

математического анализа федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Челябинский государственный университет»

В 2020 году Е.М. Ижбердеева с отличием окончила федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика с присвоением квалификации Магистр.

Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана в 2024 году отделом аспирантуры и докторантуры федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Челябинский государственный университет».

Тема диссертации утверждена Учёным советом университета (протокол от 28 декабря 2020 г. № 11).

Научный руководитель – Плеханова Марина Васильевна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математического анализа федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Челябинский государственный университет».

По итогам обсуждения диссертации «Исследование эволюционных уравнений с производной Джрбашяна – Нерсесяна» принято следующее заключение.

Диссертационная работа Е.М. Ижбердеевой посвящена исследованию вопросов разрешимости начальных задач для дифференциальных уравнений в банаховых пространствах и приложений к уравнениям и системам уравнений в частных производных. Найдены условия существования и единственности классического решения для разрешенных относительно дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна линейных и квазилинейных уравнений при различных условиях на оператор при искомой функции.

Для уравнений с вырожденным оператором при дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна (далее – вырожденные уравнения)

рассматриваемые задачи предполагают выполнение условия спектральной ограниченности для пары операторов в линейной части уравнения. Данное условие позволяет редуцировать исходное уравнение к уравнениям на взаимно дополнительных подпространствах. Применение абстрактных теорем продемонстрировано на примерах начально-краевых задач для уравнений и систем уравнений в частных производных.

Для уравнений с неограниченными линейными операторами сформулированы условия секториальности замкнутого оператора, показано, что принадлежность секториальности оператора необходима и достаточна для существования аналитического в секторе разрешающего семейства операторов исследуемого линейного однородного уравнения. Решение линейного неоднородного уравнения представлено в терминах разрешающих операторов. Для вырожденных линейных уравнений с парой операторов из определенного здесь класса секториальных пар доказана однозначная разрешимость задачи типа Шоултера – Сидорова.

Новизна диссертационной работы заключается в том, что ранее уравнения с дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна в банаховых пространствах, судя по всему, не рассматривались. И если результаты о разрешимости задачи Джрбашяна – Нерсесяна для невырожденного линейного уравнения с ограниченным оператором в правой части аналогичны результатам Джрбашяна и Нерсесяна, то результаты таких же задач в случае неограниченного линейного оператора в правой части, а также в вырожденном случае никаких аналогов в математической литературе не имеют.

Кроме того, полученные с применением абстрактных результатов утверждения об однозначной разрешимости начально-краевых задач для уравнений и систем уравнений в частных производных в большинстве случаев также являются новыми.

В ходе диссертационного исследования Е.М. Ижбердеевой были получены следующие основные результаты:

1. Исследована однозначная разрешимость задачи Джрбашяна – Нерсесяна для линейных неоднородных уравнений, разрешенных

относительно дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна, с ограниченным оператором в правой части. Для квазилинейных уравнений соответствующего класса установлено существование единственного локального решения.

2. Получены условия однозначной разрешимости задачи типа Шоултера – Сидорова для линейных неоднородных вырожденных эволюционных уравнений с производной Джрбашяна – Нерсесяна и с относительно ограниченной парой операторов. Для квазилинейных уравнений соответствующего класса установлено существование единственного локального решения при различных ограничениях на нелинейный оператор.

3. Найдены необходимые и достаточные условия существования аналитических разрешающих семейств операторов линейных уравнений, разрешенных относительно производной Джрбашяна – Нерсесяна. Исследована однозначная разрешимость задачи Джрбашяна – Нерсесяна для линейных неоднородных уравнений с неограниченным оператором, порождающим аналитическое в секторе разрешающее семейство операторов. Для квазилинейных уравнений соответствующего класса установлено существование единственного локального решения.

4. Найдены условия существования вырожденных аналитических разрешающих семейств операторов линейных уравнений с вырожденным оператором при производной Джрбашяна – Нерсесяна. Исследована однозначная разрешимость задачи типа Шоултера – Сидорова для линейных неоднородных уравнений с парой неограниченных операторов, порождающей вырожденное аналитическое разрешающее семейство операторов.

5. Общие результаты использованы для исследования однозначной разрешимости начально-краевых задач для встречающихся в приложениях уравнений и систем уравнений в частных производных как разрешимых относительно старшей производной Джрбашяна – Нерсесяна по времени, так и вырожденных.

Обоснованность и достоверность полученных результатов обусловлены строгостью применяемых математических методов исследования, корректностью использования математического аппарата.

Практическая значимость работы определяется тем, что полученные в диссертационной работе результаты для абстрактных задач могут быть использованы при исследовании прикладных задач соответствующих классов, описывающих конкретные физические процессы и явления.

Текст диссертации представляет собой самостоятельную научно-квалификационную работу, не содержит заимствованного материала без ссылки на автора и (или) источник заимствования.

