

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 99.0.110.02,
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
БЮДЖЕТНОГО НАУЧНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ УФИМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК

аттестационное дело № _____

решение диссертационного совета от 26 июня 2026 г. № 51

О присуждении Султанову Оскару Анваровичу, гражданину Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Устойчивость и бифуркационные явления в нелинейных системах с затухающими возмущениями» по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика принята к защите 23.03.2026 г. (протокол № 44) диссертационным советом 99.0.110.02, созданным на базе Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450054, г. Уфа, Проспект Октября, 71), федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32), созданного приказом № 521/нк от 24.03.2023 г.

Соискатель, Султанов Оскар Анварович, 06.10.1990 года рождения. В 2012 году окончил Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Уфимский государственный авиационный технический университет» по специальности

«Прикладная математика и информатика» с присуждением квалификации «Математик, системный программист».

Диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление на тему «Возмущение и устойчивость моделей авторезонанса» защитил в 2015 году в диссертационном совете Д 002.057.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики с вычислительным центром Уфимского научного центра Российской академии наук.

Работает в должности старшего научного сотрудника отдела дифференциальных уравнений Института математики с вычислительным центром - обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.

Диссертация выполнена в отделе дифференциальных уравнений Института математики с вычислительным центром - обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.

Официальные оппоненты:

1. Глызин Сергей Дмитриевич, доктор физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессор, заведующий кафедрой компьютерных сетей Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»;

2. Лерман Лев Михайлович, доктор физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и

оптимальное управление), профессор, главный научный сотрудник лаборатории топологических методов в динамике Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» в Нижнем Новгороде;

3. Сесекин Александр Николаевич, доктор физико-математических наук (01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и механики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, г. Москва, в своем положительном отзыве, подписанном Доброхотовым Сергеем Юрьевичем, доктором физико-математических наук (01.01.03 – Математическая физика), главным научным сотрудником, заведующим лабораторией механики природных катастроф, утвержденном директором, доктором физико-математических наук, член-корреспондентом РАН Якушем Сергеем Евгеньевичем, указала, что диссертация Султанова Оскара Анваровича на соискание ученой степени доктора физико-математических наук представляет собой глубокое теоретическое обобщение и решение крупной научной проблемы качественной теории дифференциальных уравнений, является логически завершенным научным трудом, который соответствует критериям, установленным пп. 9-14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 г., а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

По теме диссертации опубликовано 29 статей в рецензируемых журналах из перечня ВАК, включенных в международные реферативные базы данных и системы цитирования Web of Science и Scopus.

Общий объем публикаций по теме диссертации 32,56 п.л., все статьи написаны без соавторов. В диссертации отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах.

Наиболее значимые работы по теме диссертации:

[1] Sultanov, O. A. Nonlinear resonance in oscillatory systems with decaying perturbations / O. A. Sultanov // Discrete and Continuous Dynamical Systems. — 2025. — Vol. 45, № 5. — P. 1691–1719.

[2] Sultanov, O. A. Resonances in nonlinear systems with a decaying chirped-frequency excitation and noise / O. A. Sultanov // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2025. — Vol. 145. — P. 108713.

[3] Sultanov, O. A. Asymptotic regimes in oscillatory systems with damped nonresonant perturbations / O. A. Sultanov // Nonlinear Dynamics. — 2024. — Vol. 112, № 4. — P. 2589–2609.

[4] Sultanov, O. A. Stability of asymptotically Hamiltonian systems with damped oscillatory and stochastic perturbations / O. A. Sultanov // Communications on Pure and Applied Analysis. — 2024. — Vol. 23, № 4. — P. 432–462.

[5] Sultanov, O. A. Resonance in isochronous systems with decaying oscillatory perturbations / O. A. Sultanov // Qualitative Theory of Dynamical Systems. — 2024. — Vol. 23. — P. 295.

[6] Sultanov, O. A. Resonances in asymptotically autonomous systems with a decaying chirped-frequency excitation / O. A. Sultanov // Discrete and Continuous Dynamical Systems Series B. — 2023. — Vol. 28, № 3. — P. 1719–1749.

[7] Sultanov, O. A. Long-term behaviour of asymptotically autonomous Hamiltonian systems with multiplicative noise / O. A. Sultanov // SIAM Journal on Applied Dynamical Systems. — 2023. — Vol. 22, № 3. — P. 1818–1851.

[8] Sultanov, O. A. Stability and bifurcation phenomena in asymptotically Hamiltonian systems / O. A. Sultanov // Nonlinearity. — 2022. — Vol. 35, № 5. — P. 2513–2534.

