

ОТЗЫВ научного руководителя

на диссертацию Шавлукова Азамата Мавлетовича на тему «Особенности решений одномерных уравнений газовой динамики и нелинейной геометрической оптики», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.1. Дифференциальные уравнения и математическая физика

В классической работе Б. Римана (Rimann B. Über die Fortflanzung ebener Lüftwellen von endlicher Schwingungsweite, Abhandl. Ges. Göttingen Math. Phys. Klasse, 1860) была показана возможность образования скачкообразных линий разрыва из изначально гладких решений системы уравнений движения одномерного изоэнтропического газа

$$u'_t + u u'_x + \alpha(\rho) \rho'_x = 0, \quad \rho'_t + (\rho u)'_x = 0 \quad (1)$$

($p(\rho)$ – уравнение состояния газа, $\alpha(\rho) = \frac{p'(\rho)}{\rho}$, $\rho \geq 0$ – плотность газа, u – скорость его течения).

Тем самым он предсказал наличие ударных волн задолго до их экспериментального обнаружения. С тех пор вопрос о различных сингулярностях решений квазилинейных систем дифференциальных уравнений неизменно находится в центре внимания.

Настоящая диссертация лежит в тематике исследований таких сингулярностей, которая сформировалась после выхода статьи А. Х. Рахимова (Рахимов А. Х. Особенности римановых инвариантов // Функц. анализ и его прил. 1993. Т. 27, №1. С. 46–59). Работы этой тематики выделяет то обстоятельство, что в них изучаются сингулярности решений квазилинейных систем, связанные с типичными с точки зрения математической теории катастроф особенностями проектирования графиков решений на область изменения их независимых переменных.

В данной диссертации рассматриваются типичные градиентные катастрофы решений системы (1) и её эллиптического аналога с неположительным коэффициентом $\alpha(\rho)$, которые возникают при вырождении критических точек функции (именуемой в диссертации «единой») двух основных переменных u и ρ , а также двух так называемых управляющих параметров t и x . На множестве критических точек данной функции основные переменные становятся функциями управляющих параметров, которые при условии невырожденности этих критических точек являются гладкими решениями системы (1).

Вопрос же о типичных вырождениях критических точек гладких функций, зависящих от управляющих параметров, как раз и относится к предмету математической теории катастроф. Идеологию, аппарат и строгие математические выводы этой теории диссертант успешно использовал в своем исследовании, учитывая специфику зависимости вышеупомянутой единой функции от своих аргументов.

Наиболее ценным из представленных в диссертации А.М. Шавлукова результатов мне представляется наблюдение о наследовании генотипов типичных с точки зрения математической теории катастроф особенностей решений систем уравнений движения одномерного изоэнтропического газа и его эллиптического варианта от решений их линеаризаций, которые тривиальным образом сводятся к решениям пространственно одномерного волнового уравнения и, соответственно, двумерного уравнения Лапласа.

Как отмечено в диссертации, логичным является предположение о том, что подобное наследование генотипов типичных особенностей может наблюдаться и для решений квазилинейных уравнений с тремя независимыми переменными. Тем самым в диссертации фактически предлагается следующая схема подхода к исследованию пока почти совсем неизученных задач о таких типичных особенностях решений целого класса квазилинейных дифференциальных уравнений с более, чем двумя независимыми переменными: на первом этапе согласно этой схеме следует изучить вопрос о типичных с точки зрения математической теории катастроф особенностях решений линеаризаций конкретной системы квазилинейных уравнений, а на втором – проверить гипотезу о том, что и у самой этой квазилинейной системы существуют решения с типичной особенностью, генотип которой совпадает с одним из генотипов типичных особенностей решений линеаризованной системы.

Весьма существенно также то обстоятельство, что все результаты диссертации математически строго обоснованы. (В отличие от работ ряда предшественников, работавших лишь на уровне формальных асимптотических решений.)

К достоинствам диссертации надо отнести и полноту исследования типичных градиентных катастроф (при ненулевых значениях плотностей ρ) решений всех систем одномерного движения изоэнтропического газа, включая рассмотрение случаев систем, не удовлетворяющих условию сильной нелинейности – в отличие, например, от процитированной выше основополагающей работы А.Х. Рахимова. Эти случаи сводятся к хорошо известным случаям газов Чаплыгина и Бехерта-Станюковича, которым посвящены отдельные разделы диссертации.

Все основные результаты получены лично соискателем. Они достаточно полно опубликованы в виде 5 статей, изданных в журналах, входящих в международные реферативные базы данных Web of Science и Scopus и Перечень ВАК. Основные результаты диссертации А.М. Шавлукова обсуждались на Общегородском семинаре им. А.М. Ильина по дифференциальным уравнениям математической физики Института математики с вычислительным центром УФИЦ РАН, а также автор неоднократно докладывал их на международных конференциях по дифференциальным уравнениям.

Диссертация «Особенности решений одномерных уравнений газовой динамики и нелинейной геометрической оптики» Шавлукова Азамата Мавлетовича удовлетворяет п. 9–11, 13, 14 постановления Правительства

Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней» (в редакции от 16.10.2024 г.). Диссертационная работа рекомендуется к защите, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Научный руководитель
Доктор физико-математических наук
(01.01.02 – Дифференциальные
уравнения, динамические системы и
оптимальное управление),
ведущий научный сотрудник
отдела дифференциальных уравнений
Института математики
с вычислительным центром –
обособленного структурного
подразделения Федерального
государственного бюджетного
научного учреждения
Уфимского федерального
исследовательского центра
Российской академии наук

Сулейманов / Сулейманов
Булат Ирекович

«26» 05 2025 г.

450008, г. Уфа, ул. Чернышевского, 112
Телефон: 8(347) 272-59-36
E-mail: bisul@mail.ru

Подпись Б.И. Сулейманова заверяю:
Ученый секретарь
ИМВЦ УФИЦ РАН, к.ф.-м.н.

В.Ф. Вильданова

