

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 99.0.110.02,
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
БЮДЖЕТНОГО НАУЧНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ УФИМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК

аттестационное дело № _____

решение диссертационного совета от 5 октября 2026 г. № 54

О присуждении Поляковой Дарье Александровне, гражданке Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Операторы и уравнения свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа» по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ принята к защите 26.06.2026 г. (протокол № 50) диссертационным советом 99.0.110.02, созданным на базе Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450054, г. Уфа, Проспект Октября, 71), Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32), созданного приказом № 521/нк от 24.03.2023 г.

Соискатель, Полякова Дарья Александровна, 30.10.1980 года рождения. В 2003 году окончила Ростовский государственный университет с присуждением степени «Магистр математики по направлению «Математика».

Диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 01.01.01 – Математический анализ на тему «Продолжение по Борелю-Уитни ультрадифференцируемых функций нормального типа» защитила в 2005 году в диссертационном совете К 212.208.06, созданном на базе Ростовского государственного университета. Имеет ученое звание доцент.

Работает старшим научным сотрудником отдела математического анализа Южного математического института – филиала Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального научного центра «Владикавказский научный центр Российской академии наук», Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, а также по совместительству ведущим научным сотрудником отдела математических исследований в Региональном научно-образовательном математическом центре «Северо-Кавказский центр математических исследований» Владикавказского научного центра Российской академии наук, Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.

Диссертация выполнена в отделе математического анализа Южного математического института и в отделе математических исследований Регионального научно-образовательного математического центра «Северо-Кавказский центр математических исследований» Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федеральный научный центр «Владикавказский научный центр Российской академии наук», Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.

Официальные оппоненты:

1. Абузярова Наталья Фаирбаховна, доктор физико-математических наук (1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ), доцент, ведущий научный сотрудник отдела теории функций и функционального анализа Института математики с вычислительным центром – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук.

2. Баранов Антон Дмитриевич, доктор физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), профессор РАН, профессор кафедры математического анализа математико-механического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

3. Шерстюков Владимир Борисович, доктор физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), профессор кафедры математического анализа механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

дали положительные отзывы на диссертацию.

4. Ведущая организация Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань, в своем положительном отзыве, подписанном Авхадиевым Фаритом Габидиновичем, доктором физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), заведующим кафедрой теории функций и приближений, указала, что диссертация Поляковой Дарьи Александровны на соискание ученой степени доктора физико-математических наук является завершенной научно-исследовательской работой, которая соответствует требованиям п. 9-11, 13, 14 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 г. (с последующими изменениями), а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

По теме диссертации опубликовано 15 статей в рецензируемых журналах из перечня ВАК, включенных в международные реферативные базы данных и системы цитирования Web of Science и Scopus.

Общий объем публикаций по теме диссертации 15, 25 п.л., авторский вклад – 15 п.л. В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах.

Наиболее значимые работы по теме диссертации:

1. Абанин А.В., Абанина (Полякова) Д.А. Теорема деления в некоторых весовых пространствах целых функций / А.В. Абанин, Д.А. Абанина (Полякова) // Владикавказский математический журнал. – 2010. – Т. 12, № 3. – С. 3-20.

2. Абанина (Полякова) Д.А. Представление решений уравнений свертки в неквазианалитических классах ультрадифференцируемых функций Берлинга нормального типа / Д.А. Абанина (Полякова) // Известия высших учебных заведений. Математика. – 2011. – № 6. – С. 3-11.

3. Абанина (Полякова) Д.А. Разрешимость уравнений свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций Берлинга нормального типа на интервале / Д.А. Абанина (Полякова) // Сибирский математический журнал. – 2012. – Т. 53, № 3. – С. 477-494.

4. Полякова Д.А. О линейном непрерывном правом обратном к оператору свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Полякова // Математические заметки. – 2014. – Т. 96, № 4. – С. 548-566.

5. Полякова Д.А. О решениях уравнений свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Полякова // Алгебра и анализ. – 2014. – Т. 26, № 6. – С. 121-142.

6. Полякова Д.А. О разрешимости неоднородного уравнения Коши-Римана в проективных весовых пространствах / Д.А. Полякова // Сибирский математический журнал. – 2017. – Т. 58, № 1. – С. 185-198.

7. Полякова Д.А. Общее решение однородного уравнения свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Полякова // Алгебра и анализ. – 2019. – Т. 31, № 1. – С. 114-142.

8. Polyakova D.A. On continuous linear right inverse to convolution operator / D.A. Polyakova // Operator Theory and Differential Equations. Trends in Mathematics. Birkhauser, 2021. – P. 163-184.

9. Полякова Д.А. Об образе оператора свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Полякова // Алгебра и анализ. – 2024. – Т. 36, № 2. – С. 108-130.

10. Полякова Д.А. Сюръективность операторов свертки в пространствах Румье ультрадифференцируемых функций и ультрараспределений нормального типа / Д.А. Полякова // Алгебра и анализ. – 2025. – Т. 37, № 6. – С. 158-183.

На диссертацию поступили отзывы:

1. Ведущей организации Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань. Отзыв положительный.