[9] Sultanov, O. A. Damped perturbations of systems with centre-saddle bifurcation / O. A. Sultanov // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 2021. — Vol. 31, № 9. — P. 2150137.

[10] Sultanov, O. A. Bifurcations in asymptotically autonomous Hamiltonian systems under oscillatory perturbations / O. A. Sultanov // Discrete and Continuous Dynamical Systems. — 2021. — Vol. 41, № 12. — P. 5943–5978.

На диссертацию и автореферат поступили отзывы:

1. Ведущей организации Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, г. Москва. Отзыв положительный. Имеется замечание:

Текст диссертации написан достаточно ясно, каких-либо серьезных замечаний по математическим исследованиям нет. Однако есть такое замечание общего характера. В диссертации перечислены области науки, в которых полученные математические результаты могут найти применение, но практически не обсуждаются их приложения к конкретным задачам из этих областей, например, к физическим задачам, к задачам, возникающим в научно-технических областях, в биологии и медицине. Это замечание можно рассматривать как пожелание к дальнейшей научной деятельности автора.

2. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, заведующего кафедрой компьютерных сетей Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова» Глызина Сергея Дмитриевича. Отзыв положительный. В отзыве указано следующее замечание:

В качестве замечания, или точнее пожелания, к работе хотелось бы отметить, что автором рассматриваются в значительной степени динамические

системы на плоскости. Представляет большой интерес, насколько теория, развитая автором, может быть распространена на системы большей размерности и, в частности, на уравнения с запаздыванием.

3. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, главного научного сотрудника лаборатории топологических методов в динамике Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» в Нижнем Новгороде Лермана Льва Михайловича. Отзыв положительный. Имеются замечания:

1) Во всех главах, когда речь идет о предельном поведении функций, задающих правые части системы, говорится просто о стремлении функций к нулю, но не говорится в какой топологии: функция от пространственных переменных и времени задает кривую от t в функциональном пространстве бесконечно гладких функций, эта кривая стремится к нулевой функции, но как?

2) Фразы типа «асимптотические решения возмущенной системы, стремящиеся к неподвижным точкам предельной гамильтоновой системы» более корректно писать так: «решения возмущенной системы, асимптотически стремящиеся к состояниям равновесия предельной гамильтоновой системы», т.к. нет термина «асимптотическое решение возмущенной системы».

3) В диссертации порядка 60 теорем. Когда видишь такое количество теорем, возникает естественный вопрос: а все ли эти утверждения следует называть теоремами, иначе они теряют значение. Более правильно было бы разделить утверждения по их значимости для получения результатов на леммы (что делается), предложения и теоремы.

4) В некоторых главах используется термин «асимптотический режим», причем не всегда понятно, то ли это приближенное решение, то ли настоящее.

5) В нескольких главах говорится о корнях характеристического уравнения, при этом матрица зависит от времени (обычно с постоянной

предельной матрицей на бесконечности). Этот термин выглядит странным и следовало бы привести какие-то замечания-разъяснения при их использовании (например, экспоненциальную дихотомию в седловых случаях).

6) В главе 4 результаты близко примыкают к полученным Морозовым и Шильниковым о периодических возмущениях двумерных гамильтоновых систем, но ссылки на их работы отсутствуют.

4. Официального оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, заведующего кафедрой прикладной математики и механики Института естественных наук и математики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» Сесекина Александра Николаевича. Отзыв положительный. Имеется замечание:

В качестве замечания отмечу, что в работе рассматриваются только плоские автономные системы с возмущениями, интенсивность которых затухает по степенному закону. Было бы интересным расширить предложенную теорию на случай более общего класса затухающих возмущений, а также рассмотреть соответствующие задачи большей размерности.

5. Доктора физико-математических наук, профессора, профессора кафедры искусственного интеллекта и перспективных математических исследований Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий» Насырова Фарита Сагитовича. Отзыв положительный. Вопросов и замечаний нет.

6. Доктора физико-математических наук, доцента, декана математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова» Нестерова Павла Николаевича. Отзыв положительный. Вопросов и замечаний нет.

7. Доктора физико-математических наук, ведущего научного сотрудника Международной лаборатории стохастического анализа и его приложений Федерального государственного автономного образовательного учреждения

высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» **Паламарчук Екатерины Сергеевны.** Отзыв положительный. Имеется замечание:

В качестве замечания можно указать на то, что по ходу изложения не затрагивается вопрос о существовании и единственности решений.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается их высокой профессиональной деятельностью, наличием публикаций, компетенцией по теме диссертации, позволяющей определить ее научную и практическую ценность. Ведущая организация и оппоненты не имеют совместных исследований и публикаций с соискателем.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

- установлены качественные изменения в динамике гамильтоновых систем на плоскости под действием затухающих возмущений: определены условия сохранения нейтральной устойчивости, перехода к асимптотической устойчивости, а также механизмы возникновения режимов, близких к периодическим.

