

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе КБГУ
доктор химических наук, профессор,
член-корреспондент РАН

С.Ю. Хаширова



« 24 » апреля 2026 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»

Диссертация Бжеумиховой Оксаны Игоревны «Краевые задачи для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента» выполнена на кафедре алгебры и дифференциальных уравнений Института математики и естественных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова».

В период подготовки диссертации и по настоящее время соискатель Бжеумихова Оксана Игоревна работает в должности старшего преподавателя кафедры алгебры и дифференциальных уравнений Института математики и естественных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова».

В 2009 году с отличием окончила Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» с присуждением квалификации Магистра математики по направлению «Математика».

В 2013 году окончила аспирантуру по очной форме обучения в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» по специальности 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана Федеральным государственным бюджетным научным учреждением «Федеральный научный центр «Кабардино-Балкарский научный центр Российской академии наук» (КБНЦ РАН)» в 2024 году. Справка об обучении выдана Федеральным

государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» в 2025 году.

Научный руководитель – Кожанов Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математики факультета информационных технологий Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет».

Тема диссертационной работы и научный руководитель утверждены на заседании Ученого совета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (протокол № 18 от 05.11.2024 г.).

По итогам обсуждения результатов исследования принято следующее заключение.

Диссертационная работа Бжеумиховой Оксаны Игоревны «Краевые задачи для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента» является завершённой научно-квалификационной работой, соответствующей п. 9 Положения о присуждении учёных степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842 (ред. от 16.10.2024 г.).

Работа посвящена исследованию вопросов разрешимости краевых задач для уравнений в частных производных, содержащих инволютивное отклонение аргумента.

Тема диссертации связана с направлениями научных исследований, проводимых на кафедре алгебры и дифференциальных уравнений, являющейся структурным подразделением Института математики и естественных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет имени Х.М. Бербекова».

Тема диссертационного исследования и её содержание полностью соответствуют паспорту научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика. В частности, результаты проведенного исследования соответствуют следующим пунктам паспорта специальности:

1. «Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений»;
2. «Начальные, краевые и смешанные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений»;
3. «Спектральные задачи для дифференциальных операторов»;

11. «Теория функционально-дифференциальных уравнений и нелокальных краевых задач».

Основные результаты диссертации изложены в трех главах.

В главе 1 исследованы обыкновенные дифференциальные уравнения с инволютивным отклонением аргумента. Установлено, что наличие инволютивных слагаемых может приводить к нарушению корректности задачи Коши и задач с нелокальными условиями, а также существенно влиять на вопрос единственности решений классических краевых задач. Показано, что инволютивное отклонение аргумента может являться источником неединственности решений, что подчёркивает принципиальные отличия рассматриваемого класса уравнений от классических дифференциальных уравнений без отклонения аргумента.

В главе 2 проведено исследование разрешимости нелокальных и классических краевых задач для линейных параболических и эллиптических уравнений второго порядка в цилиндрической области. Особенностью рассматриваемых уравнений является наличие общей инволюции в младших членах. Для всех указанных постановок строго доказаны теоремы существования и единственности регулярных решений в соответствующих пространствах С.Л. Соболева – то есть решений, обладающих всеми обобщёнными производными, входящими в соответствующее уравнение. При этом продемонстрирована возможность исследования задач в многомерных областях, что существенно расширяет область применимости полученных результатов.

В главе 3 получены достаточные условия разрешимости краевых задач для параболических и эллиптических уравнений, а также начально-краевых задач для гиперболических уравнений с переменными коэффициентами, в которых инволютивное отклонение аргумента входит в старшие производные. Рассмотрены как невырожденные, так и вырожденные случаи. Установленные результаты существенно расширяют класс корректно разрешимых задач и демонстрируют устойчивость применяемых методов исследования при усложнении структуры уравнений и постановок задач.

