

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор — проректор по научной
деятельности ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский)
федеральный университет»

д. ф.-м.н. профессор _____ Д. А. Таюрский

«31» _____ 2026 г.



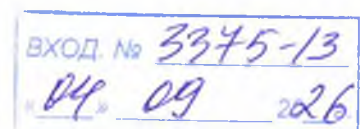
ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу
Поляковой Дарьи Александровны «Операторы и уравнения свертки
в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа»,
представленную на соискание ученой степени доктора
физико-математических наук по специальности
1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы диссертации. Работа посвящена актуальной проблеме — исследованию операторов и уравнений свертки в пространствах Берлинга и Румье ультрадифференцируемых функций нормального типа. Несмотря на то, что по своей постановке рассматриваемые задачи относятся к области вещественного анализа, для их решения используются методы функционального и комплексного анализа. Интерес к операторам свертки вызван, в частности, тем, что они включают в себя дифференциальные операторы бесконечного порядка с постоянными коэффициентами, дифференциально-разностные и интегро-дифференциальные операторы. До настоящего времени операторы свертки изучались лишь в предельных пространствах ультрадифференцируемых функций — пространствах Берлинга максимального типа и пространствах Румье минимального типа. Пространства нормального типа имеют существенные отличия от пространств максимального и минимального типов, что придает теме диссертации отдельную научную значимость.

Структура и содержание диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 238 страниц. Список использованной литературы включает 114 наименований. Единство работы обеспечивается единством темы исследования, а также последовательным развитием применяемых методов.

Глава 1 посвящена исследованию образов операторов свертки в пространствах Берлинга ультрадифференцируемых функций нормального типа на числовой прямой и на конечном интервале. Центральными результатами являются, во-первых, критерии сюръективности операторов свертки в указанных пространствах. Во-вторых, изучены образы несюръективных операторов свертки. Отдельный интерес к данным



результатам обусловлен тем, что они кардинальным образом отличаются от аналогичных результатов для пространств Берлинга максимального типа.

В главе 2 рассматриваются решения уравнений свертки в пространствах Берлинга ультрадифференцируемых функций нормального типа на числовой прямой и на конечном интервале. Именно, строится общее решение однородного уравнения свертки, а также частное решение неоднородного уравнения. Особый интерес представляет построение частного решения, поскольку до сих пор подобные результаты в пространствах ультрадифференцируемых функций не устанавливались.

В главе 3 изучаются операторы свертки в пространствах Румье ультрадифференцируемых функций нормального типа на числовой прямой и в соответствующем пространстве ультрараспределений. Во-первых, с помощью установленного для проективных весовых пространств аналога классической теоремы Хермандера о разрешимости неоднородного уравнения Коши–Римана описаны все символы операторов свертки в указанных пространствах. Затем доказаны критерии разрешимости уравнений свертки в пространствах Румье, а также описано общее решение неоднородного уравнения свертки.

Заключительная глава 4 посвящена получению условий на символ сюръективного оператора свертки, при которых он имеет линейный непрерывный правый обратный оператор. При этом соответствующее уравнение свертки имеет решение, линейно и непрерывно зависящее от правой части. В данной главе операторы свертки рассматриваются в пространствах Берлинга нормального типа.

Новизна полученных результатов и выводов. Автором разработаны методы исследования операторов и уравнений свертки в пространствах Берлинга и Румье ультрадифференцируемых функций нормального типа. Ключевыми новыми результатами диссертации являются:

1. Критерии сюръективности операторов свертки в пространствах Берлинга ультрадифференцируемых функций нормального типа на числовой прямой и на конечном интервале.
2. Построение абсолютного базиса в пространстве всех решений однородного уравнения свертки в пространствах Берлинга ультрадифференцируемых функций нормального типа на числовой прямой и на конечном интервале.
3. Построение частного решения специального вида для неоднородного уравнения свертки в пространствах Берлинга ультрадифференцируемых функций нормального типа на числовой прямой и на конечном интервале.
4. Критерии наличия линейного непрерывного правого обратного к оператору свертки в пространствах Берлинга ультрадифференцируемых функций нормального типа на числовой прямой и на конечном интервале.
5. Достаточные условия разрешимости неоднородного уравнения Коши–Римана в проективных весовых пространствах. Приложения к описанию мультипликаторов проективных и индуктивно-проективных весовых пространств целых функций.
6. Критерии сюръективности операторов свертки в пространствах Румье ультрадифференцируемых функций и ультрараспределений нормального типа.
7. Изоморфная реализация ядра оператора свертки в пространствах Румье ультрадифференцируемых функций нормального типа на числовой прямой.

