Г. Глебов).
- Межвузовский научный семинар «Анализ и его приложения» (рук.: Г.Г. Брайчев, И.В. Тихонов, В.Б. Шерстюков), расширенное заседание, приуроченное к 75-летию профессора кафедры математического анализа ФБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» Г.Г. Брайчева (21-28 марта 2023 года).

Кроме того, основные результаты диссертации неоднократно докладывались на Международных конференциях по комплексному анализу и теории функций в Уфе, Казани, на оз. Банное (Южный Урал).

Текст диссертации представляет собой самостоятельную научно-квалификационную работу, не содержит заимствованного материала без ссылок на автора или источник.

Диссертация «Представление функций рядами экспоненциальных мономов» Кужаева Арсена Фанилевича удовлетворяет п. 9-11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней» и рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Заключение принято на расширенном заседании кафедры математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий».

ПРИСУТСТВОВАЛИ: Фазуллин З.Ю., доктор физ.-мат. наук, заведующий кафедрой математического анализа; Кривошеева О.А., доктор физ.-мат. наук, профессор; Мусин И.Х., доктор физ.-мат. наук, профессор; Ишкин Х.К., доктор физ.-мат. наук, профессор; Гайсин А.М., доктор физ.-мат. наук, профессор; Башмаков Р.А., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Абузярова Н.Ф., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Аиткужина Н.Н., кандидат

физ.-мат. наук, доцент; Ахмерова Э.Ф., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Махота А.А., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Амангильдин Т.Г., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Латыпов Д.Г., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Губайдуллин М.Б., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Кужаев А.Ф. – соискатель, ассистент.

Также приглашенные члены кафедры программирования и экономической информатики: Исаев К.П., доктор физ.-мат. наук, и.о. заведующего кафедрой программирования и экономической информатики; Юлмухаметов Р.С., доктор физ.-мат. наук, профессор.

На заседании присутствовало 16 человек (в том числе 7 докторов наук), с правом голоса 15 человек.

Результаты голосования: «за» – 15 чел., «против» – 0 чел., «воздержалось» – 0 чел. (протокол № 10 от 22.05. 2023г.).

Председательствующий расширенного заседания кафедры математического анализа, доктор физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой математического анализа



З.Ю. Фазуллин

Подпись Фазуллина З.Ю. заверяю:
Ученый секретарь Ученого совета университета
канд. филол. наук, доцент



Н.В. Ефименко