

УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор федерального
государственного автономного
образовательного учреждения высшего
образования «Национальный
исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
д.э.н., профессор Валим Валерьевич Радаев


« 9 » января 2024 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Беловой Анны Сергеевны
«Методы теории возмущений в задачах об устойчивости и параметрическом
резонансе для автономных и периодических гамильтоновых систем»,
представленную на соискание учёной степени кандидата физико-
математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные
уравнения и математическая физика

Актуальность темы диссертации

Многие задачи об устойчивости положений равновесия динамических систем, зависящих от параметров, связаны с ситуациями, когда частоты колебаний линеаризованных уравнений удовлетворяют различным резонансным соотношениям. В таких случаях при изменении параметров системы могут существенно измениться как характер устойчивости положения равновесия, так и свойства других решений в его окрестности; здесь возможны и различные бифуркации. Изучение таких задач занимает одно из центральных мест в современной теории дифференциальных уравнений, теории динамических систем и ее многочисленных приложений.

Тема диссертационной работы Беловой А.С. связана с указанным научным направлением. В ней изучаются задачи об устойчивости решений линейных и нелинейных периодических гамильтоновых систем в критических случаях. Основное внимание уделяется вопросам разработки новых формул, основанных на методах теории возмущений и позволяющих проводить анализ

устойчивости решений гамильтоновых систем в задаче о параметрическом резонансе. Изучаемые задачи являются классическими и восходят к известным трудам отечественных и зарубежных ученых: А. Пуанкаре, А.М. Ляпунова, А.Н. Колмогорова, В.И. Арнольда, Ю. Мозера, А.П. Маркеева, Дж. Биркгофа, В.В. Козлова, И.Г. Малкина, Д. Трещева, Л.П. Шильникова и др. Несмотря на то, что исследованиям, посвященным анализу устойчивости гамильтоновых систем, в том числе при резонансах, посвящено много работ, эта область теории динамических систем продолжает вызывать значительный интерес. Исследования продолжаются в различных направлениях, включая как разработки теоретического плана, так и разнообразные практические применения. Тема диссертации является актуальной.

Новизна полученных результатов и выводов

Диссертация Беловой А.С. содержит следующие новые результаты:

1. Получены новые формулы первого приближения для возмущений простых и кратных собственных значений линейных автономных гамильтоновых систем (теоремы 2.2 и 2.3), а также дефинитных и индефинитных мультипликаторов линейных периодических гамильтоновых систем (теоремы 3.2 и 3.3).
2. Предложены новые подходы исследования задач об устойчивости и сильной устойчивости автономных и периодических гамильтоновых систем в основных критических случаях (теорема 2.1 и следствия 2.1-2.3 и 3.1-3.2).
3. Предложены новые подходы, позволяющие эффективно изучать задачи о параметрическом резонансе в условиях простого и комбинационного резонансов для линейных (следствия 3.3-3.5) и нелинейных (пп. 3.3.2 и 3.3.3) периодических гамильтоновых систем.

Эти результаты сопровождаются подробными и ясными доказательствами. Приведен ряд примеров, иллюстрирующих эффективность предложенных подходов и формул.

Апробация работы и публикации

Результаты являются новыми и опубликованы в 8 научных публикациях, входящих в перечень ВАК, 7 из них входят в международные базы данных (Web of Science, Scopus или RSCI). Основные результаты докладывались на 12 международных конференциях, а также на заседаниях на научном семинаре лаборатории динамических систем и приложений в Нижегородском филиале ФГБОУ ВО Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (г. Нижний Новгород); на Общегородском семинаре им. А.М. Ильина по дифференциальным уравнениям математической физики Института математики с вычислительным центром УФИЦ РАН (г. Уфа); на постоянно действующем научном семинаре кафедр математического анализа и дифференциальных уравнений ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» (г. Уфа).

Доклад Беловой А.С. по материалам диссертации был представлен на заседании (10 мая 2023 г.) научного семинара международной лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ.

Обоснованность научных положений и выводов, сформулированных в диссертации

Диссертация Беловой А.С. состоит из введения, трёх глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 118 страниц. Список литературы содержит 107 наименования. Структура работы соответствует логике исследования и хорошо организована.

Первая глава диссертации носит вспомогательный характер. В ней предлагаются способы построения формул теории возмущений линейных операторов, зависящих от малого параметра и их приложениям в задаче исследования устойчивости точек равновесия автономных и периодических дифференциальных уравнений, зависящих от малого параметра. Эти формулы играют существенную роль в последующих построениях.

Основные результаты диссертации содержатся во второй и третьей главах.

