

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 99.0.110.02, СОЗДАННОГО  
НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
НАУЧНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ УФИМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ  
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_

решение диссертационного совета от 16 февраля 2024 г. № 13

О присуждении Беловой Анне Сергеевне, гражданину РФ, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Методы теории возмущений в задачах об устойчивости и параметрическом резонансе для автономных и периодических гамильтоновых систем» по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика принята к защите 01.12.2023 г. (протокол № 9) диссертационным советом 99.0.110.02, созданным на базе Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450054, г. Уфа, Проспект Октября, 71), Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32), созданного приказом № 521/нк от 24.03.2023 г.

Соискатель, Белова Анна Сергеевна, 30.03.1995 года рождения. В 2019 году окончила Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный университет»

по направлению подготовки 01.04.01 Математика с присвоением квалификации Магистр.

В 2023 году окончила аспирантуру по очной форме обучения Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика с присвоением квалификации «Исследователь. Преподаватель-исследователь».

Работает в должности ассистента кафедры дифференциальных уравнений и теории управления Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Диссертация выполнена на кафедре дифференциальных уравнений Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель – Юмагулов Марат Гаязович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры дифференциальных уравнений Института информатики, математики и робототехники ФГБОУ ВО "Уфимский университет науки и технологий".

Официальные оппоненты:

1. Каменский Михаил Игоревич, доктор физико-математических наук (01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессор, заведующий кафедрой функционального анализа и операторных уравнений математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет»;

2. Наимов Алижон Набиджанович, доктор физико-математических наук (01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессор, профессор кафедры математики и

информатики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Вологодский государственный университет» дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва, в своем положительном отзыве, подписанном Починкой Ольгой Витальевной, доктором физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), доцентом, заведующим кафедрой фундаментальной математики факультета информатики, математики и компьютерных наук, утвержденном первым проректором ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» – доктором экономических наук, профессором Радаевым Вадимом Валерьевичем, указала, что диссертационная работа Беловой Анны Сергеевны «Методы теории возмущений в задачах об устойчивости и параметрическом резонансе для автономных и периодических гамильтоновых систем» соответствует требованиям пунктов 9-10 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 года № 842, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Соискатель имеет 20 опубликованных работ по теме диссертации, из них 8 статей – в отечественных изданиях, входящих в перечень ВАК, 12 – публикации в других изданиях и тезисы докладов.

Общий объем публикаций по теме диссертации 4.9 п.л., авторский вклад – 2.9 п.л. В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах.

Наиболее значимые работы по теме диссертации:

- 1) Belova, A. S. Boundaries of the region of stability of autonomous Hamiltonian systems / A. S. Belova, L. S. Ibragimova, I. G. Mustafina // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2023. — Vol. 44, no. 5. — P. 1823—1828.
- 2) Belova, A. S. Stability of equilibrium points for a Hamiltonian systems with two degrees of freedom in the problem of parametric resonance / A. S. Belova // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2022. — Vol. 43, no. 6. — P. 1486—1491.
- 3) Yumagulov, M. G. Investigation of the problem on a parametric resonance in Lurie systems with weakly oscillating coefficients / M. G. Yumagulov, L. S. Ibragimova, A. S. Belova // Autom. Remote Control. — 2022. — Vol. 83, no. 2. — P. 252—263.
- 4) Yumagulov, M. G. Perturbation theory methods in problem of parametric resonance for linear periodic Hamiltonian systems / M. G. Yumagulov, L. S. Ibragimova, A. S. Belova // Ufa Mathematical Journal. — 2021. — Vol. 13, no. 3. — P. 174—190.
- 5) Yumagulov, M. G. Methods for studying the stability of linear periodic systems depending on a small parameter / M. G. Yumagulov, L. S. Ibragimova, A. S. Belova // J. Math. Sci., New York. — 2021. — Vol. 258, no. 1. — P. 115—127.
- 6) Yumagulov, M. G. First approximation formulas in the problem of perturbation of definite and indefinite multipliers of linear Hamiltonian systems / M. G. Yumagulov, L. S. Ibragimova, A. S. Belova // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2021. — Vol. 42, no. 15. — P. 3773—3783.
- 7) Yumagulov, M. G. Approximate research of problems on perturbation of periodic and autonomous Hamiltonian systems in critical cases / M. G. Yumagulov, L. S. Ibragimova, A. S. Belova // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2020. — Vol. 41, no. 9. — P. 1924—1931.
- 8) Юмагулов, М. Г. Алгоритмы построения границ областей устойчивости линейных гамильтоновых систем с помощью пакета Matlab / М. Г. Юмагулов, А. С. Белова // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — 2017. — Т. 13, № 4. — С. 270—275.

На диссертацию поступили отзывы:

1. Ведущей организации: Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) Следовало бы существенно больше внимания уделить сравнительному анализу предлагаемых в диссертации подходов и формул с другими известными методами исследования рассматриваемых в диссертации задач. Этот анализ можно было бы провести, например, при обсуждении некоторых из многочисленных примеров, рассмотренных в диссертации.