- выявлены условия сохранения и разрушения бифуркации типа «центр-седло». Описаны асимптотические режимы решений и исследована их устойчивость в зависимости от бифуркационного параметра предельной системы и параметров затухающих возмущений.

- исследованы эффекты фазового захвата и фазового дрейфа в нелинейных системах при наличии затухающих возмущений с асимптотически постоянной и чирпированной частотой. Доказаны существование и устойчивость резонансных решений с ограниченной и неограниченно растущей энергией.

- определены классы стохастических возмущений типа белого шума, гарантирующие устойчивость динамических систем по вероятности на асимптотически больших и неограниченных временных интервалах. Предложен метод построения стохастических функций Ляпунова на базе локальных функций Ляпунова невозмущенных детерминированных систем.

– найдены условия сохранения и потери устойчивости по вероятности для равновесий в системах, близких к гамильтоновым, при воздействии шума с затухающей интенсивностью.

– получены пороговые значения параметров чирпированных возмущений и интенсивности шума, определяющие устойчивость режимов с неограниченным ростом амплитуды.

Результаты работы имеют теоретический характер и вносят существенный вклад в развитие методов качественного и асимптотического анализа нелинейных систем с затухающими детерминированными и стохастическими возмущениями. На основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как значимое научное достижение в области теории устойчивости, асимптотического анализа и исследования нелинейных дифференциальных и стохастических систем с затухающими возмущениями.

Практическая значимость результатов заключается в возможности их применения при исследовании широкого круга математических моделей, возникающих в механике, физике, теории колебаний, задачах аппроксимации, а также в системах, подверженных случайным воздействиям. Полученные критерии устойчивости и бифуркаций могут быть использованы при анализе и прогнозировании поведения нелинейных систем с затухающими возмущениями, при оценке устойчивости резонансных режимов, а также при построении и верификации математических моделей, учитывающих переходные процессы и шумовые эффекты.

Результаты, представленные в диссертации, могут быть использованы при чтении специальных курсов для студентов Уфимского университета науки и технологий и в других вузах Российской Федерации. Результаты работы могут применяться в фундаментальных и прикладных исследованиях, проводимых в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Институте математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, МГУ им. М.В. Ломоносова, СПбГУ, НИУ ВШЭ,

ННГУ им. Н.И. Лобачевского, УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, ЯрГУ им. П.Г. Демидова.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что их обоснованность обеспечивается строгостью математических доказательств, основанных на фундаментальных методах теории обыкновенных и стохастических дифференциальных уравнений, теории устойчивости, асимптотического анализа и метода усреднения. Все основные положения диссертации доказаны в рамках корректно сформулированных предположений с использованием предложенных конструкций функций Ляпунова и аппарата стохастической устойчивости. Ключевая особенность выполненных доказательств состоит в построении специального аналитического аппарата, позволяющего установить связь между динамикой исходной нелинейной системы и динамикой её асимптотического приближения. Оригинальность работы заключается в адаптации техники усреднения и метода функций Ляпунова к исследованию систем с затухающими детерминированными и стохастическими возмущениями, что позволило получить новые критерии устойчивости, неустойчивости и бифуркационных переходов. Достоверность теоретических выводов подтверждается их согласованностью с известными частными случаями, а также результатами численного анализа и примерами, рассмотренными в диссертации.

Все результаты, представленные в диссертации, получены лично соискателем. Личный вклад соискателя состоит в постановке задач, разработке математического аппарата, доказательстве сформулированных утверждений, проведении численных расчетов, анализе современного состояния проблемы, интерпретации результатов и подготовке публикаций.

В ходе защиты диссертации критических замечаний высказано не было.

На заседании 26.06.2026 г. диссертационный совет принял решение: за результаты, полученные при исследовании устойчивости и бифуркационных явлений в нелинейных системах с затухающими возмущениями, вносящие значительный вклад в теорию асимптотически автономных систем, а также в

качественную и асимптотическую теорию нелинейных дифференциальных уравнений присудить Султанову Оскару Анваровичу ученую степень доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 15 человек, из них 9 докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 20 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 15, против – 0.

Председатель

диссертационного совета

Ученый секретарь

диссертационного совета

Фазуллин Зиганур Юсупович

Исаев Константин Петрович

26 июня 2026 года