

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

**ПРОГРАММА
вступительного испытания
по линейной алгебре и геометрии**

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Вступительные испытания (далее - ВИ) предназначены для определения наиболее способного и подготовленного поступающего к освоению основной образовательной программы высшего образования. Приём осуществляется на конкурсной основе по результатам вступительных испытаний.

Программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

ПРОЦЕДУРА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Вступительные испытания по линейной алгебре и геометрии проводятся в очном или в дистанционном формате с использованием системы прокторинга.

Дата и время проведения вступительного испытания определяются расписанием вступительных испытаний, которое утверждается председателем приемной комиссии.

Форма проведения вступительных испытаний:

Вступительные испытания проводятся в форме тестирования в соответствии с утвержденным расписанием.

Составление вариантов экзаменационных заданий в форме электронных тестов осуществляется ответственным секретарем приемной комиссии университета. Из вариантов экзаменационных заданий формируются комплекты вопросов - тестов.

Компоновку комплектов вопросов - тестов ответственный секретарь, заместитель ответственного секретаря производят до вступительных испытаний. Тест содержит 35 тестовых вопросов.

При проверке количество первичных баллов переводится в итоговую 100 балльную шкалу через информационную платформу университета.

Абитуриент, не согласный с оценкой, полученной на ВИ и (или) в связи с нарушением процедуры проведения ВИ имеет право подать апелляцию. Процедура подачи и рассмотрения апелляции регламентируется Положением об апелляционной комиссии УУНиТ.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТВЕТА

Критериями оценки экзаменационного ответа, поступающего в бакалавриат/специалитет являются полнота, логичность, доказательность, прочность, осознанность знаний и теоретическая обоснованность суждений, самостоятельность в интерпретации информации, практическая направленность, уровень владения профессиональными умениями менеджера и др. В случае тестирования является правильные ответы на

тестовые задания (в соответствии Положением о вступительных испытаниях УУНИТ).

СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

I.Основные понятия

1. Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
2. Целые, рациональные и действительные числа. Проценты. Модуль числа, степень, корень, арифметический корень, логарифм. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.
3. Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.
4. Функция, ее область определения и область значений.
Возрастание, убывание, периодичность, четность, нечетность. Наибольшее и наименьшее значения функции. График функции.
5. Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические функции.
6. Уравнение, неравенства, система. Решения (корни) уравнения, неравенства, системы. Равносильность.
7. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
8. Точка, прямая и плоскость. Прямая на плоскости. Понятие о геометрическом месте точек. Расстояние. Луч, отрезок, ломаная.
9. Угол. Прямой угол. Острый и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла.
10. Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярность прямых. Серединный перпендикуляр к отрезку. Перпендикуляр и наклонная к прямой. Расстояние от точки до прямой.
11. Треугольник. Прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники.
12. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренные и равносторонние треугольники.
13. Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника.
14. Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция, равнобедренная трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.
15. Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральный и вписанные углы.
16. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.
17. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.
18. Цилиндр, конус, шар, сфера.
19. Равенство и подобие фигур. Симметрия.
20. Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.

21. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.
22. Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности, периметр многоугольника.
23. Площадь многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объем многогранника, цилиндра, конуса, шара.
24. Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы. Длина (модуль) вектора. Координаты вектора. Равенство векторов. Операции над векторами: умножение на число, сложение, разложение, скалярное произведение. Угол между векторами.

II. Основные формулы и теоремы

Алгебра

1. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. 2. Свойства числовых неравенств.
3. Формулы сокращенного умножения. 4. Свойства линейной функции и ее график. 5. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Выделение полного квадрата. Теорема Виета.
6. Свойства квадратичной функции и ее график.
7. Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.
8. Формулы общего члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.
9. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -й степени. Свойства степеней с рациональными показателями.
10. Свойства степенной функции с целым показателем и ее график.
11. Свойства показательной функции и ее график.
12. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
13. Свойства логарифмической функции и ее график.
14. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций, понижения степени. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Формула вспомогательного угла.
15. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
16. Свойства тригонометрических функций и их графики.

Геометрия

1. Свойства вертикальных и смежных углов.
2. Свойства равнобедренного треугольника.
3. Признаки равенства треугольников.
4. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.

5. Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.
 6. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.
 7. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.
 8. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.
 9. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.
 10. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Равенство квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.
 11. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.
 12. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.
 13. Решение прямоугольных треугольников.
 14. Теоремы синусов и косинусов для треугольника.
 15. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.
 16. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.
 17. Свойства средней линии трапеции.
 18. Площадь прямоугольника. Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции (основные формулы). Формулы, выражающие площадь треугольника: через две стороны и угол между ними, через периметр и радиус вписанной окружности, формула Герона, площадь четырехугольника.
 19. Связь между площадями подобных фигур.
 20. Площадь круга и площадь сектора.
 21. Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.
 22. Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей.
 23. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.
 24. Формулы объема прямоугольного параллелепипеда, куба, шара, цилиндра и конуса.
- Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**
1. Поочередный и одновременный выбор.
 2. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.
 3. Вероятности событий.
 4. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

