

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу Мустафиной Ильмиры Жаватовны «Исследование границ областей устойчивости и гиперболичности точек равновесия динамических систем», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Диссертационная работа Мустафиной И.Ж. посвящена изучению вопросов поведения динамических систем в окрестностях границ областей устойчивости и гиперболичности точек равновесия. Тема диссертации непосредственно связана с научно-исследовательской работой кафедры высокопроизводительных вычислений и дифференциальных уравнений ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий» и соответствует паспорту научной специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Основными объектами исследования в работе Мустафиной И.Ж. являются зависящие от параметров динамические системы, описываемые линейными и нелинейными дифференциальными уравнениями с периодическими коэффициентами. Вопросы изучения поведения динамических систем в окрестностях границ областей устойчивости и гиперболичности основных режимов динамических систем хорошо изучены для систем, описываемых автономными дифференциальными уравнениями. Для систем, описываемых неавтономными и, в частности, периодическими дифференциальными уравнениями, многие вопросы остаются открытыми или малоизученными. Сложность изучения таких вопросов вызвана рядом факторов таких как отсутствие явных формул для вычисления матриц монодромии периодических систем, наличие различных резонансов, существенно более сложное поведение системы в окрестностях границ устойчивости и др.

Изучению ряда соответствующих задач и посвящена диссертационная работа Мустафиной И.Ж. Перед ней были поставлены следующие основные задачи. Во-первых, разработать подходы для построения (в пространстве параметров системы) границ областей устойчивости и гиперболичности точек равновесия и периодических решений динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями с периодическими коэффициентами. Речь идет о получении для указанных границ асимптотических (по степеням малого параметра) формул. Во-вторых, провести исследование вопросов об основных свойствах границ областей устойчивости: регулярность, опасность или безопасность и др. Наконец, в-третьих, провести анализ бифуркационного поведения системы при переходе параметров системы через границы областей устойчивости и гиперболичности: сценарии возможных бифуркаций, устойчивость возникающих решений, транскритичность и пр.

Мустафина Ильмира полностью справилась с поставленными задачами. На первом этапе она провела исследование аналогичных задач для динамических систем, описываемых автономными дифференциальными уравнениями. При переходе к неавтономным периодическим системам, как было отмечено выше, задача существенно усложняется. Здесь Мустафиной И. пришлось познакомиться с рядом нетривиальных методов исследования задач для дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами, в частности, с методами М. Розо и И.Г. Малкина в теории нелинейных колебаний, современными методами теории бифуркаций и др.

В результате проведенного исследования Мустафина И.Ж. получила новые научные результаты в задачах построения и исследования свойств границ областей устойчивости и гиперболичности точек равновесия и периодических решений динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями с периодическими коэффициентами, в задачах исследования бифуркационного поведения системы в окрестностях

Таким образом, Мустафина И.Ж. получила ряд важных результатов, представляющих несомненный научный интерес. Основные результаты работы опубликованы в рецензируемых журналах, а также апробированы на научных семинарах, общероссийских и международных конференциях.

Научный руководитель
Доктор физико-математических наук
(01.01.02 – Дифференциальные уравнения и
математическая физика), профессор, профессор
кафедры высокопроизводительных вычислений
и дифференциальных уравнений федерального
государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования «Уфимский
университет науки и технологий»
450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32,
Тел.: (+7) 906 107 4118,
e-mail : yum mg@mail.ru

«25» август 2026 г.



Удостоверение
№ 09
Исмаилов М. Т.
начальника общего отдела УУИТ
Исмаилов М. Т.