2) В п. 2.1.2 говорится о том, что автор «расширяет» предложенную М.Г. Крейном классификацию мультипликаторов линейных периодических гамильтоновых систем на случай собственных значений матриц линейных автономных гамильтоновых систем. Следовало бы более аккуратно сформулировать это предложение.

2. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, заведующего кафедрой функционального анализа и операторных уравнений математического факультета ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» Каменского Михаила Игоревича. Отзыв положительный. В отзыве указаны следующие замечания:

1) В качестве замечания отмечу, что часть материала в диссертации изложена слишком схематично. В частности, в пп. 2.2 и 3.3 изложения, посвященные исследованию устойчивости положений равновесия нелинейных гамильтоновых систем, приведены излишне лаконично.

2) В качестве второго замечания укажу на нестандартно подготовленный список литературы: по мере упоминания, а не по алфавиту. Это затрудняет проведение анализа библиографии, в частности, на предмет полноты литературных источников.

3. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, профессора кафедры математики и информатики, ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет» Наимова Алижона

Набиджановича. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) В пп. 2.2 и 3.3 полученные результаты об устойчивости нулевого решения нелинейных гамильтоновых систем не оформлены как утверждения (теоремы, леммы и т.п.), что может повлиять на восприятие важности этих результатов.

2) В работе не указаны направления дальнейших исследований по теме диссертации. В порядке пожелания можно отметить, что основные результаты диссертации можно обобщить для приводимых и правильных (по Ляпунову) гамильтоновых систем, а также для гамильтоновых систем в бесконечномерных пространствах. Кроме того, можно расширять исследования, используя матрицы коэффициентов при старших степенях малого параметра.

3) Не отмечено, что системы (1.33) и (1.34) преобразованиями Ляпунова можно привести к системам с постоянными матрицами (теорема Флоке). Этот факт важен с точки зрения обобщения результатов диссертации для приводимых и правильных (по Ляпунову) гамильтоновых систем.

4) В главах диссертации явно не указаны, какие результаты являются основными и в каких работах они опубликованы. В связи с этим отмечу, что А.С. Беловой в соавторстве изданы два учебных пособия по теме диссертации, а это немаловажно в освещении результатов диссертации.

5) В диссертации имеются незначительные опечатки: на стр. 8 - п. 1.1, первый абзац, на стр. 26 - в формуле, идущей перед формулой (1.45), на стр. 43 - в доказательстве утверждения  $U_1$ , на стр. 79 - последняя строка.

6) Доказательства леммы 1.1 на стр. 10 и утверждения  $U_3$  на стр. 43 требуют дополнительных пояснений.

7) Список литературы представлен не в алфавитном порядке.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их высокой профессиональной деятельностью, наличием публикаций, компетенцией по теме диссертации, позволяющей определить ее научную и практическую ценность. Ведущая организация и оппоненты не имеют совместных исследований и публикаций с соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

– Разработаны новые формулы первого приближения для возмущений собственных значений гамильтоновых матриц, зависящих от малого параметра. На основе разработанных формул получены новые признаки устойчивости решений автономных гамильтоновых систем в критических случаях.

– Разработаны новые формулы первого приближения в задаче о возмущении мультипликаторов линейных периодических гамильтоновых систем, зависящих от малого параметра. На основе разработанных формул получены новые признаки устойчивости решений периодических гамильтоновых систем в критических случаях.

– Разработаны новые подходы исследования задачи о параметрическом резонансе для линейных и нелинейных периодических гамильтоновых систем. Изучен ряд приложений в задачах теории управления и механики.

Работа носит теоретический характер. В ней предложены и обоснованы качественный и приближенный методы исследования задач об устойчивости и о параметрическом резонансе для гамильтоновых систем. Предлагаемые методы могут быть использованы в задаче о построении границ областей устойчивости гамильтоновых систем в пространстве их параметров, в задачах о локальных бифуркациях динамических систем.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что полученные результаты имеют потенциал для применения и дальнейшего развития в Московском, Уфимском, Вологодском, Екатеринбургском, Воронежском, Нижегородском, Пермском, Ярославском университетах, Институте математики с ВЦ УФИЦ РАН и других научных и образовательных организациях, в которых ведутся исследования в области теории устойчивости решений дифференциальных уравнений в критических и резонансных случаях.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что их обоснованность обеспечивается строгими математическими выкладками и доказательствами, опирающимися на современные и классические методы

теории динамических систем, а также на ранее полученные результаты известных ученых, работающих в этом направлении.

Все результаты диссертации получены лично соискателем.

Личный вклад соискателя состоит также в непосредственном участии во всех стадиях научно-исследовательского процесса: от постановки задач, изучения истории вопроса и до подготовки полученных результатов к публикации.

В ходе защиты диссертации критических замечаний высказано не было.

На заседании 16.02.2024 г. диссертационный совет принял решение за исследования законченного характера в области теории возмущений в задачах об устойчивости и параметрическом резонансе для автономных и периодических гамильтоновых систем, основные выводы которых вносят значительный вклад в теорию динамических систем, присудить Беловой Анне Сергеевне ученую степень кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 17 человек, из них 8 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 21 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 17, против – 0.

Председатель  
диссертационного совета

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Фазуллин Зиганур Юсупович

Исаев Константин Петрович

16 февраля 2024 года