

ОТЗЫВ

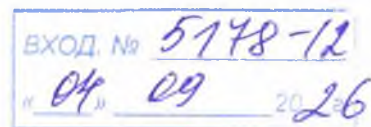
официального оппонента на диссертационную работу Поляковой Дарьи Александровны «Операторы и уравнения свёртки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа», представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертационная работа Поляковой Дарьи Александровны посвящена исследованию оператора свёртки в пространствах Бёрлинга ультрадифференцируемых функций (УДФ) нормального типа на конечном интервале или на всей вещественной прямой, а также в пространствах Румье УДФ нормального типа на прямой и в соответствующих пространствах ультрараспределений (УР). Автором изучаются вопросы, являющиеся традиционными для операторов свёртки в функциональных пространствах, а именно: вопрос о сюръективности оператора свёртки или об описании его образа (в случае отсутствия у оператора свойства сюръективности), задача об описании ядра оператора свёртки, в том числе, о базисе из элементарных решений однородного сверточного уравнения в нем, вопрос о виде частного решения неоднородного уравнения свертки и - как синтез двух последних – задача о представлении решения неоднородного уравнения свертки в виде суммы двух рядов из экспоненциальных мономов (общего решения однородного уравнения, разложенного по базису ядра, и частного решения неоднородного уравнения). Также автор работы исследует задачу о существовании линейного непрерывного правого обратного (ЛНПО) для сюръективного оператора свёртки в пространствах Берлинга УДФ нормального типа.

История задач об операторах свёртки в постановках, рассматриваемых автором диссертации, берёт своё начало в работах Л. Эренпрайса, Б. Мальгранжа, Л. Хермандера, датируемых концом 1950-х-1960-ми гг. Эти авторы занимались изучением операторов свёртки в пространствах всех бесконечно дифференцируемых функций и обобщённых функций как на прямой, так и в n -мерном вещественном пространстве. Примерно в это же время начала развиваться теория УДФ и УР. В работах Ш. Румье и Х. Коматсу был предложен подход, названный в честь Данжуа-Карлемана, выделяющий стартовое пространство всей теории УДФ и УР - пространство пробных УДФ - ограничениями на рост производных с помощью заданной последовательности положительных чисел. Другие два автора, А. Бёрлинг и Г. Бьорк, выбрали путь развития теории УДФ и УР, при котором соответствующее пространство пробных функций определяется ограничениями на их преобразования Фурье при помощи весовой функции.

На протяжении оставшейся части прошлого столетия перечисленные выше задачи об операторе свёртки активно изучались многими известными авторами как в пространствах УДФ и УР обоих указанных типов (Румье и Берлинга), так и в пространствах всех бесконечно дифференцируемых и аналитических функций одной и многих переменных.

В течение последних двух десятилетий класс пространств УДФ был существенно расширен в работах А.В. Абанина и автора диссертации; в том числе, за счёт введения в рассмотрение пространств Бёрлинга, и пространств Румье нормального типа. В такой расширенной шкале исходные пространства УДФ Бёрлинга являются пространствами максимального типа, а пространства УДФ, введенные самим Румье, - пространствами минимального типа. Задачи об операторах свёртки в этих крайних пространствах были достаточно хорошо изучены, в отличие от случая пространств УДФ нормального типа, для которых эти задачи впервые рассмотрены автором настоящей диссертационной работы.



В первых двух главах диссертации проведено систематическое исследование однородного и неоднородного уравнений свёртки в пространствах Бёрлинга УДФ нормального типа на конечном интервале и на всей вещественной прямой. Первым нерешённым вопросом, с которым пришлось столкнуться автору, было описание множества всех мультипликаторов сопряжённого пространства (эквивалентно, символов операторов свёртки). Ответ на этот вопрос включает неочевидную форму оценок для символов операторов свёртки, действующих в пространствах УДФ на всей прямой. Еще один необходимый шаг на пути к окончательным результатам - распространение понятия медленного убывания на класс символов операторов свёртки в рассматриваемых пространствах. Это понятие должно было учесть гораздо более тонкие, чем в изученном ранее Р. Брауном, Р. Майзе, Б. А. Тейлором, Д. Фогтом и другими авторами случае пространств максимального типа, оценки как на символы операторов свёртки, так и на преобразования Фурье-Лапласа произвольных элементов сопряжённого пространства. Первый из основных результатов глав 1 и 2 содержит критерии сюръективности оператора свёртки в пространствах Берлинга УДФ нормального типа на конечном интервале и на всей прямой. Важными результатами, дополняющими критерии сюръективности, являются теоремы об образе несюръективного оператора свёртки. В частности, и это подчеркнуто автором диссертации, имеется существенное отличие от пространств максимального типа: все пространство УДФ нормального типа на прямой может содержаться в образе оператора свёртки, действующего в более широком пространстве УДФ, даже если рассматриваемый оператор свёртки не является сюръективным ни в одном из этих пространств УДФ. Следующие рассуждения касаются существования базиса из линейных комбинаций элементарных решений в ядре сюръективного оператора свёртки. Здесь, при построении специальных покрытий нулевого множества символа оператора свёртки, приходится учитывать тот факт, что размеры связных компонент искомого покрытия контролируются гораздо более жестко, чем в аналогичных конструкциях для пространств УДФ максимального или минимального типа. Автору удастся успешно преодолеть возникшие трудности аналитического и технического характера. Завершающий шаг в получении общего представления решения неоднородного свёрточного уравнения - построение частного решения неоднородного уравнения специального вида. Данное построение по существу базируется на полученных автором условиях медленного убывания символа оператора свёртки.

