

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 99.0.110.02,
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
БЮДЖЕТНОГО НАУЧНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
УФИМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК**

аттестационное дело № _____

решение диссертационного совета от 12 декабря 2025 г. № 40

О присуждении Рахимовой Алсу Ильдаровне, гражданину Российской Федерации, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Динамические свойства некоторых классических операторов в пространствах бесконечно дифференцируемых и голоморфных функций» по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ принята к защите 29.09.2025 г. (протокол № 35) диссертационным советом 99.0.110.02, созданным на базе Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450054, г. Уфа, Проспект Октября, 71), Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32), созданного приказом № 521/нк от 24.03.2023 г.

Соискатель, Рахимова Алсу Ильдаровна, 14.05.1991 года рождения. В 2015 году окончила с отличием Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Башкирский государственный университет» по направлению подготовки 01.04.01 Математика с присвоением квалификации Магистр.

В 2019 году окончила аспирантуру по очной форме обучения Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Башкирский государственный университет» по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, научной специальности 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ с присвоением квалификации «Исследователь. Преподаватель-исследователь». Диплом об окончании аспирантуры выдан Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Башкирский государственный университет» в 2019 году. Справка об обучении со сведениями о сданных кандидатских экзаменах выдана Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» в 2024 году.

Работает в должности младшего научного сотрудника отдела теории функций и функционального анализа Института математики с вычислительным центром – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Диссертация выполнена в отделе теории функций и функционального анализа Института математики с вычислительным центром – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель — Мусин Ильдар Хамитович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела теории функций и функционального анализа, и.о. директора Института математики с вычислительным центром – обособленного структурного подразделения

Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук.

Официальные оппоненты:

1. Малютин Константин Геннадьевич, доктор физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), профессор, профессор кафедры математического анализа и прикладной математики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Курский государственный университет»;

2. Мелихов Сергей Николаевич, доктор физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), доцент, профессор кафедры алгебры и дискретной математики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет»
дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань, в своем положительном отзыве, подписанном Авхадиевым Фаритом Габидиновичем, доктором физико-математических наук (01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ), профессором, заведующим кафедрой теории функций и приближений, утвержденном первым проректором – проректором по научной деятельности, доктором физико-математических наук, профессором Таюрским Дмитрием Альбертовичем, указала, что диссертация представляет собой завершенную научно-исследовательскую работу на актуальную тему. Научные результаты, полученные диссертантом, являются новыми, имеют важное значение для динамической теории классических линейных операторов и теории приближений. Диссертационная работа Рахимовой Алсу Ильдаровны на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, в частности, пп. 9-11, 13, 14 Постановления Правительства Российской

Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней» (в редакции от 16.10.2024 г.), а ее автор, Рахимова Алсу Ильдаровна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

По теме диссертации опубликовано 6 научных работ, в том числе 3 статьи — в рецензируемых журналах из Перечня ВАК, включенных в международные реферативные базы данных и системы цитирования Web of Science и Scopus, 3 статьи — в рецензируемых журналах из Перечня ВАК.

Общий объем публикаций по теме диссертации составляет 5,42 п.л., авторский вклад — 5,18 п.л. В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах.

Наиболее значимые работы по теме диссертации:

1. Рахимова, А.И. Некоторые свойства обобщенного оператора Данкла / А.И. Рахимова, В.В. Напалков // Вестник Башкирского университета. — 2017. — Т. 22, № 3. — С. 603–606.

2. Рахимова, А.И. Свойства обобщенного оператора Данкла / А.И. Рахимова, В.В. Напалков // Вестник Башкирского университета. — 2018. — Т. 23, № 1. — С. 4–8.

3. Рахимова, А.И. О гиперциклических операторах в весовых пространствах целых функций / А.И. Рахимова // Таврический вестник информатики и математики. — 2023. — Т. 58, № 1. — С. 88–110.

4. Рахимова, А.И. О гиперциклических операторах в весовых пространствах бесконечно дифференцируемых функций / А.И. Рахимова // Математические заметки. — 2023. — Т. 114, № 2. — С. 297–305.

5. Рахимова, А.И. Гиперциклические и хаотические операторы в пространстве функций, аналитических в области / А.И. Рахимова // Уфимский математический журнал. — 2024. — Т. 16, № 3. — С. 88–95.

