

## **ОТЗЫВ**

**официального оппонента на диссертационную работу**

**Ижбердеевой Елизаветы Монировны**

**«Исследование эволюционных уравнений**

**с производной Джрбашяна – Нерсесяна»,**

**представленную на соискание ученой степени**

**кандидата физико-математических наук по научной специальности**

**1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика**

Диссертационная работа Е.М. Ижбердеевой посвящена исследованию вопросов однозначной разрешимости начальных задач для дифференциальных уравнений с дробными производными в банаховых пространствах.

Разрешимость дифференциальных уравнений с дробными производными – активно развивающаяся область современной математики. Активное развитие дробного исчисления началось с работ по механике. Обзорный материал по применению дробных производных в реологических отношениях теории вязкоупругости, при описании эффектов эридитарности и др. можно найти в работе Россихина Ю.А. В монографии Учайкина В.В. приведены примеры применения уравнений дробного порядка для описания движения во фрактальных средах, поведения систем вязкоупругих жидкостей, описания турбулентности. Всё перечисленное имеет большое практическое значение. Основной упор большинством авторов делается на изучении уравнений с производной Римана – Лиувилля или Герасимова – Капуто. Однако в 1968 году Джрбашяном М.М. и Нерсесяном А.Б. была предложена производная, обобщающая производные этих двух типов. Поэтому результаты данной работы не только содержат принципиально новые результаты, но и обобщают некоторые ранее полученные результаты для уравнений дробного порядка.

Основным объектом исследования в работе выбрана специальная начальная задача для линейных и нелинейных уравнений с производными Джрбашяна – Нерсесяна при различных условиях на операторы, входящие в уравнение. Также в работе исследуются уравнения, содержащие линейный оператор с нетривиальным ядром при старшей дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна.

Диссертационная работа объемом 133 страницы состоит из Введения, трех глав, разбитых на параграфы, Заключения, списка обозначений и соглашений, списка используемой литературы.

Во Введении описывается предмет исследования, дается краткий исторический обзор развития и современного состояния по тематике исследования, описываются методы и основные результаты, полученные в диссертационной работе.

Основное содержание диссертации изложено в трех главах.

Основная цель первой главы заключается в установлении условий однозначной разрешимости начальных задач для разрешенных относительно дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна уравнений с линейным ограниченным оператором. Для решения поставленных задач потребовался ввод специальных банаховых пространств, описанных в работе. Доказано также представление композиции любого числа дифференциальных операторов Римана – Лиувилля и/или Герасимова – Капуто в виде одной производной Джрбашяна – Нерсесяна.

Вторая глава посвящена исследованию существования и единственности решения вырожденных уравнений, то есть уравнений, не разрешимых относительно старшей дробной производной. Рассматриваемые в главе уравнения предполагают выполнение условия спектральной ограниченности для пары операторов в их линейной части.

В третьей главе вновь рассматриваются начальные задачи для разрешенных относительно дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна уравнений, но уже в случае, когда операторы в уравнении являются неограниченными. В работе показано, что введенное понятие секториальности является необходимым и достаточным условием существования аналитического в секторе разрешающего семейства уравнений такого вида.

В заключении проведена сводка основных результатов работы и изложены перспективы исследования в данном направлении.

Список литературы содержит наименования источников, цитируемых в работе.

Представленные в работе результаты являются новыми и имеют научную ценность и значимость.

Работа носит теоретический характер, содержит в себе результаты об аналитических разрешающих семействах операторов, невырожденных и вырожденных, которые являются обобщением соответствующих результатов теории полугрупп операторов на случай уравнений с дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна.

Обоснованность и достоверность полученных результатов обусловлены строгостью применяемых математических методов исследования, корректностью использования математического аппарата.

Практическая значимость работы определяется тем, что полученные в работе результаты для абстрактных задач могут быть использованы при исследовании прикладных задач соответствующих классов, описывающих конкретные физические процессы и явления.

Все результаты диссертационной работы Е.М. Ижбердеевой были своевременно опубликованы, неоднократно докладывались на различных международных научно-исследовательских конференциях.

Автореферат диссертации Е.М. Ижбердеевой правильно отражает ее суть.

В качестве замечаний и рекомендаций к работе отмечу:

1. В нелинейных задачах утверждается, что существует отрезок  $[t_0, t_1]$ , на котором соответствующая задача разрешима (теоремы 1.7.1, 1.7.2, 2.3.1). Пользователям зачастую необходимо иметь информацию о величине  $t_1$  – знать либо его точное значение, либо хотя бы оценку для него. В диссертации подобной информации нет.

2. В конкретных моделях – например, в модели вязкоупругой жидкости Олдройта – автор заменяет производную по времени дробной производной (производной Дрбашьяна-Нерсесяна). С теоретической точки зрения это достаточно естественно. Но не ясно – есть ли хоть какие-нибудь реальные процессы, допускающие подобную замену?

Указанные замечания никак не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы.

Диссертация удовлетворяет пунктам 9 – 11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Ижбердеева Елизавета Монировна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент

Кожанов Александр Иванович  
доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник  
лаборатории дифференциальных и разностных уравнений ИМ СО РАН

Организация: Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (ИМ СО РАН)

Юридический адрес: 630090, Новосибирская область, г. Новосибирск, пр. ак. Коптюга, 4

Тел. (383)3634660

E-mail: kozhanov@math.nsc.ru

Подпись работника  
*Кожанов А. И.*  
Заверяю *Евд*  
Специалист отдела ДОУ  
ИМ СО РАН Е.Г.Кирда  
*«27» августа 2024 г.*

