

УТВЕРЖДАЮ

Проректор--начальник Управления
научной политики



МГУ имени М.В.Ломоносова

профессор А.А.Федянин

«01» 12 2025

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Шавлукова Азамата Мавлетовича
«Особенности решений одномерных уравнений газовой динамики и нелинейной
геометрической оптики»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических
наук по специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая
физика

Актуальность темы диссертации

Изучение поведения решений дифференциальных уравнений, включая их особенности, это важная математическая задача. Её, с одной стороны, следует относить к классическим, поскольку ей занимались исследователи в позапрошлом веке, а, с другой, она находится в фокусе исследований многих научных групп в мире и сегодня в силу многочисленных приложений получаемых в этой области результатов к анализу моделей процессов различной природы, включая популяционные модели, модели газовой динамики, нелинейной геометрической оптики и др.. Тема диссертационной работы А. М. Шавлукова относится к этой области и связана с применением в ней развитого за последние десятилетия аппарата теории особенностей дифференцируемых отображений, точнее в области этой тематики, связанной с исследованиями А. Х. Рахимова 1990-х годов. Использование аппарата теории особенностей позволило существенно продвинуть изучение поведения решений квазилинейных уравнений с частными производными, в частности, в окрестности точки градиентной катастрофы – конечной точки области изменения независимых переменных, в которой как минимум одна из первых производных изучаемого решения обращается в бесконечность, при этом само решение остается конечным.

В диссертации А.М. Шавлукова решаются задачи по локальному заданию решений систем одномерных уравнений газовой динамики и систем одномерных уравнений нелинейной геометрической оптики с помощью корней канонических уравнений теории катастроф. Получаемые результаты интересны как с теоретической, так и практической точек зрения. Таким образом, тема исследований актуальна.

ВХОД. № 4798-13
«09» 12. 2025г.

Новизна полученных результатов и выводов

Диссертация А. М. Шавлукова содержит следующие новые результаты:

1. В окрестности типичной точки градиентной катастрофы описаны асимптотики решений уравнений идеальной одномерной газовой динамики (гиперболическая система) и решений системы уравнений нелинейной геометрической оптики (эллиптическая система) для локально бесконечно дифференцируемых (или, в случае системы уравнений нелинейной геометрической оптики, аналитических) функций давления (интенсивности) и при различных условиях обращения в нуль якобиана применяемого преобразования годографа.
2. Впервые описана особенность типа сборки для газа Чаплыгина. Уточнен вид сечения нормальной формы особенности типа эллиптической омбилики решений системы уравнений нелинейной геометрической оптики.
3. Установлено совпадение с точностью до растяжений генотипов особенностей складки, сборки и сечения гиперболической омбилики решений системы уравнений одномерной газовой динамики и генотипов особенностей складки, сборки и сечения гиперболической омбилики решений линейного волнового уравнения в образе годографа.
4. Показано совпадение с точностью до растяжений генотипа особенности эллиптической омбилики решения системы уравнений нелинейной геометрической оптики и генотипа особенности эллиптической омбилики решения уравнения Лапласа.

Результаты сопровождаются исчерпывающими доказательствами.

Апробация работы и публикации

Результаты диссертации являются новыми, они изложены в 5 статьях в научных изданиях, рекомендованных ВАК для публикации результатов диссертации. Основные результаты были доложены на многих международных конференциях, а также на заседаниях общегородского семинара им. А.М.Ильина по дифференциальным уравнениям математической физики Института математики с вычислительным центром УФИЦ РАН.

Обоснованность научных положений и выводов, сформулированных в диссертации

Диссертационная работа объемом 117 страниц состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 141 наименований. Структура работы соответствует логике исследования и хорошо организована.

Первая глава посвящена особенностям решений систем уравнений газовой динамики. Описаны три особенности: складки, сборки и сечения гиперболической омбилики. Ключевой результат первой главы — совпадение генотипов этих трех типичных особенностей и аналогичных особенностей решений линейного волнового уравнения с постоянными коэффициентами.