ДЕМОВЕРСИЯ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО ВАРИАНТА

1. В школе есть четырехместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 25 человек?

a) 5	c) 7
b) 6	d) 8

2. Пятая часть всех отдыхающих в пансионате — дети. Какой процент от всех отдыхающих составляют дети?

a) 20	c) 0,2
b) 80	d) 50

3. В ящике находятся чёрные и белые шары, причём чёрных в 4 раза больше, чем белых. Из ящика случайным образом достали один шар. Найдите вероятность того, что он будет белым.

a) 20	c) 0,2
b) 80	d) 0,8

4. Найдите корень уравнения $\sqrt{13 + 2x} = 5$.

a) 25	c) 5
b) -19	d) 6

5. На соревнование по кикбоксингу приехали трое спортсменов из Уфы, двое из Миловки и 7 спортсменов из Белебеевского района. Каждый из них выходит на ринг и демонстрирует свои навыки. Порядок выхода на ринг определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что пятым окажется спортсмен из Уфы.

a) 0,08	c) 0,5
b) 0,416	d) 0,25

6. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x - 4} = 3$.

a) 58	c) 7
b) 31	d) нет решения

7. Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

a) 0,5	c)
b)	d) 0

8. В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

a) 0,2	c) 0,005
b) 0,193	d) 0,995

9. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 3%. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

a) 291	c) 200
b) 309	d) 270

10. Найдите корень уравнения $3^{2-x} = 81$.

a) 2	c) -2
b) 0	d) 3

11. В треугольнике АВС известно, что АВ = ВС = 13, АС = 10. Найдите длину медианы ВМ.

a) 25	c) 5
b) 12	d) 144

12. Найдите значение выражения $\frac{64}{(4\sqrt{5})^2}$.

a) 3,2	c) 0,64
b) 0,16	d) 0,8

13. Найдите значение выражения $\frac{(5x)^3 \cdot x^2}{x^4 \cdot 2x}$.

a) 12,5	c) 62,5
b) 31	d) $25x$

14. Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$.

a) -2	c) 2
b) 1	d) 4

15. Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?

a) 18	c) 19
b) 21	d) 20

16. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1,1 километра, приобрести скорость 110 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

a) 4500	c) 2100
b) 5500	d) 5400

17. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 2 рубля 20 копеек. Счётчик электроэнергии 1 мая показывал 71372 киловатт-часа, а 1 июня показывал 71540 киловатт-часов. Какую сумму нужно заплатить за электроэнергию за май? Ответ дайте в рублях.

a) 370	c) 395
b) 168	d) 369,6

18. В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 181 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?

a) 14	c) 37
b) 15	d) 36

19. Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен $42\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.

a) 51	c) 128
b) 120	d) 126

20. Найдите значение выражения $\log_4 \log_5 25$.

a) 0,5	c) 1
b) 2	d) -2

21. Найдите корень уравнения $\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$.

a) 5	c) 6
b) 13	d) 7

22. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$.

a) 1	c) 4
b) 8	d) 2

23. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 34$, $\tg A = \frac{1}{4}$. Найдите AH .

a) 30	c) 32
b) 34	d) 90

24. Найдите значение выражения $\frac{23}{\sin^2 56^\circ + \sin^2 146^\circ}$.

a) 0	c) 7
b) 23	d) 11,5

25. В сборнике билетов по истории всего 40 билетов, в 16 из них встречается вопрос по теме «Смутное время». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме «Смутное время».

a) 0,4	c) 0,6
b) 1	d) 60

26. В соревновании по биатлону участвуют спортсмены из 25 стран, одна из которых — Россия. Всего на старт вышло 60 участников, из которых 6 — из России. Порядок старта определяется жребием, стартуют спортсмены друг за другом. Какова вероятность того, что десятым стартовал спортсмен из России?

a) 0,9	c) 0
b) 10	d) 0,1

27. Решите уравнение $\tg \frac{\pi(4x-5)}{4} = -1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

a) 1	c) 0
b) -1	d) нет решения

28. Найдите корень уравнения $\log_5(5-x) = 2\log_5 3$.

a) -4	c) 4
b) 2	d) нет решения

29. Найдите значение выражения $\log_5 9 \cdot \log_3 25$.

a) 0	c) 4
b) 15	d) нет решения

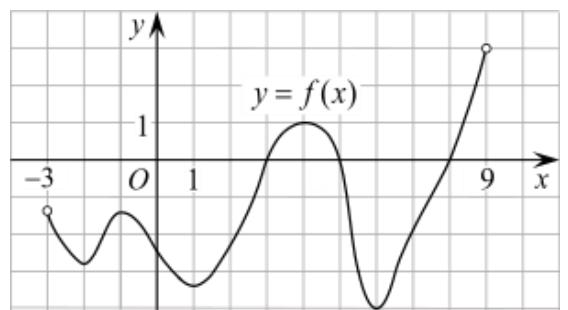
30. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 12$ или совпадает с ней.