6. Rakhimova, A.I. On chaotic and frequently hypercyclic properties of classical operators in the weighted space of entire functions / A.I. Rakhimova // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2025. — Vol. 46, no. 2. — P. 838–851.

На диссертацию поступили отзывы:

1. Ведущей организации Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) Условие i_2) в определении пространства $\mathcal{F}(\varphi)$ является излишним, его можно было бы опустить.

2) Стр. 35. В работе написано «а если $W_1 = \emptyset$, то $1/a_T(\lambda)$ ограничена». После этого следовало бы написать, какой вывод из этого следует.

3) Стр. 37. При доказательстве теоремы 3.1 достаточно было ограничиться замечанием, что множество Λ содержит предельную точку.

4) Стр. 39. Определение множества W нуждается в корректировке, поскольку при указанном в работе его задании оператор S_a определен некорректно.

5) Стр. 47. Следовало бы указать, что для функций из семейства $\varphi = \{\varphi_m\}_{m=1}^{\infty}$ в силу условия i_1) их преобразования Юнга-Фенхеля $\widetilde{\varphi}_m(z)$ принимают конечные значения в $\mathbb{C}^n$. В работе же написано, что $\widetilde{\varphi}_m(z)$ ограничены во всем $\mathbb{C}^n$.

6) Стр. 65. Внизу вместо «функция $M_S[f]$ $\mathcal{C}$ -дифференцируема в точке» следовало написать «функция $M_S[f]$ $\mathbb{C}$ -дифференцируема в точке».

7) Стр. 66. Не указано, каким свойством обладает число l . Неравенство (5.24), вообще говоря, справедливо при любом $l \in \mathbb{N}$, а не только для $l \geq k$.

8) Стр. 73. Вместо « φ является открытым отображением в $\mathbb{C}$ » следовало бы написать « φ является открытым отображением из $\mathbb{C}^n$ в $\mathbb{C}$ ». То же касается текста на стр. 75.

9) Стр. 73. Доказательство леммы 6.1 можно было бы упростить, если бы в качестве множества A взять счетное всюду плотное множество точек на сфере $\{z \in \mathbb{C}^n: \|z - \lambda_0\| = R\}$.

10) Стр. 74. Имеется опечатка в предложении «Множество $\bigcup_{k \in \mathbb{N}} M$ плотно в $\mathbb{C}^n$ ».

2. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, профессора кафедры математического анализа и прикладной математики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Курский государственный университет» Малютина Константина Геннадьевича. Отзыв положительный. В отзыве указаны следующие замечания:

1) Работа содержит небольшое количество опечаток и орфографических ошибок. С. 43. В первой выносной формуле слева не хватает z .

2) В определении пространства $\mathcal{F}(\varphi)$ условие i_2) является лишним.

3) С. 32. Написано: «Действие оператора T на моном z^n при всех $k \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}$ имеет вид ...».

Должно быть: «Действие оператора T^k на моном z^n при всех $k \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}_0$ имеет вид ...».

4) С. 32. Написано: «Действие оператора S на моном z^n при всех $k \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}$ имеет вид ...».

Должно быть: «Действие оператора S^k на моном z^n при всех $k \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}_0$ имеет вид ...».

5) С. 37. Написано: «По теореме 1.4 множество периодических точек оператора T_α в $H(\Omega_\sigma)$ имеет вид ...».

Замечание: Вначале надо было привести общий вид решения уравнения $g(z + a) = e^{\alpha \pi i} g(z)$, где $\alpha \in \mathbb{Q}$.

6) С. 38. В Теореме 3.3 выполнение условий Теоремы 1.3 должно было быть проверено на полиномах. Автор ограничился проверкой на мономах. Этого

достаточно, чтобы убедиться в справедливости утверждения. Однако об этом следовало сказать.

7) С. 39. Не проверена корректность действия оператора S_a .

8) С. 47. Написано: «Тогда для функций из семейства $\varphi = \{\varphi_m\}_{m=1}^{\infty}$ в силу условия i_1) их преобразования Юнга-Фенхеля $\widetilde{\varphi}_m(z)$ ограничены во всем $\mathbb{C}^n$ ». Вместо этого следовало отметить, что для функций из семейства $\varphi = \{\varphi_m\}_{m=1}^{\infty}$ в силу условия i_1) их преобразования Юнга-Фенхеля $\widetilde{\varphi}_m(z)$ принимают конечные значения в $\mathbb{C}^n$.