Автором установлено, что частные случаи газов Чаплыгина и Бехерта-Станюковича не удовлетворяют условию, при котором проводились исследования предшественников. В случае газа Чаплыгина наследуется не только генотип, но и нормальная форма особенности сечения сборки, а в случае газа Бехерта-Станюковича наследуется не только генотип, но и нормальная форма особенности сечения гиперболической омбилики.

Во второй главе изучаются особенности типа сборки, присущие решениям как гиперболической, так и эллиптической системы при стремлении к нулю плотности газа или интенсивности. Приведен пример полиномиального решения для частного случая уравнений мелкой воды, где наблюдается особенность сборки; обоснован формализм из ряда работ предшественников также для частного случая уравнений мелкой воды.

В третьей главе изучаются особенности сечения эллиптической омбилики как единственная типичная особенность решений системы уравнений нелинейной геометрической оптики. Показывается, что она имеет тот же генотип, что и единственная типичная особенность решения системы Коши-Римана. Уточняется вывод о виде сечения омбилической особенности, ранее полученный на формальном уровне в работе Б. А. Дубровина, Т. Гравы и К. Клейна.

Соответствие содержания диссертации автореферату и указанной специальности

Диссертация посвящена решению актуальных задач теории дифференциальных уравнений, ее результаты интересны и существенны для теории градиентных катастроф решений систем квазилинейных уравнений. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа и автореферат полностью удовлетворяют паспорту научной специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика, направление исследований 5. Дифференциальные уравнения с частными производными.

Значимость результатов для науки и производства

Работа носит теоретический характер. Автором изучены решения квазилинейных систем дифференциальных уравнений первого порядка в окрестности типичной конечной точки градиентной катастрофы.

Результаты диссертации имеют потенциал для применения и дальнейшего развития в Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова, Институте проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Институте прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, Институте математики с ВЦ УФИЦ РАН и других научных и образовательных организациях, в которых ведутся исследования в теории анализа поведения и особенностей решений дифференциальных уравнений с частными производными.

Замечания по диссертационной работе

1. В работе одним из важнейших используемых понятий является «типичность», иногда с пояснением, что в смысле «теории катастроф». Однако в этой теории это понятие может нести разную нагрузку и смысл, поэтому следовало бы пояснить подробнее, о какой типичности идёт речь.

2. Автор не всегда даёт ссылки на первоисточники, что было бы корректно и правильно, а указывает более поздние работы. Так, например, для понятия генотипа дается ссылка на работу 2021 года, хотя само оно было определено ещё в прошлом веке, и есть много доступной литературы того времени с описанием этого понятия.

3. Часть рассуждений в диссертации, проведенных в классе гладких функций, без труда проецируется и на аналитическую ситуацию. Автору следовало бы отметить это в соответствующих местах работы, что поспособствовало бы и усилению полученных результатов и более полному их восприятию.

Указанные замечания не влияют на правильное понимание результатов работы специалистами и общую положительную оценку работы.

Вывод

Диссертационная работа Шавлукова Азамата Мавлетовича «Особенности решений одномерных уравнений газовой динамики и нелинейной геометрической оптики» соответствует требованиям пунктов 9-10 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 года № 842, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, членом-корреспондентом РАН, заведующим кафедрой теории динамических систем механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова Давыдовым Алексеем Александровичем.

Отзыв рассмотрен и одобрен на заседании кафедры теории динамических систем механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, протокол № 2 от «01» декабря 2025 года.

Заведующий кафедрой теории динамических систем механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова, профессор, член-корреспондент РАН



Давыдов Алексей Александрович

Учёный секретарь кафедры теории динамических систем механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, кандидат физико-математических наук



Асташов Евгений Александрович

Декан механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН



Шафаревич Андрей Игоревич

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

Почтовый адрес: 119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1

Тел.: +7 (495) 939-10-00

Электронная почта: info@rector.msu.ru

Официальный сайт: <https://msu.ru/>

