

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 99.0.110.02, СОЗДАННОГО  
НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
НАУЧНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ УФИМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ  
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_

решение диссертационного совета от 20 сентября 2024 г. № 18

О присуждении Ижбердеевой Елизавете Монировне, гражданину РФ, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Исследование эволюционных уравнений с производной Джрбашяна – Нерсесяна» по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика принята к защите 28.06.2024 г. (протокол № 17) диссертационным советом 99.0.110.02, созданным на базе Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450054, г. Уфа, Проспект Октября, 71), Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32), созданного приказом № 521/нк от 24.03.2023 г.

Соискатель, Ижбердеева Елизавета Монировна, 25.09.1996 года рождения. В 2020 году окончила Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет»

по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика с присвоением квалификации Магистр.

С 01.10.2020 года обучалась в аспирантуре по очной форме обучения Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Челябинский государственный университет» и по настоящее время является аспирантом очной формы обучения по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, планируемая дата окончания аспирантуры – 30.09.2024 года.

Работает в должности старшего преподавателя кафедры вычислительной механики и информационных технологий математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Челябинский государственный университет».

Диссертация выполнена на кафедре математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Челябинский государственный университет», Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель – Плеханова Марина Васильевна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математического анализа Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Челябинский государственный университет».

Официальные оппоненты:

1. Кожанов Александр Иванович, доктор физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессор, главный научный сотрудник лаборатории дифференциальных и разностных уравнений Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук;

2. Псху Арсен Владимирович, доктор физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), доцент, директор, главный научный сотрудник отдела

Дробного исчисления Института прикладной математики и автоматизации – филиала Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный научный центр «Кабардино-Балкарский научный центр Российской академии наук»

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет», г. Воронеж, в своем положительном отзыве, подписанном Костиным Владимиром Алексеевичем, доктором физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессором, профессором кафедры математического моделирования и Бурлуцкой Марией Шаукатовной, доктором физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), доцентом, заведующим кафедрой математического моделирования, утвержденном проректором по науке, инновации и цифровизации, доктором физико-математических наук, доцентом Костиным Дмитрием Владимировичем, указала, что диссертация Ижбердеевой Елизаветы Монировны на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является завершённой научно-исследовательской работой, которая соответствует требованиям п. 9-11, 13, 14 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 г. (с последующими изменениями), а ее автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

По теме диссертации опубликовано 22 научные работы, в том числе 8 статей – в рецензируемых журналах из перечня ВАК, включенных в международные реферативные базы данных и системы цитирования Web of Science и Scopus, 14 статей – в других изданиях.

Общий объем публикаций по теме диссертации 5,978 п.л., авторский вклад – 4 п.л. В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах.

Наиболее значимые работы по теме диссертации:

1. Fedorov, V.E. Initial value problems of linear equations with the Dzhrbashyan – Nersesyan derivative in Banach spaces / V.E. Fedorov, M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Symmetry*. — 2021. — Vol. 13, iss. 6, 1058.

2. Волкова, А.Р. Начальные задачи для уравнений с композицией дробных производных / А.Р. Волкова, Е.М. Ижбердеева, В.Е. Федоров // *Челябинский физико-математический журнал*. — 2021. — Т. 6, № 3. — С. 269-277.

3. Fedorov, V.E. Analytic resolving families for equations with the Dzhrbashyan – Nersesyan fractional derivative / V.E. Fedorov, M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Fractal and Fractional*. — 2022. — Vol. 6, iss. 10, 541.

4. Plekhanova, M.V. Local unique solvability of a quasilinear equation with the Dzhrbashyan – Nersesyan derivatives / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. — 2022. — Vol. 43, iss. 6. — P. 1141-1150.

5. Plekhanova, M.V. Degenerate equations with the Dzhrbashyan – Nersesyan derivative in the sectorial case / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. — 2023. — Vol. 44, No. 2. — P. 634-643.

6. Plekhanova, M.V. Degenerate quasilinear equations with Dzhrbashyan – Nersesyan derivatives and applications / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*. — 2023. — Vol. 423. — P. 115-127.

7. Plekhanova, M.V. Degenerate quasilinear equations with the Dzhrbashyan – Nersesyan derivative / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Journal of Mathematical Sciences*. — 2023. — Vol. 269, No. 2. — P. 217-228.

8. Ижбердеева, Е.М. Композиции дробных производных как производная Джрбашяна – Нерсесяна / Е.М. Ижбердеева // *Челябинский физико-математический журнал*. — 2024. — Т. 9, № 1. — С. 35-49.

На диссертацию поступили отзывы:

1. Ведущей организации Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет», г. Воронеж. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) В диссертационной работе естественным и логичным приложением полученных результатов стали бы линейные и квазилинейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешенные относительно старшей производной (для первой главы), и с вырожденной матрицей при ней (для второй). Однако автор почему-то не стал рассматривать такие задачи.

2) При рассмотрении квазилинейных уравнений было бы интересно получить результаты не только о локальной разрешимости, но и о глобальной. Эти вопросы авторами не рассматривались.

2. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, главного научного сотрудника лаборатории дифференциальных и разностных уравнений Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук Кожанова Александра Ивановича. Отзыв положительный. В отзыве указаны следующие замечания:

1) В нелинейных задачах утверждается, что существует отрезок  $[t_0, t_1]$ , на котором соответствующая задача разрешима (теоремы 1.7.1, 1.7.2, 2.3.1). Пользователям зачастую необходимо иметь информацию о величине  $t_1$  – знать либо его точное значение, либо хотя бы оценку для него. В диссертации подобной информации нет.

