

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Мажгиховой Мадины Гумаровны
«Краевые задачи для линейных обыкновенных дифференциальных
уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные
уравнения и математическая физика

Диссертационная работа М.Г. Мажгиховой посвящена исследованию начальных и краевых задач для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом. В настоящее время уравнения с производными дробного порядка находят широкое применение для описания физических, химических, биологических, социальных и др. процессов, среди которых процессы переноса во фрактальных и вязкоупругих средах, в средах с памятью и т.д. Кроме того, исследование уравнений с дробными производными представляет интерес с точки зрения развития общей теории дифференциальных уравнений.

Основное содержание работы относится к рассмотрению задач для специального класса функционально-дифференциальных уравнений, или, как их называют в частных случаях, дифференциально-разностные уравнения, дифференциальные уравнения с запаздывающим или отклоняющимся аргументом. Их теория была начата в работах А. Д. Мышкиса, Дж. Хейла, Г. А. Каменского, Л. Э. Эльсгольца, С.Б. Норкина, А.М. Зверкина, существенные результаты в этом направлении получены Н. В. Азбелевым, А. Л. Скубачевским, В. П. Максимовым, Л. Ф. Рахматуллиной, Л. Е. Россовским, А. Б. Муравником. Отметим использование функционально-дифференциальных уравнений в работах В. А. Рвачёва и В. Л. Рвачёва для определения специального класса атомарных функций, которые нашли важные приложения в теории приближений, а также в многочисленных прикладных задачах.

Принципиальной отличительной чертой функционально-дифференциальных уравнений является наличие даже у модельных задач

финитных решений, например, таких, как атомарные функции Рвачёвых, что невозможно по отдельности ни для чисто дифференциальных, ни для чисто разностных уравнений. К функционально-дифференциальным относится также важный класс уравнений с операторами Дункла, которые родственны дифференциальным операторам Бесселя и возникают на стыке теории групп и симметрий в них (группы Коксетера), дифференциальных уравнений и теории интегральных преобразований, а также квантовой физики и кристаллографии. К классу функционально-дифференциальных уравнений также относятся задачи с инволютивным или Карлемановским сдвигом.

Относительно недавно появились работы, связанные с исследованием начальных задач для таких уравнений с производными дробного порядка.

В работе М.Г. Мажгиховой исследуются вопросы разрешимости аналогов задач Коши, Штурма, Дирихле–Неймана, Штурма–Лиувилля, а также задачи с нелокальными условиями типа Стеклова для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздыванием и операторами дробного дифференцирования Джрбашяна–Нерсесяна, Римана–Лиувилля и Герасимова–Капуто.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении дается обзор работ по теории уравнений с дробными производными, связанных с тематикой диссертации, обосновывается актуальность диссертационной работы, вкратце характеризуются основные результаты диссертации, описывается ее содержание. Вводный раздел диссертации содержит сведения по теории специальных функций и теории дробного интегро-дифференцирования необходимые для изложения диссертации.

В первой главе построено фундаментальное решение для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, содержащего оператор дробного дифференцирования Джрбашяна–Нерсесяна, обобщающего операторы Римана–Лиувилля и Герасимова–Капуто. Получено решение начальной задачи в терминах специальной функции $W_\nu(t)$, которая выражается с помощью трехпараметрических функций Миттаг-Леффлера. Рассмотрено также

уравнение с переменным запаздыванием, для которого развит метод шагов решения начальной задачи. Причем, что немаловажно, решение получено в явном виде.

Во второй главе исследуются двухточечные краевые задачи для уравнения с постоянными запаздыванием и коэффициентами с производной Римана–Лиувилля. Для уравнения произвольного дробного порядка доказаны теоремы об однозначной разрешимости обобщенной задачи Штурма–Лиувилля и задачи Дирихле–Неймана. Получено условие, гарантирующее однозначную разрешимость задачи с условиями типа Штурма–Лиувилля и доказано, что это условие может нарушаться только для конечного числа вещественных собственных значений. Отметим, что реализованный в работе метод функции Грина решения обобщенной задачи Дирихле–Неймана, представляет собой новый результат в том числе и для уравнений целого порядка даже без запаздывания.

В третьей главе построены функции Грина и представления решений задач с нелокальными краевыми условиями для уравнения с производной Римана–Лиувилля второго порядка, в том числе аналогов задач Стеклова первого и второго типов, а также решена краевая задача с условием, связывающим значения функции во внутренних точках со значением на конце рассматриваемого интервала.

Таким образом, в диссертационной работе М.Г. Мажгиховой получены новые имеющие научную ценность результаты, к которым следует отнести построение явных представлений решений, определение условий разрешимости задач для класса линейных обыкновенных дифференциальных уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом.

Результаты диссертации имеют теоретическое значение и вносят заметный вклад в развитие теории дифференциальных уравнений дробного порядка и теорию дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Практическая ценность работы определяется прикладной значимостью дробного исчисления в физике и математическом моделировании.

В качестве замечаний и рекомендаций к работе отметим:

1. В теореме 1.5.1 условие $\varepsilon > \gamma_0$ можно ослабить, записав $\varepsilon > 1 - \gamma_1$.
2. Задача 2.3.1 (страница 54) является частным случаем задачи 2.1.1 (страница 45). В работе не поясняется, почему задача 2.3.1 рассматривается отдельно.
3. Следовало несколько расширить в вводной части комментария с перечислением математиков, заложивших основы теории функционально-дифференциальных уравнений и активно продолжающих их исследование в настоящее время.

Приведенные замечания никак не влияют на общую положительную оценку работы.

Диссертация обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты как в теории уравнений дробного порядка, так и в теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, и свидетельствует о личном вкладе соискателя в теорию дифференциальных уравнений.

Диссертация содержит исследование вопросов разрешимости и построения решений дифференциальных уравнений, и поэтому тема диссертации, ее содержание и методы исследования полностью соответствуют паспорту специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Основные выводы и положения, сформулированные в диссертации, обоснованы и снабжены доказательствами.

Результаты диссертации опубликованы в 12 рецензируемых научных журналах, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, в том числе 5 из них в изданиях индексируемых в международных наукометрических базах данных Scopus и Web of Science. Положения и выводы диссертации прошли хорошую апробацию на международных конференциях и симпозиумах. Автореферат ясно отражает содержание диссертации, суть проведенных исследований и полученных результатов, а также их место в современной теории дифференциальных уравнений.

Диссертация удовлетворяет пункту 9 Положения о присуждении ученых степеней, а именно является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задач, имеющих важное значение для развития дробного исчисления и теории дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что диссертационная работа «Краевые задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений дробного порядка с запаздывающим аргументом» соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Мажгихова Мадина Гумаровна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент

Профессор кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования
Института инженерных и цифровых технологий
НИУ «БелГУ»,
доктор физико-математических наук
(1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика)

Ситник Сергей Михайлович

06.02.2024г.

Организация:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный национальный исследовательский университет» (НИУ «БелГУ»)

Юридический адрес: Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85

Тел.: (4722) 30-12-11, факс: (4722) 30-10-12, (4722) 30-12-13,

sitnik@bsu.edu.ru

Личную подпись удостоверяю Ведущий специалист по кадрам департамента управления персоналом		
	« 06 » 02 20 24	