9) С. 60, третье выносное снизу равенство. Вместо $e^{C(\xi)}$ должно стоять, видимо, $C(\xi)$. Вообще говоря, промежуточное выражение в этом равенстве — лишнее.

10) С. 109. Написано: «Действие оператора Λ на моном z^n при любых $k \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}$ имеет вид ...».

Должно быть: «Действие оператора Λ^k на моном z^n при всех $k \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}_0$ имеет вид ...».

11) С. 112. Теорема 11.1 верна, однако первое выносное неравенство нуждается в уточнении.

3. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, доцента, профессора кафедры алгебры и дискретной математики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет» Мелихова Сергея Николаевича. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) Стоило бы в §1 главы 1 сократить количество известных примеров операторов в банаховых пространствах, не обладающих соответствующими динамическими свойствами (достаточно привести ссылки).

2) В следствии 2.5 нужно отметить, что функционал F отличен от скалярного кратного функционала $f \rightarrow f(0)$.

3) Доказательство теоремы 7.2 можно сократить, поскольку оно сходно с доказательством теоремы 7.1.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их высокой профессиональной деятельностью, наличием публикаций, компетенцией по теме диссертации, позволяющей определить ее научную и практическую ценность. Ведущая организация и оппоненты не имеют совместных исследований и публикаций с соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

1) доказаны теоремы о гиперцикличности, хаотичности и часто-гиперцикличности линейного непрерывного оператора, коммутирующего с оператором дифференцирования:

— в пространстве $H(\Omega)$ аналитических в односвязной области $\Omega \subset \mathbb{C}$ функций,

— в широком классе весовых пространств $\mathcal{F}_\varphi$ целых в $\mathbb{C}^n$ функций;

2) получена теорема о гиперцикличности линейного непрерывного оператора, коммутирующего с оператором дифференцирования, в пространстве $\mathcal{E}(\varphi)$ бесконечно дифференцируемых в $\mathbb{R}^n$ функций с топологией проективного предела;

3) доказаны теоремы о гиперцикличности, хаотичности и часто-гиперцикличности обобщенного оператора Данкла:

— в пространстве $H(\mathbb{C})$ целых функций,

— в широком классе весовых пространств $\mathcal{F}(\varphi, \mathbb{C})$.

Результаты работы имеют теоретический характер. Все основные результаты диссертации являются новыми, представляют научный интерес и носят законченный характер. Они дополняют исследования предыдущих авторов и вносят существенный вклад в теорию гиперциклических, хаотических и часто-гиперциклических операторов в пространствах бесконечно дифференцируемых и голоморфных функций.

Практическая ценность исследования обусловлена прикладной значимостью динамики линейных операторов в физике и квантовой механике.

Результаты работы могут быть использованы и могут получить дальнейшее развитие в фундаментальных и прикладных исследованиях, проводимых в Санкт-Петербургском государственном университете, Южном федеральном университете, Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского, Институте математики с вычислительным центром УФИЦ РАН, Уфимском университете науки и технологий.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что их обоснованность обеспечивается строгими математическими выкладками и доказательствами, опирающимися на современные и классические методы комплексного и функционального анализа, а также на ранее полученные результаты известных ученых, работающих в этом направлении.

Все результаты диссертации получены лично соискателем.

Личный вклад соискателя состоит также в непосредственном участии во всех стадиях научно-исследовательского процесса: от постановки задач, изучения истории вопроса и до подготовки полученных результатов к публикации.

В ходе защиты диссертации критических замечаний высказано не было.

Соискатель Рахимова А.И. ответила на задаваемые ей в ходе заседания вопросы и привела собственную аргументацию.

На заседании 12.12.2025 г. диссертационный совет принял решение за исследования динамических свойств классических линейных непрерывных операторов в пространствах бесконечно дифференцируемых и голоморфных функций, основные выводы которых вносят значительный вклад в теорию вещественного, комплексного и функционального анализа, присудить Рахимовой Алсу Ильдаровне ученую степень кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 16 человек, из них 8 докторов наук по специальности рассматриваемой

диссертации, участвовавших в заседании, из 20 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 16, против – 0.

Председатель
диссертационного совета



Фазуллин Зиганур Юсупович

Ученый секретарь
диссертационного совета

Исаев Константин Петрович

12 декабря 2025 года