ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 99.0.110.02, СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО НАУЧНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ УФИМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ» МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК

аттестационное дело № _____

решение диссертационного совета от 28 сентября 2026 г. № 52

О присуждении Бжеумиховой Оксане Игоревне, гражданке Российской Федерации, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Краевые задачи для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента» по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика принята к защите 09.06.2026 г. (протокол № 48) диссертационным советом 99.0.110.02, созданным на базе Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450054, г. Уфа, Проспект Октября, 71), Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32), созданного приказом № 521/нк от 24.03.2023 г.

Соискатель, Бжеумихова Оксана Игоревна, 25.05.1985 года рождения. В 2009 году с отличием окончила Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кабардино-Балкарский

государственный университет им. Х.М. Бербекова» с присуждением квалификации Магистра математики по направлению «Математика».

В 2013 году окончила аспирантуру по очной форме обучения в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» по специальности 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана Федеральным государственным бюджетным научным учреждением «Федеральный научный центр «Кабардино-Балкарский научный центр Российской академии наук» (КБНЦ РАН)» в 2024 году. Справка об обучении выдана Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» в 2025 году.

Работает в должности старшего преподавателя кафедры алгебры и дифференциальных уравнений Института математики и естественных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова», Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.

Диссертация выполнена на кафедре алгебры и дифференциальных уравнений Института математики и естественных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова», Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель — Кожанов Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математики факультета информационных технологий Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет».

Официальные оппоненты:

1. Кожевникова Лариса Михайловна, доктор физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессор, главный научный сотрудник сектора проведения фундаментальных научных исследований Стерлитамакского филиала федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий»;

2. Ломов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения), профессор, профессор кафедры общей математики факультета вычислительной математики и кибернетики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет», г. Иркутск, в своем положительном отзыве, подписанном Фалалеевым Михаилом Валентиновичем, доктором физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессором, заведующим кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений, утвержденном проректором по научной работе и международной деятельности, кандидатом биологических наук Аксеновым-Грибановым Денисом Викторовичем, указала, что диссертационная работа Бжеумиховой Оксаны Игоревны «Краевые задачи для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента» является завершенной научно-квалификационной работой,

выполненной на высоком научном уровне, в которой содержится решение важной задачи – развитие теории дифференциальных уравнений с инволюцией. Диссертационная работа Бжеумиховой Оксаны Игоревны на тему «Краевые задачи для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента» соответствует паспорту специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика» и отвечает требованиям пунктов 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Автор диссертационной работы Бжеумихова Оксана Игоревна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

По теме диссертации опубликовано 19 научных работ, в том числе 4 статьи — в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в международных базах данных Scopus и Web of Science.

Общий объем публикаций по теме диссертации составляет 4,81 п.л., авторский вклад — 4,36 п.л. В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах.

Наиболее значимые работы по теме диссертации:

1. Бжеумихова, О. И. Эллиптические уравнения с инволютивным отклонением аргумента / О. И. Бжеумихова // Владикавказский математический журнал. – 2025. – Т. 27, № 3. – С. 5-20. – DOI: 10.46698/i3311-3054-4734-g.

2. Кожанов, А. И. Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений второго порядка с инволюцией в старших членах / А. И. Кожанов, О. И. Бжеумихова // Математические заметки СВФУ. – 2025. – Т. 32, № 2. – С. 10-23. – DOI: 10.25587/2411-9326-2025-2-10-23.

3. Кожанов, А. И. Собственные функции и собственные числа дифференциальных уравнений с инволюцией / А. И. Кожанов, О. И.

Бжеумихова // Сибирский математический журнал. – 2024. – Т. 65, № 5(387). – С. 953-964. DOI: 10.33048/smzh.2024.65.513.

4. Kozhanov, A.I. Elliptic and Parabolic Equations with Involution and Degeneration at Higher Derivatives / A.I. Kozhanov, O.I. Bzheumikhova // Mathematics. – 2022. – Vol. 10, No. 18:3325. – P. 1-10. DOI: https://doi.org/10.3390/math10183325.

На диссертацию поступили отзывы:

1. Ведущей организации Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Иркутский государственный университет», г. Иркутск. Отзыв положительный. При обсуждении диссертационной работы Бжеумиховой О.И. было отмечено, что в первой главе работы можно было бы исследовать неоднородные уравнения, отдельные описки и опечатки в тексте диссертации носят редакционной характер и не влияют на общую положительную оценку работы.

2. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, главного научного сотрудника сектора проведения фундаментальных научных исследований Стерлитамакского филиала федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Кожевниковой Ларисы Михайловны. Отзыв положительный. В отзыве указаны следующие замечания:

1) Отдельные уточнения к первой главе. В пункте 3 теоремы 1.2 (с. 28) знаки параметра μ следует поменять местами: $\mu = \mu_m$ при $m = 2l - 1$ и $\mu = -\mu_m$ при $m = 2l$. В доказательстве теоремы 1.4 (с. 33) необходимо отдельно оговорить случай $\lambda = \mu = 0$, когда уравнение $y' = 0$ имеет произвольные постоянные решения. Наконец, в доказательстве теоремы 1.6 (с. 36) равенство $cos(\gamma T/2) = -1$ при $\gamma T = 2\pi m$ справедливо лишь для нечетных m; поэтому достаточно выбрать последовательность $m = 2k - 1$. Эти уточнения не изменяют содержания соответствующих результатов, но должны быть отражены в их формулировках и доказательствах.

2) Применение метода продолжения по параметру в теоремах 2.3 и 2.4. В условиях (2.27), (2.30), (2.32) при $a(x,t) < 0$ нижняя коэрцитивная оценка должна выражаться через $-\max\limits_{\bar{Q}} a$ либо $\min\limits_{\bar{Q}} |a|$. В доказательстве теоремы 2.3 вместо необходимой оценки полной нормы (2.29) фактически получена лишь оценка (2.31) нормы решения в $L_2(Q)$. В теореме 2.4 оценка (2.33) контролирует норму решения и его производной по t, но также не обеспечивает оценки полной нормы в $W_2^2(Q)$. Следует указать конкретное неравенство эллиптической теории, которое совместно с оценками (2.31) и (2.33) позволяет получить требуемую оценку в $W_2^2(Q)$, а также привести точную ссылку, обосновывающую разрешимость соответствующей задачи при $\rho = 0$.

3) Некоторые этапы доказательства теоремы 2.5. При выводе оценки (2.46) используются производные коэффициентов по времени, тогда как в формулировке теоремы предполагается лишь $a, b \in C(\bar{Q})$. Таким образом, условия теоремы не согласованы с проведенным доказательством.

Существование решений регуляризованной задачи (2.38), (2.21), (2.24) в диссертации не доказано. Ссылка на работу [36] не является непосредственным обоснованием, поскольку в ней рассматривается задача без инволютивного члена $b(x,t)u\big(x,\varphi(t)\big)$. Требует пояснения, на каком основании метод продолжения по параметру обеспечивает разрешимость полной регуляризованной задачи.

При предельном переходе без достаточного обоснования утверждается слабая сходимость следов $u_{m_k}(\cdot,0)$ и $u_{m_k}(\cdot,T)$ в $W_2^2(\Omega)$. Такая сходимость непосредственно не следует из слабой сходимости $u_{m_k} \to u$ в $W_2^2(Q)$, поэтому сохранение в пределе нелокального условия $u(x,0) = \alpha u(x,T)$ остается необоснованным.

4) Отдельные этапы доказательства теоремы 3.4 требуют пояснения. В доказательстве теоремы 3.4 (с. 74-75) разрешимость регуляризованной задачи при фиксированном ε, вывод оценок (3.32)-(3.34) и предельный переход изложены лишь в общих чертах. В частности, не указаны используемые слабые

сходимости и не пояснено сохранение начально-краевых условий при переходе к пределу. Эти этапы доказательства требуют более подробного обоснования.

5) Неполнота условий теоремы 3.5. В приведенной на с. 82 схеме доказательства единственности уравнение (3.40) умножается на u_t. При последующем интегрировании по частям возникает производная a_{1x}. Поэтому для проведения указанного доказательства необходимо условие $a_x \in C(\bar{Q})$, которое в формулировке теоремы 3.5 отсутствует.