Имеются замечания:

Текст диссертации написан достаточно ясно, каких-либо серьезных замечаний нет. Однако, на наш взгляд, было бы интересно применить результаты диссертации к решению какой-либо конкретной прикладной задачи. Это замечание можно рассматривать как пожелание к дальнейшей научной работе автора. Представляется также интересным разработать методы построения частных решений неоднородных уравнений свертки в пространствах Румье, поскольку методы, реализованные в работе для пространств Берлинга, не применимы для пространств со смешанной топологической структурой.

2. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, доцента, ведущего научного сотрудника отдела теории функций и функционального анализа Института математики с вычислительным центром – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук Абузяровой Натальи Фаирбаховны. Отзыв положительный. В отзыве указаны следующие замечания:

Имеется небольшое количество опечаток и редакционно-технических неточностей, не оказывающих влияния на ценность и значимость работы.

3. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора РАН, профессора кафедры математического анализа математико-механического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» Баранова Антона Дмитриевича. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) Описание пространства, сопряженного (посредством преобразования Фурье-Лапласа) с пространством Берлинга, является стандартным, но все же было бы желательно дать ссылку.

2) В доказательстве предложения 3.4.1 (стр. 179) упоминается канонический вес, ассоциированный с последовательностью. Следовало бы дать какие-то пояснения, а не просто ссылки.

3) На стр. 164 было бы желательно расшифровать обозначение $D(R)$, хотя оно и стандартное.

4) Стр. 45, строка 4 снизу: imz должно быть $Im z$.

Также хотелось бы задать вопрос. В работах А.В. Абанина были введены более общие классы ультрадифференцируемых функций, определяемые не одним весом, а последовательностью весов. Наверное, значительная часть результатов диссертации допускает обобщение на этот класс пространств?

4. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора кафедры математического анализа механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Шерстюкова Владимира Борисовича. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) Стр. 12, 13 (формулировки теорем 1.2.1 и 1.2.2). Возникает задача, представляющая самостоятельный интерес. Полностью описать в терминах весовой функции ω те мультипликаторы μ в $M_{(\omega)}^1(C)$ и в $M_{(\omega)}^0(C)$, для которых

соответствующий оператор свёртки T_μ будет дифференциальным оператором бесконечного порядка с постоянными коэффициентами.

2) На стр. 14 (формулировка теоремы 1.3.1) в условиях (a), (b) появляется непонятная на этот момент запись $\|\zeta - z\|$.

3) На стр. 18 уместно добавить ссылки на работы А.С.Кривошеева и О.А.Кривошеевой, посвящённые свойствам систем экспоненциальных мономов, и работы по уравнениям свёртки за авторством А.Б.Шишкина и его учеников.

4) Стр. 27. Допускается ли в теореме 3.5.1 пустота одного из фигурирующих в ней множеств N_1, N_2 ?

5) Стр. 37. Впервые появляется символ $\langle \cdot, \cdot \rangle_y$, смысл которого надо разъяснить.

6) Стр. 39 (последняя строка). Надо пояснить, что использовано предположение $\omega(1)=0$, и тогда $\omega(r) \equiv 0$ при $r \in [0,1]$, откуда следует, что $r^{-k} e^{\varepsilon_1 \omega(r)} \equiv r^{-k}$ убывает на $(0, 1]$ и

$$e^{-\varepsilon_1 \varphi_\omega^* \left(\frac{k}{\varepsilon_1} \right)} = \inf \{ r^{-k} e^{\varepsilon_1 \omega(r)} : r \geq 1 \} = \inf \{ r^{-k} e^{\varepsilon_1 \omega(r)} : r > 0 \}.$$

7) Стр. 41 (10-я строка снизу, конец выкладки). Пропущена константа π в знаменателе второй дроби.

8) Стр. 42 (перед второй выключной формулой сверху). Учитывается неравенство (1.1.5), а не (1.1.6).

9) Стр. 85. Было бы полезно в тексте диссертации расписать пример 1.5.3 (тем более что и в оригинальной работе автора [105] также дано очень краткое изложение этого примера). Достаточно рассмотреть базовый случай $\lambda_n = q^n$ с параметром $q > 1$, отвечающий символу

$$\mu(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z^2}{q^{2n}} \right), z \in \mathbb{C}.$$

Как известно, такая целая функция нулевого порядка обладает многими примечательными свойствами, например, удовлетворяет в $\mathbb{C}$ функциональному уравнению $\mu(qz) = (1 - z^2)\mu(z)$. При $r \geq q$ имеем

$$\begin{aligned} \ln \max_{|z|=r} |\mu(z)| &= \ln \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{r^2}{q^{2n}}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{r^2}{q^{2n}}\right) = \\ &= \sum_{n \leq \log_q r} \ln \left(1 + \frac{r^2}{q^{2n}}\right) + \sum_{n > \log_q r} \ln \left(1 + \frac{r^2}{q^{2n}}\right). \end{aligned}$$

Для первой суммы верна оценка

$$\sum_{n \leq \log_q r} \ln \left(1 + \frac{r^2}{q^{2n}}\right) \leq \ln \left(1 + \frac{r^2}{q^2}\right) \log_q r,$$

