

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Захаровой Татьяны Анатольевны

«Квазилинейные эволюционные уравнения с дробными

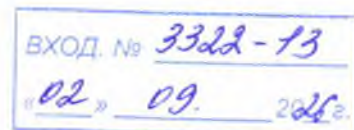
производными и дробные степени операторов»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертация Т.А. Захаровой посвящена исследованию квазилинейных эволюционных уравнений с дробными производными в банаховых пространствах. В работе строится теория комплексных степеней секториальных операторов, порождающих аналитические разрешающие семейства для уравнений дробного порядка. С помощью теории степеней исследуются вопросы однозначной разрешимости начальных задач для широких классов квазилинейных уравнений с несколькими дробными производными Герасимова – Капуто и Римана – Лиувилля, в которых нелинейный оператор не определен на всем пространстве. Уравнения такого типа встречаются при описании различных реальных процессов, в частности, в теории вязкоупругости, гидродинамике, математической биологии. Несмотря на значительное число работ в этой области, осталось много вопросов, связанных с исследованием квазилинейных уравнений, нелинейность в которых зависит от производных по пространственным переменным. Поэтому тема работы актуальна.



Диссертационная работа Татьяны Анатольевны выполнена на 121 странице, содержит введение, три главы, заключение, список обозначений и соглашений и список литературы, включающий 115 наименований.

Во введении автором освещены: актуальность темы исследования, степень ее разработанности, цели и задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы исследования, положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробация результатов, структура и краткое содержание диссертации.

Первая глава посвящена построению теории комплексных степеней для класса операторов, порождающих аналитические разрешающие семейства операторов линейных уравнений дробного порядка. Для исследования уравнений вводятся специальные банаховы пространства, определяемые дробными степенями оператора. Относительно нелинейного оператора предполагается, что он липшицев по фазовым переменным и гёльдеров по времени. Такое условие является естественным для данного класса задач и позволяет получить теоремы о локальной и глобальной однозначной разрешимости задачи Коши для квазилинейных уравнений с несколькими дробными производными Герасимова – Капуто. Аналогичные результаты получены также для квазилинейных уравнений с дробными производными Римана – Лиувилля с учётом специфики постановки начальных условий. Разработанная теория проиллюстрирована на примерах начально-краевых задач, включая дробное по времени уравнение Кана – Хиллиарда.

Вторая глава посвящена исследованию квазилинейных уравнений, в которых нелинейный оператор является липшицевым в норме исходного банахова пространства. В этом случае получены условия локальной и глобальной однозначной разрешимости задачи Коши. Кроме того, вводится понятие обобщённого решения, позволяющее ослабить требования на гладкость начальных данных. Для таких решений также

доказаны теоремы о существовании и единственности. Полученная теория применена к исследованию начально-краевых задач для дробного по времени уравнения Аллена – Кана, для класса уравнений в частных производных с многочленом от дифференциальных операторов первого порядка во всем пространстве.

В третьей главе рассмотрены вырожденные эволюционные уравнения, то есть уравнения, не разрешимые относительно старшей дробной производной в силу того, что линейный оператор при старшей производной имеет нетривиальное ядро. Рассматриваемая задача имеет специфичные начальные условия, часть из которых являются условиями Коши, остальные – условиями Шоуолтера – Сидорова. Показано, что исходное уравнение распадается в систему двух уравнений на взаимно дополняющих друг друга подпространствах: одно из уравнений разрешено относительно старшей производной и удовлетворяет условиям первой главы, а другое уравнение разрешимо в силу результатов второй главы диссертации, так как имеет в линейной части замкнутый плотно определенный оператор. Для полученной системы доказаны теоремы о локальной и глобальной однозначной разрешимости как в классическом, так и в обобщённом смысле при различных условиях на нелинейный оператор. Абстрактные результаты применены к исследованию начально-краевых задач для дробных систем фазового поля и модели термоконвекции вязкоупругой жидкости.

Таким образом, в диссертации Т.А. Захаровой получены новые и имеющие научную ценность результаты, касающиеся вопросов однозначной разрешимости начальных задач для квазилинейных уравнений с дробными производными Герасимова – Капуто и Римана – Лиувилля в банаховых пространствах, как разрешимых, так и не разрешимых относительно старшей дробной производной, а также их приложений к начально-краевым задачам для различных уравнений и

систем уравнений в частных производных. Достоинством работы является построение теории комплексных степеней секториальных операторов, которая ранее не была известна для данного класса операторов, что позволило исследовать квазилинейные уравнения, нелинейность в которых зависит от производных по пространственным переменным.

Результаты диссертации являются новыми. Достоверность выносимых на защиту результатов диссертации не вызывает сомнений. Заключение и теоремы в работе обоснованы и снабжены строгими доказательствами. Для решения поставленных задач использованы методы дробного интегро-дифференциального исчисления, теории операторов в банаховых пространствах и вырожденных эволюционных уравнений, теории разрешающих семейств операторов. Автореферат соответствует содержанию диссертационной работы.

К диссертации имеются замечания и рекомендации.

1. Хорошим дополнением к результатам диссертации стала бы известная для уравнений первого порядка в банаховых пространствах теорема о том, что любое решение нелинейного уравнения исследуемого вида либо разрушается в какой-то момент времени, либо существует на всей полуоси.
2. Работа содержит некоторое количество опечаток.

Указанные комментарии не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы. Автором проделана работа высокого качества. Полученные результаты вносят существенный вклад в теорию дробных дифференциальных уравнений.

Диссертация удовлетворяет пунктам 9–11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой

степени кандидата наук, а ее автор, Захарова Татьяна Анатольевна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент



Фалалеев Михаил Валентинович

доктор физико-математических наук (специальность 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление); профессор;

664003, г. Иркутск, ул. Карла Маркса, д. 1;

телефон: +7 (3952) 521-279;

e-mail: mihail@ic.isu.ru;

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет» Министерства науки и высшего образования РФ;

заведующий кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений.

