

УТВЕРЖДАЮ

И. о. директора
Федерального государственного
бюджетного учреждения науки
Федерального научного центра
Владикавказский научный центр
Российской академии наук
к. и. н.



А.Л. Чибиров
«01» июня 2026 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Федерального научного центра
«Владикавказский научный центр Российской академии наук»

Диссертация Поляковой Дарьи Александровны на тему «Операторы и уравнения свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа» по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ выполнена в отделе математического анализа Южного математического института – филиала Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального научного центра «Владикавказский научный центр Российской академии наук» (ЮМИ ВНЦ РАН).

В период подготовки диссертации Полякова Дарья Александровна с 2005 г. работала старшим научным сотрудником отдела математического анализа Южного математического института – филиала Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального научного центра «Владикавказский научный центр РАН», с 2026 г. работает также ведущим научным сотрудником отдела математических исследований в Региональном научно-образовательном математическом центре «Северо-Кавказский центр математических исследований Владикавказского научного центра РАН».

В 2003 году окончила Ростовский государственный университет с присуждением квалификации «Магистр математики по направлению «Математика». Диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 01.01.01 – Математический анализ на тему «Продолжение по Борелю-Уитни ультрадифференцируемых функций нормального типа» защитила в 2005 году в диссертационном совете К 212.208.06, созданного на базе Ростовского государственного университета.

В 2012 году в соответствии с приказом Министерства образования и науки Российской Федерации присвоено ученое звание доцента по кафедре математического анализа.

По итогам обсуждения диссертации принято следующее заключение:

1. Цель и актуальность диссертации.

Целью диссертационной работы Д.А.Поляковой является:

1. Описание символов операторов и уравнений свертки в пространствах Берлинга и Румье ультрадифференцируемых функций нормального типа.

2. Исследование разрешимости уравнений свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа. В частности, получение условий на символ, при которых оператор свертки сюръективен.

3. Описание общего решения однородного уравнения свертки в указанных пространствах.

4. Построение частного решения неоднородного уравнения свертки, имеющего определенный вид.

5. Исследование задачи о существовании у уравнения свертки решения, линейно и непрерывно зависящего от правой части.

Начиная с классических работ Б. Мальгранжа, Л. Эренпрайса и Л. Хермандера, операторами и уравнениями свертки в различных пространствах бесконечно дифференцируемых, аналитических и обобщенных функций занимались такие математики как А.Ф. Леонтьев, Ю.Ф. Коробейник, В.В. Напалков, К.А. Беренштейн, Б.А. Тейлор, Р. Майзе, Д. Фогт, А.С. Кривошеев, С.Н. Мелихов, З. Момм, Т. Майер, А.Б. Шишкин и многие другие. В частности, в работах Б.А. Тейлора, Р. Майзе, Д. Фогта и их соавторов операторы свертки были достаточно полно изучены в пространствах Берлинга ультрадифференцируемых функций максимального типа и в пространствах Румье минимального типа. Поскольку пространства ультрадифференцируемых функций нормального типа были введены относительно недавно, операторы свертки в них до сих пор не изучались. В связи с этим тема исследования представляется актуальной.

2. Личное участие соискателя ученой степени в получении результатов, изложенных в диссертации.

Содержание диссертации и положения, выносимые на защиту, отражают личный вклад автора в опубликованные работы. Из 15 работ по теме диссертации имеется одна совместная с А.В. Абаниным статья. Вклад каждого из авторов в указанную работу можно считать равным (подробное разделе-

ние результатов приведено в диссертации). Остальные работы являются личными работами Д.А. Поляковой.

3. Степень достоверности результатов проведенных соискателем исследований.

Достоверность результатов обеспечивается строгими доказательствами на основе фундаментальных фактов из функционального анализа, теории обобщенных и целых функций. Основные результаты, изложенные в диссертации, опубликованы в работах [1]-[15] в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных RSCI, Scopus и Web of Science.

Список публикаций соискателя по теме диссертации

[1] Абанин А.В., Абанина Д.А. Теорема деления в некоторых весовых пространствах целых функций / А.В. Абанин, Д.А. Абанина // Владикавказский математический журнал. – 2010. – Т. 12, № 3. – С. 3-20.

