



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по науке, инновациям и
цифровизации ФГБОУ ВО «ВГУ»,

д.ф.-м.н., доцент

Д.В. Костин

«18» января 2024 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет» на диссертационную работу Мажгиховой Мадины Гумаровны «Краевые задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертация посвящена актуальным и важным вопросам теории обыкновенных дифференциальных уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом.

В настоящее время теория дифференциальных уравнений дробного порядка интенсивно развивается. Прежде всего, это продиктовано логикой развития общей теории дифференциальных уравнений. Дробное исчисление, как известно, порождая обобщения классических проблем, также является источником новых задач, решение которых требует разработки новых подходов и методов исследования. Все это способствует развитию существующих и возникновению новых эффективных методов в современном анализе. Исследования дифференциальных уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом, проведенные в диссертации Мажгиховой М.Г., полностью соответствуют этой тенденции.

Кроме того, будет уместным вспомнить о многочисленных приложениях дробного исчисления и теории дифференциальных уравнений дробного порядка в математическом моделировании, физике и механике.

Все это свидетельствует об актуальности вопросов, затронутых в диссертации, и подтверждает важность и своевременность проведенных исследований.

В работе исследуются вопросы разрешимости начальных, локальных и нелокальных краевых задач для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом.

Диссертация содержит три главы, введение, заключение, список используемой литературы, имеет внутреннее единство и содержит совокупность новых научных результатов, свидетельствующих о личном вкладе Мажгиховой М.Г. в теорию дифференциальных уравнений дробного порядка.

Во введении обосновывается актуальность проведенных исследований, дается обзор развития затрагиваемых направлений и их современного состояния. Здесь также обозначены цели и задачи работы, раскрыта научная новизна и значимость полученных результатов, сформулированы выносимые на защиту научные положения, уделено внимание используемым методам и подходам.

В первой главе построено общее представление решений линейного обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка с запаздыванием, найдено фундаментальное решение, доказана формула Лагранжа, решена начальная задача. Для уравнения с переменным запаздыванием реализован метод шагов.

Дробное дифференцирование в данном случае задается в форме оператора Джрбашьяна–Нерсесяна, что позволяет охватить широкий класс операторов дробного дифференцирования, включая дробные производные Римана–Лиувилля и Герасимова–Капуто.

Среди заслуживающих внимания результатов первой главы следует также отметить исследование свойств введенной здесь специальной функции, выраженной в терминах трехпараметрической функции Миттаг-Леффлера (функции Прабхакара), и имеющей важное значение при построении фундаментальных решений и функций Грина рассматриваемых в работе задач.

Во второй главе автором получены оригинальные результаты, относящиеся к разрешимости двухточечных краевых задач для уравнения с производной Римана–Лиувилля и с постоянным запаздыванием. Построено решение задачи с условиями Штурма, развит метод функции Грина решения задачи Штурма–Лиувилля и задачи Дирихле–Неймана. Доказаны теоремы существования и единственности решений, найдены соответствующие функции Грина. Предложенные постановки позволяют охватить широкий класс локальных и нелокальных краевых задач, в том числе задачи с классическими условиями Дирихле и Неймана. При этом некоторые из

полученных результатов остаются новыми и в случае уравнений целого порядка.

К важным результатам, полученным во второй главе, отнесем также теорему о конечности числа вещественных собственных значений задачи Штурма–Лиувилля.

В третьей главе исследуются нелокальные краевые задачи для уравнения с производной Римана–Лиувилля дробного порядка, не превосходящего двух. Решены аналоги задач Стеклова первого и второго классов с краевыми условиями, связывающими значения дробных производных и интегралов от искомого решения в граничных точках. Также решена внутреннекраевая задача. Условия задачи в данном случае представляют собой соотношения между значениями дробных интегралов от искомого решения в граничных и внутренних точках.

Следует заметить, что для всех рассматриваемых задач, вместе с условиями существования и единственности, представлен явный вид решения.