8. Построение общего решения однородного уравнения свертки в пространствах Румье ультрадифференцируемых функций нормального типа на числовой прямой.

Следует отметить, что практически все результаты отличаются от аналогов, установленных ранее для операторов свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций максимального и минимального типов. Теоремы о частном решении неоднородного уравнения свертки являются оригинальными, поскольку ни в каких пространствах ультрадифференцируемых функций они ранее не устанавливались.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты работы носят теоретический характер. Они могут найти дальнейшее применение в теории дифференциальных уравнений бесконечного порядка с постоянными коэффициентами и дифференциально-разностных уравнений. Кроме того, они могут использоваться для изучения весовых пространств целых функций, двойственных с рассматриваемыми пространствами ультрадифференцируемых функций нормального типа. Положения и методы диссертации можно использовать при чтении специальных курсов для студентов и аспирантов, специализирующихся в области вещественного, комплексного и функционального анализа.

Обоснованность и достоверность выводов. Достоверность научных результатов не вызывает сомнений и базируется на том, что основные положения и выводы работы оформлены в виде математических теорем, лемм и предложений, снабженных полными и строгими доказательствами. Автор опирается на классический аппарат теории двойственности, теории целых и обобщенных функций. Все результаты опубликованы в рецензируемых научных изданиях.

В работе успешно развиты методы, применявшиеся ранее для исследования операторов свертки в пространствах максимального и минимального типов. На основе теории слабо достаточных множеств и абсолютно представляющих систем разработан и успешно реализован метод построения частного решения неоднородного уравнения свертки. Кроме того, предложены новые методы, касающиеся разрешимости неоднородного уравнения Коши–Римана в пространствах функций с системами весовых оценок, позволившие решить ряд задач для операторов свертки в пространствах Румье нормального типа.

Замечания по работе. Текст диссертации написан достаточно ясно, каких-либо серьезных замечаний нет. Однако, на наш взгляд, было бы интересно применить результаты диссертации к решению какой-либо конкретной прикладной задачи. Это замечание можно рассматривать как пожелание к дальнейшей научной работе автора. Представляется также интересным разработать методы построения частных решений неоднородных уравнений свертки в пространствах Румье, поскольку методы, реализованные в работе для пространств Берлинга, не применимы для пространств со смешанной топологической структурой.

Апробация работы и публикации. Основные результаты диссертации опубликованы автором в 15 научных работах, из которых одна написана в соавторстве с А.В. Абаниным, а все остальные — личными работами автора. Вклад обоих авторов в совместную работу подробно отражен в автореферате и диссертации. В диссертацию результаты совместной работы вошли в усиленном виде с учетом последующих личных работ автора. Все работы опубликованы в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных RSCI, Scopus и Web of Science. Основные положения представлялись в виде докладов на всероссийских и международных конференциях

в Санкт-Петербурге, Уфе, Казани, Воронеже и т.д., а также на семинарах ЮМИ ВНИЦ РАН и ИМВЦ УФИЦ РАН.

Соответствие содержания диссертации автореферату и указанной специальности. Автореферат полностью соответствует основным положениям, выводам и результатам, изложенным в диссертации. Он адекватно отражает содержание и структуру работы, ключевые результаты и степень личного вклада.

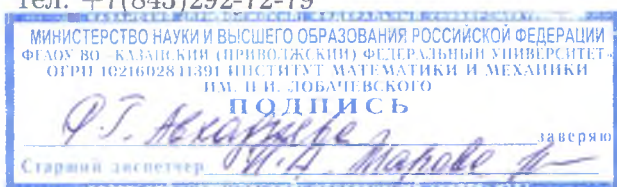
Научный уровень и значимость диссертации полностью соответствуют требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Общее заключение. Диссертация Поляковой Дарьи Александровны на тему «Операторы и уравнения свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа» соответствует всем требованиям пп. 9–14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 г., а ее автор Полякова Дарья Александровна несомненно заслуживает присуждения ей ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв обсужден и утвержден на совместном заседании кафедр теории функций и приближений и математического анализа КФУ, протокол № 1 от 31 августа 2026 г.

Отзыв составил
заведующий кафедрой
теории функций и приближений
Института математики и механики
им. Н. И. Лобачевского
доктор физ.-мат. наук, профессор
e-mail: farit.avhadiev@kpfu.ru
тел. +7(843)292-72-79

Авхадиев Фарит Габидинович



Сведения о ведущей организации:

Полное наименование: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Сокращенное наименование: ФГАОУ ВО «КФУ»

Адрес: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18

Телефон: +7(843)233-74-00, +7(843)292-69-77

Адрес в сети Интернет: <https://www.kpfu.ru>

Адрес электронной почты: public.mail@kpfu.ru