

## Отзыв официального оппонента

на диссертацию Павлова Дмитрия Александровича  
«Приближение гармоническими функциями на множествах в  $\mathbb{R}^n$ », представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 1.1.1 -  
Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация Д.А. Павлова посвящена аппроксимации гармоническими функциями на множествах в пространстве  $\mathbb{R}^n$ . Как показывает развитие гармонического анализа за последние десятилетия, в этой области возможны различные постановки трудных задач. В частности, существенный вклад в такую теорию аппроксимации внесли в последнее время работы П.В. Парамонова, К.Ю. Федоровского, М.Я. Мазалова. Диссертация Д.А. Павлова связана с задачей, исследованной в 2020 году его научным руководителем Н.А. Широковым и Т.А. Алексеевой. Речь идет о конструктивном описании классов функций, аналогичных классам Гёльдера, на подмножествах в  $\mathbb{R}^m$ . При этом оказалось, что приходится применять функции, гармонические в окрестностях исследуемого множества, окрестности стягиваются к этому множеству. Причем приближение заданной на множестве функции тем лучше, чем уже окрестность. Поскольку первоначальные работы Н.А. Широкова и Т.А. Алексеевой относились к трехмерному случаю, а Д.А. Павлов изучил общую ситуацию, считаю его диссертацию актуальной в связи с большим количеством новых публикаций о приближении гармоническими функциями как в России, так и за рубежом.

Основные результаты диссертации опубликованы в 3 статьях без соавторов в журналах уровня Q3-Q4 по версии Scopus и докладывались на международной конференции и научном семинаре в Санкт-Петербурге и Уфе. Уровень публикаций и апробации считаю достаточным.

Диссертация состоит из Введения, трех глав, Заключение и списка литературы. Во Введении описаны история вопроса и краткое содержание диссертации.

В первой главе вводятся основные определения, используемые далее, и доказывается теорема 1 о псевдогармоническом расширении функции, заданной на множестве, на все пространство. В рассматриваемом контексте такой термин ранее был применен Н.А. Широковым и Т.А. Алек-

сеевой в работе 2020 года. Упомянутая выше теорема 1 является центральным результатом 1-й главы. В ней речь идет о построении функции, сохраняющей гладкость во всем пространстве, дважды гладкой вне рассматриваемого множества, с оценками на градиент и на оператор Лапласа при приближении к множеству. Построение довольно сложное, и проверка требуемых свойств продолжения занимают около 15 страниц.

Вторая глава диссертации посвящена конструктивному описанию класса функций, подобного гёльдеровскому, в равномерной метрике приближений.

Основным утверждением здесь, как и в предыдущей главе, является теорема 1 (главы 2). Построение приближающей гармонической функции весьма непростое, при проверке требуемых ее свойств автору приходится преодолевать значительные технические трудности. В конце второй главы сделано важное замечание о справедливости утверждений теоремы 1 для компактов больших коразмерностей.

Третья глава посвящена доказательству теоремы о возможности приближения функции, принадлежащей классу Гёльдера на компактном подмножестве «хорошего компакта», гармоническими функциями, определенными в сужающихся окрестностях компакта. Также доказана соответствующая Обратная теорема. Причем Обратная теорема в случае интегральной метрики доказывается сложнее, чем в равномерном случае.

В Заключение сформулированы основные результаты, полученные в диссертации. Список литературы состоит из 29 наименований, включая 3 работы автора.

Диссертация Д.А. Павлова вносит значительный вклад в гармонический анализ. Все результаты, приведенные в ней, являются новыми и строго доказанными научными фактами. Основные результаты работы своевременно опубликованы в трех статьях автора без соавторов.

Отметим некоторые недостатки работы.

1) Теорема 1 встречается в главах 1 и 2. Было бы лучше их нумеровать последовательно; в главе 3 теорема вообще без номера.

2) Обратная теорема в главе 2 никак не выделена в отличие от главы 3.

3) В Определении «хорошего компакта» ничего не говорится о  $C_1$  и  $C_2$ . А без этой информации теряется смысл Определения.

Эти недостатки относятся к оформлению диссертации и не влияют на хорошее впечатление от работы и ее положительную оценку.



Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

На основании изложенного считаю, что диссертация Павлова Дмитрия Александровича «Приближение гармоническими функциями на множествах в  $\mathbb{R}^n$ » удовлетворяет требованиям п. 9 Положения ВАК о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24.09.2013 (с последующими изменениями), а ее автор безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий кафедрой математического анализа  
Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Петрозаводский государственный университет»  
Старков Виктор Васильевич  
24 января 2024 г.

*В.В. Старков*

Докторская диссертация защищена по специальности  
1.1.1 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ.  
Даю согласие на обработку персональных данных.

Адрес места работы:

185910, Республика Карелия, г. Петрозаводск,  
просп. Ленина, д. 33,

Институт математики и информационных технологий,  
кафедра математического анализа,  
рабочий телефон: (814-2) 71-10-76,  
адрес электронной почты: vstar@petrsu.ru.



Подпись *Сюнёв В.С.* заверяю  
Проректор по НИР  
В.С. Сюнёв  
«25» января 2024