а для второй суммы – оценка

$$\sum_{n > \log_q r} \ln \left(1 + \frac{r^2}{q^{2n}}\right) \leq r^2 \sum_{n > \log_q r} \frac{1}{q^{2n}} < \frac{1}{1 - 1/q^2}.$$

В результате получим, что

$$\ln \max_{|z|=r} |\mu(z)| = O(\ln^2 r), \quad r \rightarrow +\infty.$$

При необходимости можно вывести и точную асимптотику вида

$$\ln \max_{|z|=r} |\mu(z)| \sim C \ln^2 r, \quad r \rightarrow +\infty.$$

Близкие соображения применимы и для оценки снизу $|\mu(x)|$ на промежутках $|x| \in [q^n + 1, q^{n+1} - 1]$ при $n > \log_q \frac{2}{q-1}$. Все это не очень сложно, но способствует пониманию ситуации.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их высокой профессиональной деятельностью, наличием публикаций, компетенцией по теме диссертации, позволяющей определить ее научную и практическую ценность. Ведущая организация и оппоненты не имеют совместных исследований и публикаций с соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

– Установлены критерии сюръективности операторов свертки (и, в частности, дифференциальных операторов бесконечного порядка с постоянными коэффициентами) в пространствах Берлинга и Румье ультрадифференцируемых функций нормального типа.

– В пространствах Берлинга ультрадифференцируемых функций нормального типа на прямой проведено исследование образа несюръективного оператора свертки: установлены условия, при которых он содержит в себе аналогичное пространство нормального типа, порожаемое некоторой другой весовой функцией.

– Получены критерии наличия линейного непрерывного правого обратного оператора для сюръективных операторов свертки в пространствах Берлинга ультрадифференцируемых функций нормального типа на прямой и на конечном интервале.

– Построены абсолютные базисы в ядрах операторов свертки в пространствах Берлинга и Румье ультрадифференцируемых функций нормального типа.

– С помощью теории слабо достаточных множеств и теории абсолютно представляющих систем проведено построение частных решений специального вида для неоднородных уравнений свертки в пространствах Берлинга нормального типа.

Результаты работы имеют теоретический характер и вносят существенный вклад в развитие теории операторов свертки и теории ультрадифференцируемых функций. На основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как серьезное научное достижение в области современного математического анализа. Результаты, представленные в диссертации, могут использоваться для дальнейшего исследования операторов и уравнений свертки (и, в частности, дифференциальных уравнений бесконечного порядка с постоянными коэффициентами и дифференциально-разностных уравнений), включая их численное решение, а также при чтении специальных курсов для студентов Южного федерального университета и в других вузах Российской Федерации, таких как МГУ им. М.В. Ломоносова, СПбГУ, СамГТУ, Уфимский университет науки и технологий и др. Результаты работы могут быть использованы в фундаментальных и прикладных

исследованиях, проводимых в Московском, Новосибирском, Белгородском, Воронежском, Иркутском, Камчатском, Челябинском, Кабардино-Балкарском государственных университетах, в Уфимском университете науки и технологий, в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, в Институте математики с вычислительным центром УФИЦ РАН, в Южном математическом институте ВНЦ РАН и др.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что их обоснованность обеспечивается строгими математическими выкладками и доказательствами, опирающимися на современные и классические методы вещественного и функционального анализа, а также методы теории целых функций. В связи со значительными отличиями пространств ультрадифференцируемых функций нормального типа от изучавшихся ранее пространств минимального и максимального типов в работе были разработаны модификации методов, известных ранее, а также предложены некоторые новые методы исследования рассматриваемых задач. В частности, одним из ключевых инструментов для изучения операторов свертки в пространствах Румье нормального типа стал установленный в работе аналог классической теоремы Хермандера о разрешимости неоднородного уравнения Коши-Римана в пространствах функций с системой весовых оценок.

Из 15 опубликованных работ по теме диссертации 14 являются личными работами соискателя. Вклад соискателя в совместную с А.В. Абаниным статью отражен в автореферате и диссертации. Все центральные результаты диссертации получены лично соискателем. Личный вклад соискателя состоит также в непосредственном участии во всех стадиях научно-исследовательского процесса: от постановки задач, изучения истории вопроса и до подготовки полученных результатов к публикации.

В ходе защиты диссертации критических замечаний высказано не было.

Соискатель Полякова Д.А. ответила на задаваемые ей в ходе заседания вопросы и привела собственную аргументацию.

На заседании 05.10.2026 г. диссертационный совет принял решение: за результаты, полученные при исследовании операторов и уравнений свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа, которые вносят значительный вклад в теорию функциональных пространств, теорию ультрадифференцируемых функций и теорию операторов свертки, присудить Поляковой Дарье Александровне ученую степень доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 17 человек, из них 8 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 20 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 17, против – 0.

Председатель

диссертационного совета



Фазуллин Зиганур Юсупович

Ученый секретарь

диссертационного совета

Исаев Константин Петрович

05 октября 2026 года