Предметом исследования третьей главы диссертации служит оператор свёртки в пространствах Румье УДФ нормального типа на прямой. Существенным здесь является то, что, в отличие от пространств Бёрлинга, приходится иметь дело с проективно-индуктивной топологией в пространстве УДФ и, как следствие, рассматривать сразу не только исходный оператор свёртки, но и его продолжение на соответствующие ультрараспределения. Кроме того, изучению вопроса о сюръективности исходного оператора свёртки в обязательном порядке должно предшествовать исследование его ядра. Следует отдельно отметить доказанную в этой главе вспомогательную теорему - аналог и развитие классического результата Л. Хермандера о разрешимости неоднородного уравнения Коши-Римана. Она даёт решение указанного уравнения в пространстве, определяемом при помощи системы весовых оценок, и на наш взгляд, представляет большой самостоятельный интерес, так как может быть использована для исследования различных функциональных пространств с проективными топологиями. Эффективные применения этой теоремы мы видим уже в самой диссертационной работе: автор использует свои результаты по $\bar{\partial}$ -задаче для характеристики мультипликаторов в сопряжённом к пространству Румье УДФ и для описания множества решений однородного уравнения свёртки. Четвёртый и пятый параграфы третьей главы содержат

критерии сюръективности оператора свёртки в пространствах Румье ультрараспределений и УДФ. Глава завершается шестым параграфом, в котором автор проводит интересный анализ и иллюстрирует примерами поведение оператора свёртки во всей шкале пространств УДФ на прямой, начиная от пространств Берлинга максимального типа и заканчивая пространством Румье минимального типа.

В четвертой главе диссертационной работы автор изучает проблему существования линейных непрерывных правых обратных (ЛНПО) к операторам свертки в пространствах Бёрлинга УДФ нормального типа на конечном интервале и на всей прямой. Доказаны теоремы, содержащие необходимые и достаточные условия существования ЛНПО, в том числе имеющие форму ограничений на нулевое множество символа свёрточного оператора. Эти ограничения в естественной мере сильнее, чем их аналоги для пространств максимального типа, полученные ранее в работе Р. Майзе и Д. Фогта. Отметим ещё, что в диссертации использовались методы отличные от методов последних двух авторов.

Диссертация хорошо структурирована и написана чётко и аккуратно. Все основные результаты снабжены полными доказательствами. Автореферат полностью отражает содержание диссертации. Имеется небольшое количество опечаток и редакционно-технических неточностей, не оказывающих влияния на ценность и значимость работы.

Диссертационная работа содержит ряд завершённых результатов по актуальным задачам анализа, представляющих большой интерес для специалистов. Для их получения Д.А. Поляковой предложены и разработаны методы и подходы, имеющие дальнейшую перспективу эффективного использования, что подчеркивает высокую научную ценность работы.

Диссертация Д.А. Поляковой «Операторы и уравнения свёртки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа» удовлетворяет пунктам 9-11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней» а ее автор, Полякова Дарья Александровна, заслуживает присуждения ей учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук
по специальности

1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ,
ведущий научный сотрудник
отдела теории функций
и функционального анализа
Института математики ВЦ
УФИЦ РАН

Контактные данные:

Рабочий тел.: 83472725936,

e-mail: abnatf@gmail.com

Адрес места работы:

450008, г. Уфа,

ул. Чернышевского, дом 112

тел.: +73472725936;

e-mail: im@matem.anrb.ru



Абузярова Наталья Фаирбаховна

04.09.2016

Подпись Абузяровой
засеверено:
И.Ф. / Директор
И.Ф. Уфа Уфа РАН
Васильев И.Ф.