[2] Абанина Д.А. Представление решений уравнений свертки в неквазианалитических классах ультрадифференцируемых функций Берлинга нормального типа / Д.А. Абанина // Известия высших учебных заведений. Математика. – 2011. – № 6. – С. 3-11.

[3] Абанина Д.А. Экспоненциально-полиномиальный базис в пространстве решений однородного уравнения свертки на классах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Абанина // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, № 4. – С. 3-17.

[4] Абанина Д.А. Разрешимость уравнений свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций Берлинга нормального типа на интервале / Д.А. Абанина // Сибирский математический журнал. – 2012. – Т. 53, № 3. – С. 477-494.

[5] Абанина Д.А. О существовании решения уравнения свертки, линейно и непрерывно зависящего от правой части / Д.А. Абанина // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные Науки. – 2012. – № 6. – С. 13-15.

[6] Полякова Д.А. О линейном непрерывном правом обратном к оператору свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Полякова // Математические заметки. – 2014. – Т. 96, № 4. – С. 548-566.

[7] Полякова Д.А. О решениях уравнений свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Полякова // Алгебра и анализ. – 2014. – Т. 26, № 6. – С. 121-142.

[8] Полякова Д.А. О разрешимости неоднородного уравнения Коши-Римана в пространствах функций с системой равномерных весовых оценок / Д.А. Полякова // Известия высших учебных заведений. Математика. – 2015. – № 10. – С. 77-82.

[9] Полякова Д.А. О разрешимости неоднородного уравнения Коши-Римана в проективных весовых пространствах / Д.А. Полякова // Сибирский математический журнал. – 2017. – Т. 58, № 1. – С. 185-198.

[10] Полякова Д.А. О частном решении неоднородного уравнения свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Полякова // Владикавказский математический журнал. – 2018. – Т. 20, № 4. – С. 67-75.

[11] Полякова Д.А. Общее решение однородного уравнения свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Полякова // Алгебра и анализ. – 2019. – Т. 31, № 1. – С. 114-142.

[12] Polyakova D.A. On continuous linear right inverse to convolution operator / D.A. Polyakova // Operator Theory and Differential Equations. Trends in Mathematics. Birkhauser, 2021. – P. 163-184.

[13] Полякова Д.А. Об образе оператора свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций / Д.А. Полякова // Алгебра и анализ. – 2024. – Т. 36, № 2. – С. 108-130.

[14] Полякова Д.А. Описание ядра оператора свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций Румье / Д.А. Полякова // Владикавказский математический журнал. – 2024. – Т. 26, № 3. – С. 72-85.

[15] Полякова Д.А. Сюръективность операторов свертки в пространствах Румье ультрадифференцируемых функций и ультрараспределений нормального типа / Д.А. Полякова // Алгебра и анализ. – 2025. – Т. 37, № 6. – С. 158-183.

4. Апробация результатов.

Результаты работы обсуждались на различных конференциях и семинарах:

1. Воронежская весенняя математическая школа «Современные методы теории краевых задач» (Воронеж, 2010, 2022, 2023 гг.);

2. Международная конференция молодых ученых «Математический анализ и математическое моделирование» (Владикавказ, 2010г.);

3. Международная научная конференция «Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования» (Владикавказ, 2010, 2021 гг.);

4. Воронежская зимняя математическая школа «Современные методы теории функций и смежные проблемы» (Воронеж, 2011, 2013, 2017 гг.);

5. Десятая международная Казанская летняя научная школа-конференция «Теория функций, ее приложения и смежные вопросы» (Казань, 2011 г.);

6. Международная научная конференция «Крымская осенняя математическая школа» (Севастополь, 2011, 2012 гг.);

7. Международная конференция «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения» (Ростов-на-Дону, 2012, 2015-2019, 2022-2024 гг.);

8. XX Международная конференция «Математика. Экономика. Образование». VII Международный симпозиум «Ряды Фурье и их приложения» (Новороссийск, 2012 г.);

9. Крымская международная математическая конференция КММК-2013 (Судак, 2013 г.);

10. Международная научная конференция «Discrete and Continuous Signals: Analysis, Information and Applications» (Санкт-Петербург, 2023 г.);

11. Международная конференция «Комплексный анализ и смежные проблем» (Уфа, 2024 г.);

12. Международная научная конференция «Бесконечномерный анализ и математическая физика» (IDAMPh 2026) (Порхов, 2026 г.);

13. Общеинститутский семинар ЮМИ ВНЦ РАН (Владикавказ, 2022-2026 гг.);

14. Семинар ИМВЦ УФИЦ РАН «Комплексный и гармонический анализ» (2026 г.).

