МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

ПРИНЯТО
На заседании кафедры математического анализа факультета математики и информационных технологий
Протокол от «26» декабря 2022г. № 5

Зав. кафедрой ____________ / Фазуллин З.Ю.

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебно-методической работе
____________ Галимханов А.Б.
м.п.
«28» декабря 2022 г.

УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ПОДГОТОВКА КАДРОВ ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИИ

ПРОГРАММА
вступительного экзамена по научной специальности
1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Разработчик:
____________________ / д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой, Фазуллин З.Ю.

Уфа – 2022

Общие требования

Данная программа представляет собой перечень тем, список вопросов, список литературы по математике для сдачи вступительного экзамена по научной специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ в аспирантуру факультета математики и информационных технологий Уфимского университета науки и технологий. Программа предполагает наличие у поступающих хорошо развитого математического мышления и математической культуры, прочно усвоенные знания по базовым математическим дисциплинам, указанным в темах данной программы, а так же уверенные навыки по доказательству математических теорем, умения применять математический аппарат для исследования математических моделей в механике. Приветствуется знания, выходящие за рамки описанной программы, представление о круге специальной литературы и современной периодики по теме предполагаемой будущей диссертации.

Экзаменационный билет состоит из трех обязательных вопросов и одного или нескольких дополнительных вопросов по билету (по усмотрению экзаменационной комиссии). Каждый вопрос оценивается в 30 баллов, дополнительные вопросы в сумме оцениваются в 10 баллов.

Шкала оценивания одного вопроса из билета

21-30 баллов	Экзаменуемый дает развернутый ответ на вопрос: четко определяет все понятия по теме вопроса, приводит доказательства всех теорем. От 1 до 9 баллов могут сниматься за неполные или нечеткие определения и доказательства теорем.
11-20 баллов	Экзаменуемый дает неполный ответ на вопрос: либо определяет не все понятия и (или) приводит не все доказательства теорем.
1-10 баллов	Экзаменуемый имеет лишь некоторые представления о понятиях по теме вопроса.
0 баллов	Экзаменуемый не имеет никаких представлений о понятиях по теме вопроса.

За экзамен выставляются следующие оценки:

«неудовлетворительно» - от 0 до 39 баллов

«удовлетворительно» - от 40 до 59 баллов

«хорошо» - от 60 до 79 баллов

«отлично» - от 80 до 100 баллов

Темы вступительных экзаменов

Математический анализ

1. Предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции.

2. Действительные числа: алгебраические свойства множества R действительных чисел; аксиома полноты множества R. Действия над действительными числами, принцип Архимеда. Основные принципы полноты множества R: существование точной верхней (нижней) грани числового множества, принцип вложенных отрезков, дедекиндово сечение, лемма о конечном покрытии.

3. Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела; предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности; число «е», верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела.

4. Топология на R; предел функции в точке; свойства пределов; бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности; предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу; общая теория предела; предел функции по базису фильтра (по базе); основные свойства предела; критерий Коши существования предела; сравнение поведения функций на базе; символы «о», «О», «~».

5. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции; точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке; существование наибольшего и наименьшего значений; прохождение через все промежуточные значения; равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке; монотонные функции, существование и непрерывность обратной функции, непрерывность элементарных функций.

6. Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке, дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница.

7. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; локальная формула Тейлора; асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом; применение дифференциального исчисления к исследованию функций, признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, раскрытие неопределенностей; геометрические приложения.

8. Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства; таблица формул интегрирования; замена переменной, интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций.

9. Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; определенный интеграл Римана; критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва; свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении; дифференцирование по переменному верхнему пределу; существование первообразной от непрерывной функции; связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона-Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям; длина дуги и другие геометрические,

механические и физические приложения; функции ограниченной вариации; теорема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства; интеграл Стилтьеса. Признаки существования интеграла Стильтеса и его вычисления.

10. Функции многих переменных: Евклидово пространство п измерений; обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства; функции многих переменных, пределы, непрерывность; свойства непрерывных функций; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; градиент; достаточное условие дифференцируемости; касательная плоскость и нормаль к поверхности; дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков, свойства смешанных производных; дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких независимых переменных; экстремум; отображения RAn в RAm, их дифференцирование, матрица производной; якобианы; теоремы о неявных функциях; замена переменных; зависимость функций; условный экстремум.

11. Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов; признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.

12. Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость; признаки равномерной сходимости; теорема о предельном переходе; теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании; степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши-Адамара; равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов; ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды; оценка с помощью формулы

13. Тейлора погрешности при замене функции многочленом; ряды с комплексными членами; формулы Эйлера; применение рядов к приближенным вычислениям; теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.

14. Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости; интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; несобственные интегралы, зависящие от параметра: равномерная сходимость, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью интегралов, бета- и гамма- функции Эйлера.

15. Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье; признаки сходимости ряда Фурье в точке; принцип локализации; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; неравенство Бесселя; достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля; интеграл Фурье и преобразование Фурье.

16. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности: двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному; замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; механические и физические приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; несобственные кратные интегралы.

17. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: криволинейные интегралы; формула Грина; интегралы по поверхности; формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути.

18. Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул

Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор «набла».

Рекомендуемая литература: см. [1] - [5]

Алгебра

1. Понятие группы, кольца и поля; поле комплексных чисел; кольцо многочленов; деление многочленов с остатком; теорема Безу; кратность корня многочлена, ее связь со значениями производных; разложение многочлена на неприводимые множители над полями комплексных и действительных чисел; формулы Виета; наибольший общий делитель многочленов, его нахождение с помощью алгоритма Евклида; кольцо многочленов от нескольких переменных; симметрические многочлены.

2. Группа подстановок; четность подстановки; циклические группы; разложение группы на смежные классы по подгруппе; теорема Лагранжа.

3. Системы линейных уравнений; свойства линейной зависимости; ранг матрицы; определители, их свойства и применение к исследованию и решению систем линейных уравнений; кольцо матриц и группа невырожденных матриц.

4. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы; билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные формы; критерий Сильвестра; ортонормированные базисы и ортогональные дополнения; определители Грама и объем параллелепипеда.

5. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; достаточные условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду; понятие о жордановой нормальной форме; самосопряженные и ортогональные (унитарные) операторы; приведение квадратичной формы в евклидовом пространстве к каноническому виду. Аффинные системы координат; линейные многообразия, их взаимное

расположение; квадрики гиперповерхности второго порядка); их аффинная и метрическая классификация и геометрические свойства.

6. Примеры групп преобразований: классические линейные группы, группа движений и группа аффинных преобразований, группы симметрии правильных многоугольников и многогранников в трехмерном пространстве; классификация движений плоскости и трехмерного пространства.

Рекомендуемая литература: см. [6] - [8].

Аналитическая геометрия

1. Векторы: векторы, их сложение и умножение на число; линейная зависимость векторов и ее геометрический смысл; базис и координаты; скалярное произведение векторов; переход от одного базиса к другому; ориентация; ориентированный объем параллелепипеда; векторное и смешанное произ ведения векторов.

2. Прямая линия и плоскость: системы координат; переход от одной системы координат к другой; уравнение прямой линии на плоскости и плоскости в пространстве; взаимное расположение прямых на плоскости и плоскостей в пространстве; прямая в пространстве.

3. Линии второго порядка: квадратичные функции на плоскости и их мат рицы; ортогональные матрицы и преобразования прямоугольных координат; ортогональные инварианты квадратичных функций; приведение уравнения линий второго порядка к каноническому виду; директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы; пересечение линий второго порядка с прямой; центры линий второго порядка; асимптоты и сопряженные диаметры; главные направления и главные диаметры; оси симметрии.

4. Аффинные преобразования: определение и свойства аффинных преобразований; аффинная классификация линий второго порядка; определение и свойства изометрических преобразований; классификация движений плоскости.

5. Поверхности второго порядка: теорема о канонических уравнениях поверхностей второго порядка (без доказательства); эллипсоиды; гиперболоиды; параболоиды; цилиндры; конические сечения; прямолинейные образующие; аффинная классификация поверхностей второго порядка.

6. Проективная плоскость: пополненная плоскость и связка; однородные координаты; линии второго порядка в однородных координатах; проективные системы координат; проективные системы преобразования; проективная классификация линий второго порядка.

Рекомендуемая литература: см. [9] - [11].

Дифференциальная геометрия

1. Геометрические объекты: кривые, способы задания. Кривизна плоских кривых, пространственные кривые, репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых, формулы Френе, натуральное уравнение кривой, эволюта и эвольвента.