Диссертационная работа соответствует требованиям, установленным п. 9-11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», и рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах кафедры математического анализа Челябинского государственного университета, на Межгородском научно-исследовательском семинаре «Неклассические задачи математической физики», а также на международных конференциях: международная научная конференция «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения», Уфа, 2021, 2022; международная научная конференция «Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения», Иркутск, 2021, 2022; Международная научная конференция «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики», Нальчик, 2021, 2023; International Conference on Differential and Functional Differential Equations, Moscow, 2022; International Conference on Differential Equations and Dynamical Systems, Suzdal, 2022; O.A. Ladyzhenskaya Centennial Conference on PDE's, St. Petersburg, 2022.

Материалы диссертации с достаточной полнотой изложены в 22 работах, из которых 8 статей опубликованы в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий ВАК, базы данных Web of Science и Scopus.

Статьи, опубликованные в рецензируемых научных журналах, входящих в Перечень ВАК или базы данных Web of Science и Scopus:

1. Fedorov, V.E. Initial value problems of linear equations with the Dzhrbashyan – Nersesyan derivative in Banach spaces / V.E. Fedorov, M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Symmetry*. — 2021. — Vol. 13, iss. 6, 1058.

2. Волкова, А.Р. Начальные задачи для уравнений с композицией дробных производных / А.Р. Волкова, Е.М. Ижбердеева, В.Е. Федоров // *Челябинский физико-математический журнал*. — 2021. — Т. 6, № 3. — С. 269-277.

3. Fedorov, V.E. Analytic resolving families for equations with the Dzhrbashyan – Nersesyan fractional derivative / V.E. Fedorov, M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Fractal and Fractional*. — 2022. — Vol. 6, iss. 10, 541.

4. Plekhanova, M.V. Local unique solvability of a quasilinear equation with the Dzhrbashyan – Nersesyan derivatives / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. — 2022. — Vol. 43, iss. 6. — P. 1141-1150.

5. Plekhanova, M.V. Degenerate equations with the Dzhrbashyan – Nersesyan derivative in the sectorial case / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. — 2023. — Vol. 44, No. 2. — P. 634-643.

6. Plekhanova, M.V. Degenerate quasilinear equations with Dzhrbashyan – Nersesyan derivatives and applications / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*. — 2023. — Vol. 423. — P. 115-127.

7. Plekhanova, M.V. Degenerate quasilinear equations with the Dzhrbashyan – Nersesyan derivative / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // *Journal of Mathematical Sciences*. — 2023. — Vol. 269, No. 2. — P. 217-228.

8. Ижбердеева, Е.М. Композиции дробных производных как производная Джрбашяна – Нерсесяна / Е.М. Ижбердеева // Челябинский физико-математический журнал. — 2024. — Т. 9, № 1. — С. 35-49.

Другие публикации:

9. Федоров, В.Е. Один класс полулинейных уравнений распределённого порядка в банаховых пространствах / В.Е. Федоров, Т.Д. Фуонг, Б.Т. Киен, К.В. Бойко, Е.М. Ижбердеева // Челяб. физ.-матем. журн. — 2020. — Т. 5, № 3. — С. 342-351.

10. Ижбердеева, Е.М. Разрешимость начальной задачи в банаховом пространстве с дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна / Е.М. Ижбердеева, М.В. Плеханова // Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения: тез. докл. Междунар. конф., 15-19 марта 2021, оз. Банное, Башкортостан. — Уфа: Аэтерна, 2021. — С. 38-39.

11. Плеханова, М.В. Обратная задача для вырожденного эволюционного уравнения дробного порядка / М.В. Плеханова, Е.М. Ижбердеева // Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики: материалы VI Междунар. науч. конф., 5-9 декабря 2021, Нальчик. — Нальчик: ИПМА КБНЦ РАН, 2021. — С. 159.

12. Плеханова, М.В. Обратная задача для эволюционного уравнения с дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна / М.В. Плеханова, Е.М. Ижбердеева // Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2021): материалы 3-й Междунар. конф., 13-17 сентября 2021, Иркутск. — Иркутск: Изд-во ИГУ, 2021. — С. 52-53.

13. Ижбердеева, Е.М. Обратная задача для системы уравнений в частных производных с дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна / Е.М. Ижбердеева, М.В. Плеханова // Вещественный, комплексный и функциональный анализ и связанные темы: тез. докл. Междунар. научн. конф., 21-23 июня 2022, Курск. — Курск: Изд-во КГУ, 2022. — С. 8-9.

14. Ижбердеева, Е.М. Разрешимость начальной задачи для линейного уравнения с дробной производной Джрбашяна – Нерсесяна / Е.М.

Ижбердеева, М.В. Плеханова // Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения: тез. докл. Междунар. конф., 14-18 марта 2022, оз. Банное, Башкортостан. — Уфа: Аэтерна, 2022. — С. 37-38.