Вторая глава посвящена исследованию устойчивости решений автономных гамильтоновых систем, зависящих от малого параметра. В § 2.1 рассматривается задача определения формул первого приближения для возмущений собственных значений гамильтоновых матриц, а также рассматривается вопрос об устойчивости линейных гамильтоновых систем в критических случаях. В § 2.2 рассматривается вопрос об устойчивости положения равновесия нелинейной автономной гамильтоновой системы с двумя степенями свободы. В § 2.3 в качестве приложения рассматривается вопрос об устойчивости положения равновесия одноконтурной системы управления.

Третья глава посвящена исследованию устойчивости решений периодических гамильтоновых систем, зависящих от малого параметра. В § 3.1 получены новые формулы первого приближения в задаче о возмущении мультипликаторов линейных периодических гамильтоновых систем. Эти формулы позволяют изучить вопрос об устойчивости линейных периодических гамильтоновых систем в критических случаях. Основное внимание в главе уделяется изучению задачи о параметрическом резонансе гамильтоновых систем. В §§ 3.2-3.3 предлагаются новые подходы, позволяющие провести изучение указанной задачи для линейных и нелинейных периодических гамильтоновых систем. В §§ 3.4-3.5 рассматриваются приложения.

Соответствие содержания диссертации автореферату и указанной специальности

Диссертация посвящена решению актуальных задач современной теории динамических систем, а ее результаты существенны для теории устойчивости гамильтоновых систем в критических и резонансных случаях и ее приложений. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа и автореферат полностью удовлетворяют паспорту научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика, направление исследований 1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Значимость результатов для науки и производства

Работа носит теоретический характер. В ней предложены и обоснованы качественный и приближенный методы исследования задач об устойчивости и о параметрическом резонансе для гамильтоновых систем. Предлагаемые методы могут быть использованы в задаче о построении границ областей устойчивости гамильтоновых систем в пространстве их параметров, в задачах о локальных бифуркациях динамических систем.

Результаты диссертации имеют потенциал для применения и дальнейшего развития в Московском, Уфимском, Вологодском, Екатеринбургском, Воронежском, Нижегородском, Пермском, Ярославском университетах, Институте математики с ВЦ УНЦ РАН и других научных и образовательных организациях, в которых ведутся исследования в области теории устойчивости решений дифференциальных уравнений в критических и резонансных случаях.

Замечания по диссертационной работе

1. Следовало бы существенно больше внимания уделить сравнительному анализу предлагаемых в диссертации подходов и формул с другими известными методами исследования рассматриваемых в диссертации задач. Этот анализ можно было бы провести, например, при обсуждении некоторых из многочисленных примеров, рассмотренных в диссертации.

2. В п. 2.1.2 говорится о том, что автор "расширяет" предложенную М.Г. Крейном классификацию мультипликаторов линейных периодических гамильтоновых систем на случай собственных значений матриц линейных

автономных гамильтоновых систем. Следовало бы более аккуратно сформулировать это предложение.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Вывод

Диссертационная работа Беловой Анны Сергеевны «Методы теории возмущений в задачах об устойчивости и параметрическом резонансе для автономных и периодических гамильтоновых систем», соответствует требованиям пунктов 9-10 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 года № 842, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, профессором кафедры фундаментальной математики факультета информатики, математики и компьютерных наук НИУ ВШЭ – Нижний Новгород федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» Починкой Ольгой Витальевной.

Отзыв рассмотрен и одобрен на заседании кафедры фундаментальной математики факультета информатики, математики и компьютерных наук НИУ ВШЭ – Нижний Новгород федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», протокол № 8.1.01-01/201223-1 от «20» декабря 2023 года.

Сведения о ведущей организации:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)

Адрес: 101000 г. Москва, ул. Мясницкая, 20.

Тел.: (495) 771-32-32

Электронная почта: hse@hse.ru

Сайт: <http://www.hse.ru>

Нижегородский филиал Федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Место нахождения: 603014, г. Нижний Новгород, Сормовское шоссе, дом 30.

Почтовый адрес: 603155, г. Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, дом
25/12.

Тел.: (831) 278-09-63

Электронная почта: nnov@hse.ru

Сайт: <https://nnov.hse.ru/>

Заведующий кафедрой фундаментальной
математики факультета информатики,
математики и компьютерных наук
НИУ ВШЭ – Нижний Новгород,
доктор физико-математических наук,
доцент

Починка Ольга Витальевна



О. В. Починкина

НАЧАЛЬНИКОМ
КАДРОВ
МОЛИНОЙ