Актуальность темы исследования. К настоящему времени в научной литературе имеется немало работ, посвященных исследованию разрешимости уравнений с инволютивным отклонением аргумента, а также краевых задач для таких уравнений. Вместе с тем, основная часть существующих результатов относится к одномерным случаям для уравнений с постоянными коэффициентами и линейной инволюцией. Вследствие этого, теория дифференциальных уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента не может считаться полностью разработанной, тем более в области уравнений в частных производных. Указанный теоретический

пробел обуславливает актуальность данного диссертационного исследования, основной целью которого является установление условий разрешимости краевых задач для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением.

Теоретическая и практическая значимость результатов.

Диссертационное исследование имеет теоретическую направленность и ориентировано на развитие теории дифференциальных уравнений с инволютивным преобразованием аргумента и дополнение существующих исследований в данной области. Полученные в работе результаты могут быть использованы при дальнейшем изучении уравнений в частных производных с инволюцией, а также при решении прикладных задач, математические модели которых описываются уравнениями рассматриваемого типа.

Личное участие соискателя в получении научных результатов. Все результаты, выносимые на защиту, получены автором диссертации лично. В работах [2]-[4], выполненных в соавторстве, научному руководителю А.И. Кожанову принадлежат постановки рассматриваемых задач. Кроме того, в работе [2] ему принадлежит общая стратегия доказательства теорем существования и предложены примеры задач. В статье [3] А.И. Кожанову принадлежит идея использования теорем 1-6 для исследования краевых задач для параболических и псевдопараболических уравнений, а также сформулированы заключительные замечания. В работе [4] А.И. Кожанову принадлежит общая схема метода доказательства разрешимости, а также им были уточнены и скорректированы отдельные этапы проводимых рассуждений. Автором лично проведено подробное доказательство всех сформулированных теорем, получены необходимые априорные оценки и обоснована разрешимость краевых задач.

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается применением строгих и апробированных методов исследования.

Новизна и значение выводов. Научная новизна работы состоит в развитии методов исследования краевых задач для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента. В работе получены новые результаты о разрешимости краевых задач, включая задачи с интегральными условиями, для уравнений с общей инволюцией в младших членах и старших производных. Показано, что наличие инволютивных слагаемых существенно влияет на корректность задачи Коши и на свойства единственности и неединственности решений различных классов краевых задач.

Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем. Основные результаты диссертационного исследования нашли отражение в 19 опубликованных работах, включая 4

статьи, опубликованные в журналах из списка ВАК и/или индексируемых в международных базах данных Scopus или Web of Science, а также в 15 иных научных изданиях.

Список работ автора по теме диссертации в журналах, входящих в перечень ВАК и/или базы данных Web of Science и Scopus:

[1] Бжеумихова, О.И. Эллиптические уравнения с инволютивным отклонением аргумента / О.И. Бжеумихова // Владикавказский математический журнал. – 2025. – Т. 27, № 3. – С. 5-20. DOI: <https://doi.org/10.46698/i3311-3054-4734-g>.

[2] Кожанов, А.И. Начально-краевые задачи для гиперболических уравнений второго порядка с инволюцией в старших членах / А.И. Кожанов, О.И. Бжеумихова // Математические заметки СВФУ. – 2025. – Т. 32, № 2. – С. 10-23. DOI: <https://doi.org/10.25587/2411-9326-2025-2-10-23>.

[3] Кожанов, А.И. Собственные функции и собственные числа дифференциальных уравнений с инволюцией / А.И. Кожанов, О.И. Бжеумихова // Сибирский математический журнал. – 2024. – Т. 65, №5(387). – С. 953-964. DOI: <https://doi.org/10.33048/smzh.2024.65.513>.

[4] Kozhanov, A.I. Elliptic and Parabolic Equations with Involution and Degeneration at Higher Derivatives / A.I. Kozhanov, O.I. Bzheumikhova // Mathematics. – 2022. – Vol. 10, No. 18:3325. – P. 1-10. DOI: <https://doi.org/10.3390/math10183325>.