6) Доказательство теоремы 3.6. В доказательстве теоремы 3.6 основная равномерная по ε оценка и предельный переход приведены лишь по аналогии с невырожденным случаем. Однако из условия $|a(x,t)| \leq 1$ следует лишь неотрицательность возникающей энергетической формы, тогда как ее коэрцитивность при допускаемом вырождении, например при $a \equiv \pm 1$, может нарушаться. Поэтому приведенная схема оценки не обеспечивает контроля производной u_{xxx}, необходимого для заявленного включения $u_x \in W_2^2(Q)$, и условия либо заключение теоремы 3.6 требуют уточнения. Кроме того, при обработке интеграла, содержащего f и $u_{xxxx\tau}$, необходимо отсутствующее в формулировке условие $f_x \in L_2(Q)$.

7) Отдельные этапы доказательства теоремы 3.7. Разрешимость регуляризованной задачи при фиксированном ε, возможность дифференцирования уравнения (3.51) по t и предельный переход изложены без достаточного обоснования.

В оценке (3.52) постоянная N_3 зависит также от функции $a(t)$ и нижней границы α_0. Кроме того, приведенное перед (3.53) равенство дает член с множителем ε, тогда как соответствующий интеграл в (3.53) записан без этого множителя. Получение невзвешенной оценки требует дополнительного энергетического тождества и проверки достаточности сформулированных условий на f.

Указанные замечания требуют пояснения соискателя.

3. Официального оппонента, доктора физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения), профессора, профессора кафедры общей математики факультета вычислительной математики и кибернетики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Ломова Игоря Сергеевича. Отзыв положительный. Существенных замечаний, влияющих на положительную оценку работы, у оппонента не имеется.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их высокой профессиональной деятельностью, наличием публикаций, компетенцией по теме диссертации, позволяющей определить ее научную и практическую ценность. Ведущая организация и оппоненты не имеют совместных исследований и публикаций с соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

1) установлено влияние слагаемых с инволютивным отклонением аргумента в обыкновенных дифференциальных уравнениях на корректность задачи Коши и задач с нелокальными условиями, а также исследованы вопросы единственности решений краевых задач для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента;

2) доказаны теоремы разрешимости классических и нелокальных краевых задач для линейных параболических и эллиптических уравнений второго порядка с общей инволюцией в младших членах;

3) доказаны теоремы разрешимости в пространствах Соболева краевых задач для эллиптических и параболических уравнений с переменными коэффициентами и общей инволюцией в старших производных;

4) установлены достаточные условия разрешимости начально-краевых задач для линейных гиперболических уравнений второго порядка с переменными коэффициентами и инволютивным отклонением аргумента в старших производных.

Результаты работы имеют теоретический характер. Все основные результаты диссертации являются новыми, представляют научный интерес и носят законченный характер. Они дополняют исследования предыдущих авторов и вносят существенный вклад в теорию дифференциальных уравнений с инволютивным отклонением аргумента.

Полученные в работе результаты могут быть использованы при дальнейшем изучении уравнений в частных производных с инволюцией, а также при решении прикладных задач, математические модели которых описываются уравнениями рассматриваемого типа.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что их обоснованность обеспечивается корректностью постановок рассматриваемых задач, применением строгих методов теории дифференциальных уравнений и функционального анализа, получением необходимых априорных оценок, использованием методов регуляризации и продолжения по параметру, а также последовательным доказательством существования и единственности решений в соответствующих функциональных пространствах. Полученные результаты согласуются с известными положениями теории краевых задач для дифференциальных уравнений и дополняют их применительно к уравнениям с инволютивным отклонением аргумента.

Все результаты диссертации получены лично соискателем.

Личный вклад соискателя состоит также в непосредственном участии во всех стадиях научно-исследовательского процесса: от постановки задач, изучения истории вопроса и до подготовки полученных результатов к публикации.

В ходе защиты диссертации критических замечаний высказано не было.

Соискатель Бжеумихова О.И. ответила на задаваемые ей в ходе заседания вопросы и привела собственную аргументацию.

На заседании 28.09.2026 г. диссертационный совет принял решение за исследование краевых задач для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента, основные результаты которого вносят

значительный вклад в теорию дифференциальных уравнений с инволюцией, присудить Бжеумиховой Оксане Игоревне учёную степень кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 15 человек, из них 8 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 20 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 15, против – 0.

Председатель
диссертационного совета Фазуллин Зиганур Юсупович

Ученый секретарь
диссертационного совета Исаев Константин Петрович

28 сентября 2026 года