5. Новизна проведенных исследований.

Все результаты диссертации являются новыми. Поскольку пространства ультрадифференцируемых функций нормального типа в отличие от изучавшихся ранее пространств максимального и минимального типов имеют более тонкую структуру, для исследования операторов свертки в указанных пространствах потребовалась значительная модификация известных методов, а также разработка новых методов и подходов. Основная часть полученных результатов отличается от известных ранее: именно, условия на символ оператора свертки, обеспечивающие ту или иную его характеристику, являются гораздо более жесткими, чем в случаях пространств максимального и минимального типов.

6. Теоретическая и практическая значимость.

Работа имеет теоретический характер. Полученные результаты могут найти применение в дальнейших исследованиях уравнений свертки и, в частности, дифференциальных уравнений бесконечного порядка с постоянными коэффициентами. Некоторые результаты диссертации могут быть использованы при чтении специальных курсов для студентов высших учебных заведений и аспирантов.

7. Структура работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 238 страниц. Список использованной литературы включает 114 наименований и содержит работы, опубликованные автором по теме диссертации.

8. Научная специальность, которой соответствует диссертация:

1.1.1. Вещественный комплексный и функциональный анализ, а именно пункт 3 «Теория функциональных пространств; исследования классов функций, возникающих в математике и ее приложениях»; пункт 9 «Функциональный анализ, отображения бесконечномерных пространств (функционалы, операторы)»; пункт 11 «Теория операторов, в т. ч. теория дифференциальных операторов».

Выводы:

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как серьезное научное достижение в области теории функций.

В частности, в работе:

1. Описаны символы операторов и уравнений свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа.

2. Установлены необходимые и достаточные условия на символ, при которых порождаемый им оператор свертки сюръективен на пространствах Берлинга и Румье нормального типа. Тем самым получен критерий разрешимости уравнений свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа. Их частными случаями являются дифференциальные уравнения бесконечного порядка с постоянными коэффициентами.

3. В пространствах Берлинга нормального типа на числовой прямой исследован образ несюръективного оператора свертки. Выделен класс правых

частей, при которых соответствующее уравнение имеет решение в рассматриваемом пространстве.

4. Установлено существование абсолютного базиса в ядре оператора свертки в пространствах Берлинга и Румье ультрадифференцируемых функций нормального типа, на основании чего выписано общее решение соответствующего однородного уравнения свертки.

5. На основании теории слабо достаточных множеств и абсолютно представляющих систем построено частное решение неоднородного уравнения свертки, имеющее определенный вид.

6. Получены необходимые и достаточные условия на символ, при которых оператор свертки в пространствах Берлинга нормального типа имеет линейный непрерывный правый обратный оператор, т. е. условия, при которых у уравнения свертки есть решение, линейно и непрерывно зависящее от правой части.

Диссертация Поляковой Дарьи Александровны на тему «Операторы и уравнения свертки в пространствах ультрадифференцируемых функций нормального типа» удовлетворяет пп. 9-11, 13, 14 постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней» (в редакции от 16.10.2024 г.) и рекомендуется к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Заключение принято на заседании Южного математического института ВНЦ РАН. Присутствовало 14 человек, в том числе 10 докторов наук и 4 кандидата наук. Результаты голосования: «за» – 14 чел., «против» – 0 чел., «воздержалось» – 0 чел., протокол №1 от 01 июня 2026 г.

И. о. директора

Южного математического института

ВНЦ РАН

д. ф.-м. н., проф.

Кусраев Анатолий Георгиевич

Подпись Кусраева А.Г. заверяю:

Ученый секретарь ЮМИ ВНЦ РАН

к. ф.-м. н.

Тасоев Батрадз Ботазович