Список публикаций по теме диссертации в других научных изданиях:

[5] Бжеумихова, О.И. Классические краевые задачи для одного эллиптического уравнения с инволютивным отклонением аргумента / О.И. Бжеумихова // Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2024): материалы 6-й Международной конференции. – Иркутск: Издательство ИГУ, 2024. – С. 11-12.

[6] Бжеумихова, О.И. Краевая задача для вырождающегося гиперболического уравнения с инволютивным отклонением аргумента / О.И. Бжеумихова // Неклассические уравнения математической физики и их приложения: Тезисы докладов международной научной конференции. – Ташкент: «Университет», 2022. – С. 83-84.

[7] Бжеумихова, О.И. Краевые задачи для гиперболических уравнений с инволютивным отклонением аргумента / О.И. Бжеумихова // Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики: Материалы VII Международной научной конференции. – Нальчик: Принт-центр, 2023. – С. 66.

[8] Бжеумихова, О.И. Краевые задачи для гиперболических уравнений с инволюцией и вырождением / О.И. Бжеумихова //

Международная конференция, посвященная выдающемуся математику И.Г.Петровскому (24-е совместное заседание ММО и Семинара имени И.Г.Петровского, 26–30 декабря 2021, МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва): Тезисы докладов. – М.: Изд-во МГУ, 2022. – С. 164-165.

[9] Бжеумихова, О.И. Краевые задачи для уравнения в частных производных с инволюцией / О.И. Бжеумихова // Алгебра и динамические системы: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 70-летию А.А. Махнева. – Нальчик: Принт-центр, 2023. – С. 27-28.

[10] Бжеумихова, О.И. О влиянии параметров на корректность краевой задачи для эллиптического уравнения с инволюцией / О.И. Бжеумихова, А.И. Кожанов // Актуальные проблемы прикладной математики: Материалы IV Международной научной конференции. – Нальчик-Эльбрус: Институт прикладной математики и автоматизации – филиал ФГБНУ Федеральный научный центр «Кабардино-Балкарский научный центр Российской академии наук», 2018. – С. 60.

[11] Бжеумихова, О.И. О разрешимости классической краевой задачи для параболического уравнения в частных производных с инволютивным отклонением аргумента / О.И. Бжеумихова, А.И. Кожанов, В.Н. Лесев // Алгебра, теория чисел и математическое моделирование динамических систем: Тезисы Международной конференции, посвященной 70-летию А.Х. Журтова. – Нальчик: Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, 2019. – С. 25.

[12] Бжеумихова, О.И. О разрешимости краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка с инволютивным отклонением в цилиндрической области / О.И. Бжеумихова // Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики: Материалы VI Международной научной конференции. – Нальчик: Принт Центр, 2021. – С. 46.

[13] Бжеумихова, О.И. О разрешимости некоторых краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных с инволюцией / О.И. Бжеумихова // Международная конференция, посвященная выдающемуся математику И.Г.Петровскому (25-е совместное заседание ММО и Семинара имени И.Г.Петровского): Тезисы докладов. – М.: Изд-во МГУ, 2025. – С. 104-105.

[14] Бжеумихова, О.И. О разрешимости нелокальных краевых задач для параболических уравнений с инволюцией / О.И. Бжеумихова // Алгебра и динамические системы: Тезисы докладов международной научной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения В.А. Белоногова. – Нальчик: Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, 2025. – С. 12-13.

[15] Кожанов, А.И. Краевые задачи для параболических и гиперболических уравнений с инволюцией / А.И. Кожанов, О.И. Бжеумихова // Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2021): Материалы 3-й Международной конференции. – Иркутск: Иркутский государственный университет, 2021. – С. 40-42.

[16] Кожанов, А.И. О разрешимости краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных с инволюцией и вырождением в старших производных / А.И. Кожанов, О.И. Бжеумихова // Дифференциальные уравнения и математическое моделирование: Тезисы докладов III Международной научной конференции, посвящённой 80-летию со дня рождения профессора В.Н. Врагова. – Улан-Удэ: Бурятский государственный университет им. Доржи Банзарова, 2025. – С. 60-61.