15. Ижбердеева, Е.М. Разрешимость нелинейного вырожденного уравнения с условием на образ нелинейного оператора / Е.М. Ижбердеева, М.В. Плеханова, Е.А. Судгаймер // Междунар. конф. по дифференц. уравнениям и динамическим системам: тез. докл. Суздаль, 30 июня – 5 июля, 2022. — Владимир: Аркаим, 2022. — С. 128-129.

16. Плеханова, М.В. О корректности обратной задачи для вырожденного эволюционного уравнения с дробной производной Джрбашьяна – Нерсесяна / М.В. Плеханова, Е.М. Ижбердеева // Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее приложения. Темат. обзоры. — 2022. — Т. 213. — С. 80-88.

17. Плеханова, М.В. О разрешимости одной дробной модели динамики вязкоупругой жидкости с производной Джрбашьяна – Нерсесяна / М.В. Плеханова, Е.М. Ижбердеева // Неклассич. уравнения мат. физики и их приложения: тез. докл. Междунар. науч. конф., 6-8 октября 2022, Ташкент, Узбекистан. — Ташкент: Университет, 2022. — С. 161-162.

18. Плеханова, М.В. Разрешимость нелинейного вырожденного уравнения с производной Джрбашьяна – Нерсесяна / М.В. Плеханова, Е.М. Ижбердеева // Уфимская осенняя мат. школа: материалы Междунар. науч. конф., 28 сентября – 1 октября 2022, Уфа. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2022. — С. 228-229.

19. Плеханова, М.В. k -разрешающие семейства операторов для уравнений с производной Джрбашьяна – Нерсесяна / М.В. Плеханова, Е.М. Ижбердеева // Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2022): материалы 4-й Междунар. конф., 19-22 сентября 2022, Иркутск. — Иркутск: Изд-во ИГУ, 2022. — С. 38-40.

20. Plekhanova M.V. Solvability of a linear degenerate equation with the Dzhrbashyan – Nersesyan derivative / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // 9-я междунар. конф. по дифференц. и функционал.-дифференц. уравнениям.

Москва, Россия, 28 июня – 5 июля 2022 г. — Москва: РУДН, 2022. — P. 92-93.

21. Plekhanova, M.V. Solvability of the nonlinear equation with the Dzhrbashyan – Nersesyan fractional derivatives / M.V. Plekhanova, E.M. Izhberdeeva // O.A. Ladyzhenskaya centennial conference on PDE's: Book of abstracts. St. Petersburg, July 16-22, 2022. — St. Petersburg, 2022. — P. 81.

22. Плеханова, М.В. Вырожденное линейное неоднородное уравнение с производной Джрбашяна – Нерсесяна в секториальном случае / М.В. Плеханова, Е.М. Ижбердеева // Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики: материалы VII Междунар. науч. конф., 4-8 декабря 2023, Нальчик. — Нальчик: ИПМА КБНЦ РАН, 2023. — С. 227-229.

Представленная Ижбердеевой Елизаветой Монировной диссертация соответствует паспорту научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика, а именно: пункту 2 – «Начальные, краевые и смешанные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений»; пункту 4 – «Качественная теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений»; пункту 6 – «Нелинейные дифференциальные уравнения и системы нелинейных дифференциальных уравнений», пункту 10 – «Теория дифференциально-операторных уравнений».

Диссертация «Исследование эволюционных уравнений с производной Джрбашяна – Нерсесяна» Ижбердеевой Елизаветы Монировны полностью соответствует требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, и рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Заключение принято на заседании кафедры математического анализа Челябинского государственного университета.

ПРИСУТСТВОВАЛИ: Федоров В.Е., доктор физ.-мат. наук, профессор; Воронин С.М., доктор физ.-мат. наук, профессор; Плеханова М.В., доктор физ.-мат. наук, профессор; Нагуманова А.В.,

кандидат физ.-мат. наук, доцент; Панов А.В., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Турова Г.Д., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Шайхуллина П.А., кандидат физ.-мат. наук, доцент; Туров М.М., кандидат физ.-мат. наук, старший преподаватель; Бойко К.В., старший преподаватель; Захарова Т.А., ассистент; Филин Н.В., ассистент; Черепанова Е.А., старший преподаватель.

На заседании присутствовало 12 человек (в том числе 3 доктора наук и 5 кандидатов наук).

Результаты голосования: «за» – 12 чел., «против» – 0 чел., «воздержалось» – 0 чел., протокол № 13 от «17» мая 2024 г.

Зав. кафедрой
математического анализа,
доктор физ.-мат. наук

 /В.Е. Федоров

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет», Россия, 454001, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129, телефон (351) 799-71-01, e-mail: odou@csu.ru, web-сайт <http://csu.ru>

