

Отзыв официального оппонента
о диссертационной работе О.А. Султанова
«Устойчивость и бифуркационные явления в нелинейных системах с
затухающими возмущениями», представленной на соискание ученой
степени доктора физико-математических наук по специальности
«1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Диссертация О.А. Султанова посвящена исследованию влияния затухающих возмущений на поведение нелинейных систем. Изучению систем с возмущениями посвящено большое количество работ, которые позволяют делать выводы о корректности использования рассматриваемых моделей. Эта тематика безусловно является актуальной для многих прикладных задач.

В то же время существует много прикладных задач, в которых возмущения обладают свойством затухания с ростом времени. Такие задачи являются недостаточно изученными в качественной теории дифференциальных уравнений. В связи с этим тематика диссертации является безусловно актуальной.

Диссертация состоит из введения, девяти глав и заключения.

Введение посвящено обоснованию актуальности тематики диссертации, показано в чем состоит научная новизна и приведена мотивация используемых методов исследования.

В первой главе рассматривается система, в которой возмущение задается рядом, каждый член которого умножается на переменную t в отрицательной степени, которая стремится к минус бесконечности. Получены достаточные условия, обеспечивающие бифуркации в возмущенной системе. Приведены иллюстрирующие примеры. Важным результатом является то, что при затухающих возмущениях возможно как сохранение свойства устойчивости, имеющее место для линейной системы, так и утрата свойства устойчивости.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию эффекта возмущений на автономные системы с бифуркацией центр-седло. Проведено исследование, показавшее, что в зависимости от вида возмущений свойства системы могут существенно отличаться от свойств предельных систем. Показано, что при прохождении через бифуркационное значение параметра

ВХОД. № 2283-13
08.06. 2026г.

лямбда, когда центр и седло в предельной системе сливаются, для возмущенной системы описаны возможные варианты поведения траекторий.

В третьей главе рассматриваются осциллирующие возмущения. Исследована усредненная система. Показывается, что система имеет не менее двух асимптотических режимов в окрестности нуля. Получены достаточные условия устойчивости и неустойчивости положения равновесия. Установлена связь между осциллирующими возмущениями и свойством сохранять равновесие предельной системы.

Четвертая глава посвящена рассмотрению осциллирующих возмущений с асимптотически постоянной частотой. Проведено моделирование уравнения Дуффинга, на основании которого были выявлены особенности поведения решений уравнения с затухающим возмущением. Далее были получены строго обоснованные результаты, подтверждающие сформулированные на основании численного эксперимента результаты. Примененный метод исследования опирается на исследование модельной системы, получающейся из исходной системы удалением остаточных членов.

В пятой главе исследуется гамильтонова система, задаваемая функцией в виде многочлена некоторой конечной степени и возмущением в виде многочлена с периодическими коэффициентами. Получены условия существования резонансных решений. Полученные теоретические результаты применяются к осциллятору Дуффинга.

Шестая глава посвящена исследованию влияния постоянно действующих случайных возмущений (белого шума) на локально устойчивые системы. Предполагается, что существует функция Ляпунова, удовлетворяющая определенным условиям. Это обеспечивает асимптотическую устойчивость положения равновесия. Далее рассматривается система, находящаяся под действием случайного возмущения. С вероятностью единица система покидает окрестность точки равновесия невозмущенной системы. В связи с этим далее рассматривается устойчивость на конечном промежутке времени. Доказано, что при определенных предположениях нулевое решение устойчиво по вероятности относительно белого шума на некотором промежутке.

В седьмой главе изучается влияние мультипликативных возмущений типа белого шума на поведение стохастической системы. Исследование проводится с помощью приведения исходной системы к специальному виду. В результате исследование исходной стохастической системы сводится к изучению поведения некоторой усредненной системы. Для исследования

свойства устойчивости применяются стохастические функции Ляпунов. В результате найдены критические значения параметров системы в зависимости от белого шума.

Восьмая глава посвящена изучению влияния резонансных возмущений на свойство устойчивости системы под воздействием белого шума. На первом этапе в системе делаются замены переменных, аналогичные тем, что применялись во второй главе. Затем исследуются решения усеченной системы. Установлено, что реализуется либо режим фазового захвата, либо режим фазового дрейфа.

В девятой главе изучается влияние белого шума на резонансный захват в системах, обладающих специфическими возмущениями. Как и в пятой главе с помощью специальной замены переменных делается усреднение первых членов асимптотического разложения коэффициентов системы. С помощью укороченной системы устанавливаются условия захвата.

Заключение содержит краткое содержание основных результатов

Одним из достоинств работы является большое количество иллюстрирующих примеров.

В качестве замечания отмечу, что в работе рассматриваются только плоские автономные системы с возмущениями, интенсивность которых затухает по степенному закону. Было бы интересным расширить предложенную теорию на случай более общего класса затухающих возмущений, а также рассмотреть соответствующие задачи большей размерности. Приведенные замечания не снижают значимости полученных результатов и не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы.

Считаю, что диссертационная работа О.А. Султанова «Устойчивость и бифуркационные явления в нелинейных системах с затухающими возмущениями» является законченной научно-квалификационной работой, в которой автором проведено исследование ряда актуальных задач математической теории устойчивости нелинейных систем. Считаю, что совокупность полученных в диссертации результатов можно квалифицировать как научное достижение. Диссертация удовлетворяет всем требованиям постановления правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к докторским диссертациям, соответствует паспорту специальности «1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая

физика», а ее автор, Оскар Анварович Султанов заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент,
заведующий кафедрой прикладной математики и
механики Института естественных наук и математики
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»,
доктор физико-математических наук
(01.01.02 Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление),
профессор  Сесекин Александр Николаевич

28 мая 2026 г.

Даю согласие на обработку персональных данных.

Адрес основного места работы:

620002, Екатеринбург, ул. Мира 19

Email: a.n.sesekin@urfu.ru

Тел. +7-922-140-15-15

Подпись проф. Сесекина А.Н.



*От лица аттестационной комиссии
М.Н. Стрехнина
28.05.2026г.*