[17] Кожанов, А.И. Собственные числа и собственные функции дифференциальных уравнений с инволютивным отклонением аргумента / А.И. Кожанов, О.И. Бжеумихова // Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения: Тезисы докладов международной научной конференции. Часть I. – Фергана, 2023. – С. 86-87.

[18] Кожанов, А.И. Собственные числа и собственные функции линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с инволюцией / А.И. Кожанов, О.И. Бжеумихова // X Международная конференция по математическому моделированию, посвященная 30-летию академии наук Республики Саха (Якутия) и памяти первого президента академии наук РС(Я), член-корреспондента РАН Филиппова Василия Васильевича. – Якутск: Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, 2023. – С. 47.

[19] Kozhanov, A.I. Eigenvalues and Eigenfunctions of Differential Equations with Involution / A.I. Kozhanov, O.I. Vzheumikhova // Differential and Difference Equations. Russian-Chinese Conference. – Novosibirsk: Novosibirsk State University, 2023. – С. 77.

Основные результаты диссертации опубликованы в достаточном объеме.

Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях: IV Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики» (Нальчик, 2018); Международной конференции, посвященной 70-летию А.Х. Журтова «Алгебра, теория чисел и математическое моделирование динамических систем» (Нальчик, 2019); III Международной конференции «Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2021)» (Иркутск, 2021); VI Международной научной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики»

(Нальчик, 2021); Международной научной конференции «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» (Ташкент, 2022); Международной конференции «Дифференциальные уравнения и смежные вопросы», посвященной И.Г. Петровскому (Москва, 2022); Международной конференции «Алгебра и динамические системы», посвященной 70-летию А.А. Махнева (Нальчик, 2023); X Международной конференции по математическому моделированию, посвященной 30-летию Академии наук Республики Саха (Якутия) и памяти В.В. Филиппова (Якутск, 2023); Международной научной конференции «Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения» (Ташкент, 2023); Российско-Китайской конференции «Differential and Difference Equations» (Новосибирск, 2023); Международной научной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» (Нальчик, 2023); VI Международной конференции «Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2024)» (Иркутск, 2024); Международной научной конференции «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы современного анализа» (Нальчик, 2025); Международной конференции «Дифференциальные уравнения и смежные вопросы», посвященной И.Г. Петровскому (Москва, 2025); Международной конференции «Алгебра и динамические системы», посвященной 90-летию В.А. Белоногова (Нальчик, 2025); III Международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и математическое моделирование», посвященной 80-летию В.Н. Врагова (Улан-Удэ, 2025), а так же на следующих научных семинарах: межрегиональном научном семинаре КБГУ «Алгебра и динамические системы» им. А.А. Керефова (Нальчик, 2022, 2023, 2025), всероссийском научном семинаре «Неклассические задачи математической физики» (Якутск, 2022), научно-исследовательском семинаре ИГиМА КБНЦ РАН по современному анализу, информатике и физике (Нальчик, 2025), а также на научном семинаре «Дифференциальные и разностные уравнения» (Новосибирск, 2025).

Текст диссертации представляет собой самостоятельную научно-квалификационную работу, не содержит заимствованного материала без ссылок на автора или источник.

Диссертация «Краевые задачи для уравнений в частных производных с инволютивным отклонением аргумента» Бжеумиховой Оксаны Игоревны удовлетворяет пп. 9–11, 13, 14 постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней» (в редакции от 16.10.2024 г.) и рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Заключение принято на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений Института математики и естественных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова».

На заседании присутствовало 14 человек (в том числе 3 доктора наук, 6 кандидатов наук), с правом голоса 13 человек.

Результаты голосования: «за» - 13 чел., «против» - 0 чел., «воздержалось» - 0 чел. (протокол № 8 от 06 апреля 2026 г.).

Председатель заседания

к.ф.-м. наук, доцент,

заведующий кафедрой алгебры

и дифференциальных уравнений КБГУ  М.С. Нирова

