ОТЗЫВ
официального оппонента
на диссертационную работу
Рахимовой Алсу Ильдаровны
«Динамические свойства некоторых классических операторов в пространствах бесконечно дифференцируемых и голоморфных функций»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности
1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

В диссертационной работе А.И. Рахимовой исследуются динамические свойства классических операторов в пространстве всех функций, голоморфных в односвязной области комплексной плоскости, в весовых пространствах целых функций в $\mathbb{C}^n$ и в весовых пространствах бесконечно дифференцируемых функций в $\mathbb{R}^n$. Этому направлению посвящено очень большое число работ отечественных и зарубежных математиков. Исследования свойства гиперцикличности восходят к Дж. Биркхофу (1929), доказавшему, что в пространстве $H(\mathbb{C})$ всех целых в $\mathbb{C}$ функций оператор сдвига $f(z) \mapsto f(z+1)$ является гиперциклическим, к Дж. Маклейну (1952), установившему такой факт для $H(\mathbb{C})$ для оператора дифференцирования, к С. Ролевичу (1969), первым построившему примеры гиперциклических операторов в банаховых, в частности, гильбертовых бесконечномерных пространствах. Свойство хаотичности операторов введено в монографии Р. Девани (1989), исследовавшего хаотическое поведение орбит динамической системы. Отмеченные результаты побудили интенсивное развитие данной теории. Она имеет приложения в теории операторов в топологических векторных пространствах, в частности, при исследовании инвариантных подпространств, в спектральной теории, в комплексном анализе, используется при изучении дискретных динамических систем, в эргодической теории. Без сомнения, данная тематика актуальна.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Перейду к краткому изложению результатов, приведенных в ней, и к их оценке. Основное внимание во всех главах уделяется свойствам гиперцикличности, часто–гиперцикличности и хаотичности линейных непрерывных операторов, связанных с классическими операторами. В первой главе решены главным образом динамические задачи для операторов в пространстве Фреше $H(\Omega_\sigma)$ всех функций, голоморфных в горизонтальной полосе $\Omega_\sigma = \{z \in \mathbb{C} : |\mathrm{Im}\, z| < \sigma\}$, $\sigma \in (0, +\infty)$. Основные результаты здесь — теоремы 2.6, 3.5 и 3.6 о том, что в $H(\Omega_\sigma)$, соответственно, гиперциклическим, хаотическим и часто–гиперциклическим является всякий линейный непрерывный оператор в $H(\Omega_\sigma)$, перестановочный с дифференцированием и отличный от скалярного кратного тождественного отображения. Во второй главе исследованы динамические свойства операторов в весовом пространстве Фреше–Шварца $\mathcal{F}(\varphi)$ целых функций в $\mathbb{C}^n$. Установлено, что всякий линейный непрерывный оператор в $\mathcal{F}(\varphi)$, перестановочный с каждым частным дифференцированием и не совпадающий со скалярным кратным тождественного оператора, является гиперциклическим (теорема 5.5), хаотическим (теорема 6.1) и часто–гиперциклическим (теорема 6.2). В третьей главе изучены динамические свойства операторов в пространстве $\mathcal{E}(\varphi)$ бесконечно дифференцируемых в $\mathbb{R}^n$ функций с ограничениями на рост их производных. Установлено (теорема 9.1), что в $\mathcal{E}(\varphi)$ любой линейный непрерывный оператор, перестановочный со всеми операторами частного дифференцирования и отличный от скалярного кратного тождественного отображения, гиперцикличен. Здесь доказана хаотичность и часто–гиперболичность операторов специального вида из упомянутого коммутанта. В четвертой главе исследованы динамические свойства обобщенного оператора Данкла Λ, введенного И.И. Карамовым и В.В. Напалковым. Изучены его динамические свойства в пространстве $H(\mathbb{C})$ и в весовом пространстве Фреше $\mathcal{F}(\varphi, \mathbb{C})$ целых функций в $\mathbb{C}$, где $(\varphi)_{n\in\mathbb{N}}$ — весовая последовательность, как во второй главе (она удовлетворяет условиям (i_1)–(i_4)). Доказано, что оператор Λ гиперцикличен, хаотичен и часто–гиперцикличен в $H(\mathbb{C})$ (теоремы 11.2, 11.3) и обладает такими же свойствами в $\mathcal{F}(\varphi, \mathbb{C})$ (теоремы 12.2, 12.3).

Все основные результаты в диссертации А.И. Рахимовой новые, они получены лично соискателем, строго доказаны и представляют несомненный научный интерес. В пространствах, рассмотренных в данной работе, подобные задачи решены впервые. Классы операторов, динамические свойства которых исследованы в диссертации, имеют важное значение в комплексном и функциональном анализе и как самостоятельный объект изучения, и в связи с их многочисленными приложениями. Изложена работа достаточно ясно. Приведенные результаты содержатся в 6 статьях автора, 3 их которых входят в перечень ВАК и 3 — в базы данных Web of Sciences и Scopus. Они докладывались автором на многочисленных научных конференциях. Автореферат полно и точно отражает ее содержание.

Сделаю следующие замечания.

1) Стоило бы в § 1 главы 1 сократить количество известных примеров операторов в банаховых пространствах, не обладающих соответствующими динамическими свойствами (достаточно привести ссылки).

2) В следствии 2.5 нужно отметить, что функционал F отличен от скалярного кратного функционала $f \mapsto f(0)$.

3) Доказательство теоремы 7.2 можно сократить, поскольку оно сходно с доказательством теоремы 7.1.

Указанные замечания не влияют на положительную оценку данной работы.

Считаю, что диссертационная работа «Динамические свойства некоторых классических операторов в пространствах бесконечно дифференцируемых и голоморфных функций» удовлетворяет п. 9–11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Рахимова Алсу Ильдаровна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико–математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:
доктор физико–математических наук,
доцент, профессор кафедры алгебры и дискретной математики,
Институт математики, механики и компьютерных наук
им. И.И. Воровича
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет»

Мелихов Сергей Николаевич
14.11.2025

Даю согласие на обработку персональных данных.
Докторская диссертация защищена по специальности
01.01.01. Математический анализ
Адрес основного места работы:
344090, г. Ростов–на–Дону, ул. Мильчакова, 8–а,
Институт математики, механики и компьютерных наук
им. И.И. Воровича,
ФГАОУ ВО «ЮФУ»
Рабочий тел.: +7(863)2975111
E-mail: snmelihov@sfedu.ru

Личную подпись Мелихова С.Н.
удостоверяю
Ученый секретарь Совета
Южного федерального университета
Мирошниченко О.С.