Для решения поставленных в работе задач были использованы методы теории дробного исчисления, теории специальных функций, теории интегральных уравнений. Присутствие производных и интегралов дробного порядка в рассматриваемых уравнениях, в начальных и краевых условиях, потребовало модификации и адаптации классических методов функции Грина и метода шагов.

В качестве замечаний отметим следующее:

1. Требование принадлежности функции $g(t)$ классу $L(0, \infty)$ в теореме 1.3.1, очевидно, излишне. Достаточно было потребовать $g(t) \in L(0, a)$ для любого положительного a .

2. Функции Грина во всех задачах обозначены одной и той же буквой. Это вызывает определенное неудобство при чтении.

Однако, указанные замечания никак не влияют на общую положительную оценку работы.

Положения диссертации свидетельствуют о том, что автором проведены глубокие исследования, получены качественно новые оригинальные результаты, которые сыграют заметную роль в развитии теории дифференциальных уравнений дробного порядка и уравнений с запаздыванием.

Выводы диссертации обоснованы, снабжены строгими доказательствами. Достоверность, а также новизна выносимых на защиту результатов диссертации не вызывают сомнений.

Результаты диссертации носят законченный характер и, несомненно, имеют потенциал для дальнейшего развития. Результаты работы могут быть использованы и найти дальнейшее развитие в фундаментальных и прикладных исследованиях, проводимых в Московском, Воронежском, Казанском, Новосибирском, Орловском, Самарском, Камчатском, Белгородском, Челябинском, Кабардино-Балкарском государственных университетах, в Уфимском университете науки и технологий, а также в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, в Уфимском федеральном исследовательском центре РАН, в Кабардино-Балкарском научном центре РАН и др.

Считаем целесообразным дальнейшее исследование поставленных задач для уравнений более общего вида, в том числе нелинейных, а также продолжение исследования уравнений с переменным запаздыванием и рассмотрение вопросов разрешимости задач для уравнений с опережением.

Основные результаты работы опубликованы в ведущих рецензируемых научных журналах, в том числе, включенных в перечень изданий, определяемый Высшей аттестационной комиссией, и индексируемых в международных базах научного цитирования.

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение начальных, краевых и внутреннекраевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом, имеющих существенное значение для развития теории дифференциальных уравнений дробного порядка и дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Автореферат диссертации ясно и достаточно полно отражает содержание работы, полученные результаты и их место в теории дифференциальных уравнений с запаздыванием и дробном исчислении.

Диссертационная работа Мажгиховой Мадины Гумаровны «Краевые задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом» по актуальности темы исследования, новизне, достоверности и степени обоснованности научных положений и выводов соответствует всем требованиям пунктов 9–14 Положения о присуждении ученых степеней от 24 сентября 2013 года № 842, а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических

наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовлен доктором физ.-мат. наук, профессором кафедры математического моделирования Костиным В.А. Обсуждён и утверждён на заседании кафедры математического моделирования ФГБОУ ВО «ВГУ» « 16 » января 2024 года, протокол № 0506-05.

Доктор физико-математических наук
(специальность 01.01.02 –
Дифференциальные уравнения,
динамические системы
и оптимальное управление),
профессор кафедры
математического моделирования

В.А. Костин

Заведующий кафедрой
математического моделирования,
доктор физико-математических наук
(специальность 01.01.02 –
Дифференциальные уравнения,
динамические системы
и оптимальное управление),
доцент



М.И. Бурлуцкая

Сведения о ведущей организации:

Полное наименование: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет»

Сокращённое наименование: ФГБОУ ВО «ВГУ»

Адрес: 394018, Россия, г. Воронеж, Университетская площадь, 1

Телефон: +7 (473) 220-75-21, +7 (473) 220-87-55

Адрес в сети Интернет: <https://vsu.ru/>

Адрес электронной почты: office@main.vsu.ru