

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Бжеумиховой Оксаны Игоревны «Краевые задачи для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертационная работа Бжеумиховой Оксаны Игоревны посвящена исследованию краевых задач для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента – одного из активно развивающихся направлений современной теории дифференциальных уравнений. Указанные уравнения возникают при моделировании процессов, обладающих свойствами симметрии, отражения, обращения времени и пространственных преобразований, и находят применение в задачах механики, теории колебаний, математической физики и ряде смежных областей.

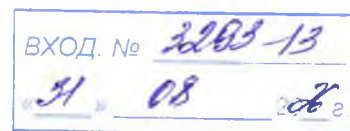
В работе получены новые результаты о разрешимости краевых задач, включая задачи с интегральными условиями, для уравнений с общей инволюцией в младших членах и старших производных. Показано, что наличие инволютивных слагаемых существенно влияет на корректность задачи Коши и на свойства единственности и неединственности решений различных классов краевых задач.

Несмотря на значительное число исследований, посвящённых дифференциальным уравнениям с инволютивным отклонением аргумента, теория краевых задач для уравнений в частных производных с общей инволюцией остаётся недостаточно разработанной. Основная часть известных результатов ограничена одномерными постановками либо простейшими линейными преобразованиями. В связи с этим исследование разрешимости краевых задач для широких классов уравнений, содержащих общую инволюцию, как в младших, так и в старших членах, обладает несомненной научной новизной и актуальностью.

Предложенные автором методы и полученные результаты не только расширяют современную теорию дифференциальных уравнений с инволюцией, но и создают основу для дальнейшего исследования более сложных нелинейных и нелокальных задач. Таким образом, тематика работы отвечает современному уровню развития теории дифференциальных уравнений.

Указанные обстоятельства обуславливают актуальность тематики работы.

Основные научные результаты диссертации состоят в следующем.



Получены новые результаты, касающиеся спектральных свойств дифференциальных операторов с инволюцией и вопросов существования и единственности решений широкого класса краевых и смешанных задач.

Исследовано влияние слагаемого с инволютивным отклонением аргумента на корректность задачи Коши и нелокальных задач для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (глава I, задачи 1-4). Автором получены критерии существования и отсутствия нетривиальных решений, исследованы собственные значения и собственные функции задач с периодическими, антипериодическими и интегральными условиями. Нетривиальные решения при этом выписываются в явном виде. Важным результатом является распространение полученных выводов на спектральные задачи для параболических и псевдопараболических уравнений с инволюцией, а также исследование влияния инволютивного слагаемого на вопросы единственности и неединственности решений краевых задач для эллиптических уравнений (глава I, задачи 5-6). Нетривиальные решения при этом представлены рядами Фурье по собственным функциям оператора Лапласа.

Исследован широкий класс краевых и нелокальных задач в цилиндрической области для линейных параболических (глава II, задачи 7,8) и эллиптических уравнений (глава II, задачи 9-11) второго порядка, содержащих общую инволюцию в младших членах. Для различных типов граничных условий, включая интегральные условия, доказаны теоремы существования и единственности регулярных решений в пространствах С.Л. Соболева. Для установления этих результатов используется метод продолжения по параметру, позволяющий воспользоваться известными результатами для задач без инволюций. Для применения этого метода были получены априорные оценки для решений серии задач. Эти результаты существенно расширяют известные ранее результаты для уравнений данного типа и охватывают новые классы нелокальных постановок.

Исследованы краевые задачи для уравнений второго порядка, в которых инволютивное преобразование аргумента входит в старшие производные. Рассмотрены эллиптические, параболические (глава III, задачи 12, 13) и гиперболические уравнения (глава III, задачи 14, 15) с переменными коэффициентами. Интерес представляют результаты, полученные как для невырожденных, так и для вырожденных случаев. Для рассматриваемых задач доказаны теоремы существования и единственности решений в пространствах С.Л. Соболева, что существенно расширяет современную теорию уравнений с инволюцией и представляет самостоятельный научный интерес. Для решения задач с вырождением используется метод продолжения по параметру. Задачи с

вырождением исследуются с помощью метода регуляризации. Для этого рассматривается регуляризованная задача для уравнения более высокого порядка с параметром, для решения которой вновь используется метод продолжения по параметру. Полученные априорные оценки позволяют совершить предельный переход и получить требуемый результат для исходной задачи.

Существенных замечаний, влияющих на положительную оценку работы, у оппонента не имеется.

Диссертационная работа Бжеумиховой Оксаны Игоревны представляет собой законченное научное исследование, выполненное на высоком теоретическом уровне и посвященное решению актуальных задач современной теории дифференциальных уравнений и математической физики. Работа отличается логической целостностью, внутренней согласованностью и последовательностью изложения материала.

Автором получены новые результаты в области исследования краевых и смешанных задач для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента, имеющие существенное значение для дальнейшего развития теории функционально-дифференциальных уравнений. Особо следует отметить широкий охват рассматриваемых задач, включающий эллиптические, параболические и гиперболические уравнения с инволюцией, как в старших производных, так и в младших слагаемых.

Полученные результаты обладают научной новизной, являются математически строгими и достаточно обоснованными. Их достоверность обеспечивается применением апробированных методов исследования, построением необходимых априорных оценок и проведением полного анализа условий разрешимости рассматриваемых задач.

Диссертация имеет не только теоретическую ценность, но и создает методологическую основу для дальнейших исследований краевых задач с инволютивными преобразованиями аргумента, а также для изучения более сложных нелинейных и нелокальных моделей математической физики.

Результаты диссертации прошли широкую апробацию на 16 международных конференциях и семинарах; основные результаты опубликованы в 4 рецензируемых журналах из списка ВАК и/или баз Scopus/Web of Science, а также в 15 тезисах докладов. Личный вклад автора является определяющим – все доказательства и априорные оценки получены лично соискателем.

Диссертация О.И. Бжеумиховой соответствует паспорту специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика по следующим направлениям исследований: 1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; 2. Начальные, краевые и смешанные задачи для

дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; 3. Спектральные задачи для дифференциальных операторов; 11. Теория функционально-дифференциальных уравнений и нелокальных краевых задач.

Диссертация представляет собой законченное и целостное научное исследование, и удовлетворяет пунктам 9-11,13,14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа О.И. Бжеумиховой «Краевые задачи для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента», полностью соответствует требованиям, предъявляемым ВАК Российской Федерации к кандидатским диссертациям. а ее автор. Бжеумихова Оксана Игоревна, безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор,

профессор кафедры общей математики

факультета вычислительной математики и кибернетики

Федерального государственного бюджетного

образовательного учреждения высшего образования

«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Ломов Игорь Сергеевич,

15.08.2026

Даю согласие на обработку персональных данных.

Докторская диссертация защищена по специальности

01.01.02. Дифференциальные уравнения.

Контактные данные:

тел.: +7 915 246 6628,

e-mail: lomov@cs.msu.ru,

почтовый адрес: 119607 Москва, Мичуринский проспект, д. 25, корп.4, кв. 85

Адрес основного места работы:

119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 52

Рабочий телефон: +7 (495) 939-30-10

E-mail: cmc@cs.msu.ru

Подпись И.С. Ломова

«УДОСТОВЕРЯЮ»

Декан факультета ВМК МГУ

имени М.В. Ломоносова

академик



Соколов Игорь Анатольевич