

## УТВЕРЖДАЮ

Проректор по науке, инновациям и  
цифровизации ФГБОУ ВО «ВГУ»,

д.ф.м.н., доцент



\_\_\_\_\_ Д.В. Костин

« 31 » августа 2024 г.

## ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу

Ижбердеевой Елизаветы Монировны

«Исследование эволюционных уравнений

с производной Джрбашяна – Нерсесяна»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по научной специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертационная работа посвящена исследованию разрешимости начальных задач для вырожденных и невырожденных дифференциальных уравнений при различных условиях на операторы, входящие в уравнение.

В последние десятилетия возрастает интерес исследователей к теории дробного исчисления и ее приложениям. Отметим актуальность темы исследования с точки зрения математики, информационных технологий, сложных физических процессов и многих других. Применению дробного исчисления для различных приложений посвящено множество работ, теоретические исследования дробного интегро-дифференциального исчисления можно найти в работах М.М.

Джрбашяна, К.В. Oldham, J. Spanier, А.М. Нахушева, С.Г. Самко, А.А. Килбаса, И. Подлюбного, А.В. Пеху и многих других.

В представленной на рассмотрение диссертационной работе изучаются уравнения с производной Джрбашяна – Нерсесяна. Данное направление исследований является достаточно новым, при этом изучение вопросов разрешимости для начальных задач позволяет охватить широкий класс начально-краевых задач для уравнений и систем уравнений в частных производных.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка обозначений и соглашений, списка используемой литературы, содержащего 111 источников. Объем диссертационной работы составляет 133 страницы.

Во введении проведен обзор литературы по теме работы, описаны постановка задачи, цели и методы ее решения, обоснована актуальность темы исследования, приведено краткое содержание работы.

В первой главе приведены необходимые предварительные сведения об используемых функциональных пространствах и дробных производных. Получены основные результаты об однозначной разрешимости невырожденных линейных и квазилинейных уравнений с ограниченным оператором при искомой функции. Решения задач для линейных уравнений представлены с использованием функций Миттаг-Лефлера. Результаты о локальной разрешимости квазилинейных уравнений получены путем применения теоремы о неподвижной точке для операторов в специально определенных банаховых пространствах. Общие результаты продемонстрированы на примере начально-краевых задач. Также доказано, что дифференциальный оператор, который представляет собой произвольную композицию дифференциальных операторов Римана – Лиувилля и (или) Герасимова – Капуто, является производной Джрбашяна – Нерсесяна.

Цели второй главы – установить условия однозначной разрешимости начальных задач для вырожденных уравнений. Здесь используется условие относительной ограниченности пары операторов из уравнения. Квазилинейное уравнения рассматривается для случаев трех типов нелинейности, применение полученных результатов каждого продемонстрировано на модельных примерах. Кроме того, исследованы линейные обратные задачи для невырожденного и вырожденного уравнений с производной Джрбашяна – Нерсесяна. Также приведен пример использования полученных результатов для исследования обратной задачи для системы уравнений динамики вязкоупругой жидкости Кельвина – Фойгта дробного порядка по времени.

Третья глава посвящена исследованию эволюционных уравнений с линейными замкнутыми операторами при производной Джрбашяна – Нерсесяна. Найдены необходимые и достаточные условия существования разрешающих семейств операторов для линейных однородных уравнений. Построена теория аналитических в секторе разрешающих семейств операторов, исследованы свойства разрешающих семейств. Для вырожденного случая введен специальный класс пар операторов, порождающих вырожденные аналитические разрешающие семейства операторов, получена теорема о парах инвариантных подпространств.

Большим достоинством работы является содержание многочисленных приложений и примеров для каждого из рассмотренных в работе типов начальных задач рассматриваемого класса.

Результаты диссертации являются новыми. Достоверность выносимых на защиту результатов диссертации не вызывает сомнений. Заключение и теоремы в работе обоснованы и снабжены строгими доказательствами. Для решения поставленных задач использованы методы теории операторов в банаховых пространствах и вырожденных эволюционных уравнений, теории преобразования Лапласа.

По теме диссертации у автора имеется 22 публикации, из них 8 статей в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий ВАК, международные базы научного цитирования Web of Science и Scopus. Положения и выводы диссертации неоднократно докладывались на различных международных конференциях. Автореферат ясно и полно отражает содержание диссертационной работы.

В качестве замечаний и рекомендаций к работе отмечу:

1. В диссертационной работе естественным и логичным приложением полученных результатов стали бы линейные и квазилинейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешенные относительно старшей производной (для первой главы), и с вырожденной матрицей при ней (для второй). Однако автор почему-то не стал рассматривать такие задачи.

2. При рассмотрении квазилинейных уравнений было бы интересно получить результаты не только о локальной разрешимости, но и о глобальной. Эти вопросы авторами не рассматривались.

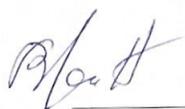
Приведенные замечания не влияют на общее положительное впечатление от диссертационной работы. Автором проделана работа высокого качества. Полученные результаты вносят существенный вклад в теорию дробных дифференциальных уравнений.

Диссертационная работа Е.М. Ижбердеевой «Исследование эволюционных уравнений с производной Джрбашяна – Нерсесяна» удовлетворяет пунктам 9 – 11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Ижбердеева Елизавета Монировна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по

научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, профессором кафедры математического моделирования Костиным В.А., обсужден и утвержден на заседании кафедры математического моделирования ФГБОУ ВО «ВГУ» 31 августа 2024 г., протокол № 0506-01.

Профессор кафедры  
математического моделирования,  
д.ф.-м.н. профессор

 /В.А. Костин

Заведующий кафедрой  
математического моделирования,  
д.ф.-м.н., доцент

 /М.Ш. Бурлуцкая

Сведения о ведущей организации:

Полное наименование: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет»

Сокращенное наименование: ФГБОУ ВО «ВГУ»

Адрес: 394018, Воронежская область, г. Воронеж, Университетская площадь, 1

Телефон: (473)2207521, (473)2208755

Адрес в сети Интернет: <https://vsu.ru/>

Адрес электронной почты: [office@main.vsu.ru](mailto:office@main.vsu.ru)

