

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Шавлукова Азамата Мавлетовича «Особенности решений одномерных уравнений газовой динамики и нелинейной геометрической оптики», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Диссертация А. М. Шавлукова посвящена приложениям теории особенностей дифференцируемых отображений к изучению претерпевающих градиентные катастрофы решений квазилинейных систем одномерных уравнений: гиперболической системы уравнений движения невязкого изэнтропического газа и эллиптической системы уравнений нелинейной геометрической оптики. В окрестности точки градиентной катастрофы – такой конечной точки, в которой обращаются в бесконечность первые производные решений, в то время как сами решения остаются конечными – автор диссертации, пользуясь результатами теории особенностей, локально задает решения указанных систем посредством критических точек функций, определяемых стандартными версальными деформациями особенностей типов A и D .

Автором применяется преобразование годографа, которое, меняя ролями зависимые и независимые переменные, переводит квазилинейные системы в линейные. Данное преобразование перестает быть взаимно однозначным и гладким в точке градиентной катастрофы, в которой обращается в нуль якобиан преобразования. Отдельно выделяя так называемые «провальные» особенности (при стремлении плотности газа к нулю), диссертант изучает всевозможные сценарии обнуления якобиана преобразования и соответствующие им особенности.

Для своего исследования автор диссертации вводит локально бесконечно дифференцируемую (в случае гиперболической системы) или аналитическую (в случае эллиптической системы) функцию, зависящую от скорости и плотности (интенсивности) потока, как от основных переменных, и от времени и пространственной координаты, как от параметров, именуемых в теории катастроф управляющими. Показано, что посредством конечного числа гладких (аналитических) преобразований данная функция локально сводится к стандартному семейству функций, чьи критические точки выражают решения исходной системы в окрестности точки градиентной катастрофы.

ВХОД. №	4496-13
«09»	12. 2025г.

Диссертационная работа А. М. Шавлукова состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Первая глава посвящена особенностям решений систем уравнений газовой динамики. Описаны три особенности: складки, сборки и сечения гиперболической омбилики D_4^- . Автор показывает, что эти же особенности присущи решениям системы, получаемой из линейного волнового уравнения, причем у них, с точностью до растяжений, совпадают генотипы (часть нормальной формы семейства, не зависящая от параметров). Выдвигается гипотеза о том, что такого рода «наследование особенностей» имеет место и в многомерных случаях.

Здесь же в 1-й главе автор показывает, что в двух аппроксимационных частных случаях происходит «наследование» не только генотипа, но и всей нормальной формы. В случае газа Чаплыгина (нарушающем условие сильной нелинейности) совпадает вся нормальная форма особенности сечения сборки, а в случае газа Бехерта-Станюковича (нарушающем еще более жесткое условие, которое так же нарушается и в случае газа Чаплыгина) совпадает вся нормальная форма особенности сечения гиперболической омбилики. В предшествующих работах упомянутые условия для двух указанных газов не рассматривались. Автор диссертации показывает, что эти условия нарушаются только в перечисленных частных случаях.

Вторая глава посвящена провальным (при стремлении к нулю плотности газа или интенсивности) особенностям типа сборки. Автор показывает их характерность как для гиперболической, так и для эллиптической системы. Отмечается, что наследования провальных особенностей не происходит. Для частного случая уравнений мелкой воды дан простой пример полиномиального решения с особенностью типа сборки. В отдельном пункте обоснован формализм некоторых предшествующих работ.

Третья глава посвящена единственной типичной особенности решений системы уравнений нелинейной геометрической оптики – особенности сечения эллиптической омбилики D_4^+ . Здесь также наблюдается явление наследования: особенность имеет тот же генотип (с точностью до растяжений), что и единственная типичная особенность решения системы Коши-Римана (которая сводится к уравнению Лапласа). Автор вновь выдвигает предположение о совпадении генотипов для многомерных эллиптических уравнений и систем. Кроме того, в главе уточнен вывод нормальной формы омбилической особенности, ранее полученный на формальном уровне строгости в известной работе Б. А. Дубровина, Т. Гравы и К. Клейна 2009 г.

К достоинствам диссертационной работы относится строгая обоснованность результатов, отсутствовавшая в части вышедших ранее статей. Приводимые в диссертации конструкции и выводы опираются на фундаментальные результаты теории особенностей дифференцируемых отображений и теории уравнений с частными производными. Работа вносит существенный вклад в тематику исследований по описанию типичных особенностей решений одномерных диагональных квазилинейных систем, начатых в 1993 г. А. Х. Рахимовым.

Среди недостатков диссертационной работы надо отметить следующие. Автор пользуется понятием общего положения из теории особенностей, не вводя функциональное пространство изучаемых объектов и не указывая топологию, которой оно снабжено. Поэтому не ясно, какому подмножеству, открытому всюду плотному или массивному, принадлежат объекты общего положения. В любом случае необходимо было описать подмногообразия в пространстве струй функций, сформулировать условия трансверсальности струйных расширений изучаемых отображений этим подмногообразиям, а также сформулировать вариант теоремы трансверсальности Тома, который обосновывал бы в данной ситуации существование соответствующего подмножества в функциональном пространстве. Вместо сказанного автор периодически пишет лишь «согласно идеологии теории катастроф» (например, в строке 14 сверху на стр. 53) и сводит понятие общего положения к указанию на то, что число уравнений в общей системе не превышает количества неизвестных.

Далее, автор не приводит никаких доводов в пользу своего предположения о том, что нормальная форма особенности $C_{2,2}$ из работы Рахимова 1993 г. сводится к нормальной форме особенности типа D_4^+ . Некоторые выкладки представлены в диссертации излишне подробно. Например, после того, как было показано, что лишь случаи газов Чаплыгина и Бехерта-Станюковича нарушают условие, более жесткое, чем условие сильной нелинейности, излишне повторять это утверждение для политропных газов. Следует также отметить перегруженность формулировок некоторых утверждений: автор повторяет в них предыдущие выкладки. Например, в теореме 3.1 на стр. 98 достаточно лишь предложения о выражении решения системы (3.1) посредством формул (3.31) и свойствах коэффициента k_3 в них.

Как и любой большой текст, диссертация содержит некоторые опечатки. Например, первое слагаемое формулы (23) на стр. 31 содержит лишний множитель y_1 . В строке 12 сверху на стр. 46 пропущено

существительное в предложении «В силу отсутствия в (1.63) говорится именно о сечении омбилической особенности».

Приведенные замечания не влияют на положительную оценку диссертации в целом. Я считаю, что диссертация А. М. Шавлукова удовлетворяет критериям, указанным в пунктах 9-11,13,14 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением № 842 Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. Соискатель заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. - дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры высшей математики
ФГАОУ ВО «Российский государственный
университет нефти и газа
(национальный исследовательский университет)
имени И.М. Губкина»
Седых Вячеслав Дмитриевич

11 ноября 2025 г.

Даю согласие на обработку персональных данных.
Докторская диссертация защищена по специальности
01.01.04. Геометрия и топология
Адрес основного места работы
119991, Россия, г. Москва, Ленинский проспект, д. 65, к. 1
ФГАОУ ВО «Российский государственный
университет нефти и газа (национальный исследовательский
университет) имени И.М. Губкина»
Рабочий тел.: +7 (499) 507-88-88
e-mail: vdsedykh@gmail.com