a) 4	c) 0
b) 5	d) 2

31. Смешав 55-процентный и 97-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 65-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 75-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 55-процентного раствора использовали для получения смеси?

a) 15	c) 17
b) 16	d) 18

32. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 600$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 400$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 600000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 500000 руб.



a) 23560	c) 6500
----------	---------

b) 5500	d) 3283
---------	---------

33. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x + \frac{18}{x} + 8$ на отрезке $[0,5; 12]$.

a) 3	c) 20
b) 12	d) 0,5

34. Станок выпускает детали двух типов. На ленте его конвейера выложены в одну линию 75 деталей. Пока конвейер движется, на станке готовится деталь того типа, которого на ленте меньше. Каждую минуту очередная деталь падает с ленты, а подготовленная кладется в ее конец. Через некоторое число минут после включения конвейера может случиться так, что расположение деталей на ленте впервые повторит начальное. Найдите наименьшее такое число

a) 2	c) 1
b) 3	d) 0

35. Натуральные числа a, b, c образуют возрастающую арифметическую прогрессию, причём все они больше 500 и являются квадратами натуральных чисел. Найдите наименьшее возможное, при указанных условиях, значение b .

a) 1296	c) 1369
b) 529	d) нет решения

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балаян, Э.Н. Математика: справочник для подготовки к ЕГЭ. (профильный уровень) / Э.Н. Балаян. - Рн/Д: Феникс, 2019. - 160 с.
2. Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования – М.: Академия, 2013. -208 с.
3. В. А. Гусев, С. Г. Григорьев, С. В. Иволгина. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для использования в учебном процессе образовательных учреждений СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования / – М.: Академия, 2017. - 412 с.
4. Клово, А.Г. Математика в формате ЕГЭ. Базов.уровень. Простейшие математические модели / А.Г. Клово. - Рн/Д: Феникс, 2016. - 80 с.
5. Клово, А.Г. Математика в формате ЕГЭ. Базовый уровень. Вычисления и преобразования / А.Г. Клово. - Рн/Д: Феникс, 2016. - 96 с.
6. Клово, А.Г. Математика в формате ЕГЭ. Базовый уровень. Уравнения и неравенства / А.Г. Клово. - Рн/Д: Феникс, 2016. - 96 с.
7. Мерзляк, А.Г. ЕГЭ. Математика. Новый полный справочник для подготовки к ЕГЭ / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. - М.: АСТ, 2017. - 560 с.
8. Мерзляк, А.Г. ЕГЭ. Математика. Новый полный справочник для подготовки к ЕГЭ / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. - М.: АСТ, 2017. - 128 с.
9. Мерзляк, А.Г. ЕГЭ. Математика. Новый полный справочник для подготовки к ЕГЭ / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. - М.: АСТ, 2018. - 189 с.
10. Мордкович, А.Г. ЕГЭ. Математика. Новый полный справочник школьника для подготовки к ЕГЭ / А.Г. Мордкович, В.И. Глизбург, Н.Ю. Лаврентьева. - М.: АСТ, 2017. - 16 с.
11. Мордкович, А.Г. ЕГЭ. Математика. Новый полный справочник школьника для подготовки к ЕГЭ / А.Г. Мордкович, В.И. Глизбург, Н.Ю. Лаврентьева. - М.: АСТ, 2017. - 352 с.
12. Роганин, А.Н. ЕГЭ. Математика. Пошаговая подготовка / А.Н. Роганин, И.В. Лысикова, Ю.А. Захарийченко. - М.: Эксмо, 2018. - 107 с.
13. Роганин, А.Н. ЕГЭ. Математика. Экспресс-подготовка в схемах и таблицах / А.Н. Роганин, И.В. Третьяк. - М.: Эксмо, 2018. - 319 с.
14. Роганин, А.Н. ЕГЭ. Математика. Универсальный справочник / А.Н. Роганин, Ю.А. Захарийченко, Л.И. Захарийченко. - М.: Эксмо, 2019. - 272 с.
15. Удалова, Н.Н. ЕГЭ. Математика. Алгоритмы выполнения типовых заданий / Н.Н. Удалова, Т.А. Колесникова, Д.А. Кудрец. - М.: Эксмо, 2018. - 159 с.

16. Ященко, И.В. ЕГЭ. Математика. Большой сборник тематических заданий для подготовки к единому государственному экзамену. Профильный уровень / И.В. Ященко. - М.: АСТ, 2018. - 160 с.
17. Ященко, И.В. ЕГЭ. Математика. Большой сборник тематических заданий для подготовки к единому государственному экзамену. Базовый уровень / И.В. Ященко. - М.: АСТ, 2019. - 172 с.
18. Ященко, И.В. ЕГЭ. Математика. Большой сборник тематических заданий для подготовки к единому государственному экзамену. Профильный уровень / И.В. Ященко. - М.: АСТ, 2018. - 223 с.
19. www.fipi.ru. Сайт «Федеральный институт педагогических измерений».
20. www.ege.edu.ru. - Официальный информационный портал единого государственного экзамена.