

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию Рахимовой Алсу Ильдаровны
«Динамические свойства некоторых классических операторов в
пространствах бесконечно дифференцируемых и голоморфных функций»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по научной специальности
1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

В диссертации рассматриваются задачи динамики линейных операторов в функциональных топологических векторных пространствах, а именно, изучается поведение итераций классических линейных операторов в весовых пространствах бесконечно дифференцируемых и целых функций и пространстве функций, аналитических в области. Основное внимание уделено исследованию в этих пространствах гиперцикличности, хаотичности и часто-гиперцикличности операторов сдвига, дифференцирования, свертки и некоторых других. Изучение этих вопросов тесно связано с рядом таких направлений функционального анализа, как спектральная теория линейных операторов, теория инвариантных подпространств, эргодическая теория, и после докторской диссертации К. Китаи (Торонто, 1982) на протяжении последних сорока лет привлекает многих известных математиков (Дж. Х. Шапиро, Ж. Годфруа, Р. Девани, Р.М. Гефнер, П. Бурдон, К.С. Чан, А. Монтес-Родригез, С. Гриво, Р.М. Гефнер, К.-Г. Гросс-Эрдман, Ф. Байяр, Э. Матерон, А.Д. Баранов, А.В. Абанин и мн. др.).

Центральное место в динамике линейных операторов занимает понятие гиперциклического оператора в топологическом векторном пространстве (т.в.п.). Первые результаты о гиперцикличности были получены для пространства целых функций для оператора сдвига (Дж. Биркгоф (1929)) и оператора дифференцирования (Дж.Р. Маклейн (1952)). После публикации статей К. Китаи, Дж.Х. Шапиро, Р.М. Гефнера и Ж. Годфруа интерес к данной теме усилился, появилось много исследований динамических свойств операторов в различных функциональных пространствах. В настоящее время этой темой занимаются многие ученые во Франции и Испании: М.Дж. Бельтран, Ж. Боне, А. Бонилья, Дж. Бэс, А. Пэрис, Ф. Байяр, С. Гриво, К.-Г. Гросс-Эрдманн, Э. Матерон, К. Мене, Ф. Леон-Сааведра, М.П. Ромеро де ла Роса и другие. В России изучению динамики линейных операторов посвящены работы А.В. Абанина, Т.И. Абаниной, А.Д. Баранова, А.В. Братищева, А.А. Лишанского, В.Э. Кима.

Основные результаты диссертации изложены в четырех главах.

В первой главе рассматривается пространство функций, аналитических в односвязной области комплексной плоскости с топологией равномерной сходимости на компактах. Доказано, что в нем линейный непрерывный

оператор, коммутирующий с оператором дифференцирования и не являющийся скалярным кратным тождественного отображения, является гиперциклическим (теорема 2.6). Также показано, что он хаотический (теорема 3.2) и часто-гиперциклический (теорема 3.3) в этом пространстве. Приведены примеры различных операторов, обладающих данными динамическими свойствами.

Во второй главе изучены динамические свойства линейных операторов в весовом пространстве Фреше целых функций. Доказано, что в этом пространстве линейный непрерывный оператор, коммутирующий с оператором дифференцирования и не совпадающий со скалярным кратным тождественного отображения, является гиперциклическим (теорема 5.5). Показано, что рассматриваемый оператор обладает свойствами хаотичности (теорема 6.1) и часто-гиперциклическости (теорема 6.2). Проверены свойства гиперциклическости, хаотичности и часто-гиперциклическости некоторых классических операторов в этом пространстве.


В третьей главе в весовом пространстве бесконечно дифференцируемых функций рассмотрено свойство гиперциклическости операторов дифференцирования, сдвига, свертки и их различных композиций. Показано, что в этом пространстве линейный непрерывный оператор, коммутирующий с оператором дифференцирования и не являющийся скалярным кратным тождественного отображения, гиперциклический (теорема 9.1). Также приведены различные примеры таких операторов. Доказаны теоремы о хаотичности и часто-гиперциклическости операторов дифференцирования (теорема 10.2) и композиции дифференцирования и сдвига в данном пространстве (теорема 10.3).

В четвертой главе доказаны утверждения, что обобщенный оператор Данкла является гиперциклическим (теорема 11.2), а также хаотическим и часто-гиперциклическим в пространстве целых функций с топологией равномерной сходимости на компактах (теорема 11.3). Показано, что при выполнении определенного условия на семейства весовых функций обобщенный оператор Данкла обладает свойствами гиперциклическости (теорема 12.2), хаотичности и часто-гиперциклическости в весовом пространстве целых функций (теорема 12.3).

Все основные результаты получены лично соискателем. Они достаточно полно опубликованы в виде 6 статей, из которых 3 статьи изданы в журналах, входящих в международные реферативные базы данных Web of Science и Scopus, приравненных к изданиям из Перечня ВАК, 3 работы — в журналах из Перечня ВАК. Основные результаты диссертации А.И. Рахимовой обсуждались на семинарах по комплексному и гармоническому анализу Института математики с вычислительным центром УФИЦ РАН, а также автор неоднократно докладывала на международных конференциях по теории функций и комплексному анализу.

Диссертация «Динамические свойства некоторых классических операторов в пространствах бесконечно дифференцируемых и голоморфных функций» Рахимовой Алсу Ильдаровны удовлетворяет п. 9–11, 13, 14 постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней» (в редакции от 16.10.2024 г.). Диссертационная работа рекомендуется к защите, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель
Доктор физико-математических наук
(01.01.01 — Математический анализ),
ведущий научный сотрудник
отдела теории функций и
функционального анализа,
и.о. директора Института математики
с вычислительным центром –
обособленного структурного подразделения
Федерального государственного бюджетного
научного учреждения Уфимского федерального
исследовательского центра Российской академии наук

 / Мусин
Ильдар Хамитович

« 12 » 05 2025 г.

450008, г. Уфа, ул. Чернышевского, 112
Телефон: 8(347) 272-59-36
E-mail: musin_ildar@mail.ru

Подпись Мусина И.Х. заверяю
Ученый секретарь
ИМВЦ УФИЦ РАН, к.ф.-м.н.



В.Ф. Вильданова