2) В конкретных моделях – например, в модели вязкоупругой жидкости Олдройда – автор заменяет производную по времени дробной производной (производной Джрбашяна – Нерсесяна). С теоретической точки зрения это достаточно естественно. Но не ясно – есть ли хоть какие-нибудь реальные процессы, допускающие подобную замену?

3. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, доцента, директора, главного научного сотрудника отдела Дробного исчисления Института прикладной математики и автоматизации – филиала Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный научный центр «Кабардино-Балкарский научный центр Российской академии наук» Псху Арсена Владимировича. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) Значение параметра  $\sigma_k$  сверху оценивается числом  $k$ , а не  $k - 1$ , как написано (стр. 21, строка 3 снизу).

2) При определении решений задачи (1.2.1), (1.2.2), а также задачи (3.1.1), (3.1.2) (текст после формулы (1.2.2) на стр. 24, а также абзац перед определением 3.1.1 на стр. 84) вместо ' $\dots \cap L_{1,loc}(\mathbb{R}_+; \dots$ ' следовало бы написать ' $\dots \cap L_{1,loc}(\overline{\mathbb{R}}_+; \dots$ '.

3) Лемма 1.3.2 содержит неточность. В левой части включения должен быть написан дробный интеграл с началом в точке  $t = t_0$ , а не  $J_t^\beta$ , которым, согласно принятому в работе определению, обозначается интеграл с началом в точке  $t = 0$ . Либо в правой части, вместо  $t_0$  следует написать 0. То же самое относится и к результатам, изложенным в разделах 2.3, 2.4 и 2.5. Очевидно, что в задачах (2.3.1), (2.3.2), (2.4.1), (2.4.3) и (2.5.1), (2.5.2), а также в теоремах 2.3.1, 2.4.1 и 2.5.1, вместо  $D^{\sigma_k}$ , должны присутствовать операторы дробного дифференцирования с началом в точке  $t_0$ .

4) Условия на правую часть  $f(t)$  задачи (1.4.1), (1.4.4) можно было бы немного ослабить (лемма 1.4.1, теорема 1.4.1, следствия 1.5.1, 1.5.2 и т.д.). Например, можно допустить наличие степенной особенности  $f(t)$  в нуле. Кроме того, в случае  $\alpha_n < 1$  вместо принадлежности  $C_\gamma^1$  можно было бы потребовать представимости  $f(t)$  в виде дробного интеграла, что также расширило бы класс допустимых правых частей. В свою очередь это позволило бы расширить соответствующие классы для коэффициентов в обратных задачах. Например, для коэффициента  $\varphi(t)$  в задаче (2.9.1)-(2.9.3).

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их высокой профессиональной деятельностью, наличием публикаций, компетенцией по теме диссертации, позволяющей определить ее научную и практическую ценность. Ведущая организация и оппоненты не имеют совместных исследований и публикаций с соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

– Исследована однозначная разрешимость задачи Джрбашяна – Нерсесяна для линейных и квазилинейных уравнений, разрешенных относительно дробной производной, с ограниченным оператором в правой части.

– Получены условия однозначной разрешимости задачи типа Шоултера – Сидорова для линейных вырожденных уравнений с производной Джрбашяна – Нерсесяна и с относительно ограниченной парой операторов. Для квазилинейных уравнений соответствующего класса установлено существование единственного решения при различных ограничениях на нелинейный оператор.

– Найдены условия существования аналитических разрешающих семейств операторов линейных уравнений. Исследована однозначная разрешимость задачи Джрбашяна – Нерсесяна для линейных уравнений с неограниченным оператором, порождающим аналитическое в секторе разрешающее семейство операторов. Для квазилинейных уравнений соответствующего класса установлено существование единственного локального решения.

– Найдены условия существования аналитических разрешающих семейств операторов линейных уравнений с вырожденным оператором при производной Джрбашяна – Нерсесяна. Исследована однозначная разрешимость задачи типа Шоултера – Сидорова для уравнений с парой неограниченных операторов, порождающей вырожденное аналитическое разрешающее семейство операторов.

– Результаты использованы для исследования однозначной разрешимости начально-краевых задач для встречающихся в приложениях уравнений и систем уравнений в частных производных, разрешимых и не разрешимых относительно старшей производной Джрбашяна – Нерсесяна по времени.

Результаты работы имеют теоретический характер и вносят вклад в развитие теории дифференциальных уравнений с дробными производными в банаховых пространствах и в некоторые разделы функционального анализа и теории дифференциальных уравнений.

Практическая ценность исследования обусловлена прикладной значимостью теории дифференциальных уравнений с дробными производными в банаховых пространствах в математике, физике и других областях. Результаты работы могут быть использованы и могут получить дальнейшее развитие в фундаментальных и прикладных исследованиях, проводимых в Московском, Новосибирском, Белгородском, Воронежском, Иркутском, Камчатском, Челябинском, Кабардино-Балкарском государственных университетах, в Уфимском университете науки и технологий, а также в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Институте математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, в Институте математики с вычислительным центром УФИЦ РАН, в Институте прикладной математики и автоматизации Кабардино-Балкарского научного центра РАН и др.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что их обоснованность обеспечивается строгими математическими выкладками и доказательствами, опирающимися на современные и классические методы теории дифференциальных уравнений и функционального анализа, а также на ранее полученные результаты известных ученых, работающих в этом направлении.

Все результаты диссертации получены лично соискателем.

Личный вклад соискателя состоит также в непосредственном участии во всех стадиях научно-исследовательского процесса: от постановки задач, изучения истории вопроса и до подготовки полученных результатов к публикации.

В ходе защиты диссертации критических замечаний высказано не было.