2. Поверхности способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, первая квадратичная форма поверхности, площадь поверхности, кривизна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и ее свойства, инварианты пары квадратичных форм; средняя и гауссова кривизна поверхности; деривационные формулы, символы Кристоффеля поверхности, геодезическая кривизна, геодезические и их свойства.

3. Многомерные геометрические объекты: проективное пространство, аффинная карта проективного пространства, модели проективных пространств малой размерности, метрические группы.

Рекомендуемая литература: см. [14] - [16]

Дифференциальные уравнения

1. Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые кривые. Элементарные приемы интегрирования

2. Задача Коши.

3. Линейные дифференциальные уравнения. Общая теория.

4. Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида (квазимногочлен).

5. Непрерывная зависимость решения от параметра; дифференцируемость решения по параметру; линеаризация уравнения в вариациях;

6. устойчивость по Ляпунову; теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению и ее применение;

7. фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки, седло, узел, фокус, центр.

8. Первые интегралы; уравнения с частными производными первого порядка; связь характеристик с решениями; задача Коши; теорема существования и единственности решения задачи Коши (в случае двух независимых переменных).

Рекомендуемая литература: см. [17] - [20].

Функциональный анализ

1. Метрические и топологические пространства.

2. Мера и интеграл Лебега.

3. Банаховы пространства: определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах;

4. Линейные операторы в банаховых пространствах; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе;

5. Компактные операторы. Теоремы Фредгольма

6. Гильбертовы пространства

7. Самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах;

8. Функциональное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию; спектральная теорема; неограниченные самосопряженные операторы; примеры.

9. Линейные топологические пространства и обобщенные функции: функционал Минковского; нормируемость и метризуемость; топологии в сопряженном пространстве; слабая компактность шара в сопряженном пространстве.

10. Основные пространства гладких функций. Пространство обобщенных функций;

11. Преобразование Фурье.

12. Элементы линейного анализа: слабый и сильный дифференциал нелинейного функционала; экстремум функционала; классические задачи вариационного исчисления; уравнение Эйлера; вторая вариация; условия Лежандра и Якоби.

Рекомендуемая литература: см. [21] - [22].

Теория функций комплексного переменного

1. Комплексные числа. Функции комплексного переменного и отображения множеств.

2. Элементарные функции комплексного переменного.

3. Интеграл по комплексному переменному

4. Интегральная теорема Коши. Интеграл Коши: интегральная формула Коши;

5. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных; теорема Морера.

6. Последовательности и ряды аналитических функций в области.

7. Разложение аналитической функции в степенной ряд

8. Теорема единственности и принцип максимума модуля: нули аналитической функции, порядок нуля; теорема единственности для аналитических функций; принцип максимума модуля и лемма Шварца.

9. Ряд Лорана

10. Неравенства Коши для коэффициентов; теорема Лиувилля и теорема об устранимой особой точке. Изолированные особые точки однозначного характера; классификация изолированных особых точек однозначного характера по поведению функции и ряду Лорана; полюс, порядок полюса; существенная особая точка, Теорема Сохоцкого- Вейерштрасса, понятие о теореме Пикара; бесконечно удаленная точка как особая.

11. Вычеты, принцип аргумента: определение вычета, теоремы Коши о вычетах, вычисления вычетов; применения вычетов; логарифмический вычет, принцип аргумента; теорема Руше и теорема Гурвица.

12. Отображения посредством аналитических функций: принцип открытости и принцип области; теорема о локальном обращении; однолистные функции, критерий локальности однолистности и критерий конформности в точке, достаточное условие однолистности (обратный принцип соответствия границ); дробно-линейность однолистных конформных отображений круговых областей друг на друга; теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответствии границ при конформном отображении. Аналитическое продолжение

13. Полная аналитическая функция в смысле Вейерштрасса, ее риманова поверхность и особые точки; теорема о монодромии; аналитическое продолжение через границу области, принцип симметрии. Целые и мероморфные функции: целые функции, их порядок и тип; произведение Вейерштрасса; мероморфные функции; функции, мероморфные в расширенной плоскости.

14. Гармонические функции на плоскости

15. Теорема Лиувилля и теорема Харнака об устранимой особой точке; интегралы Пуассона и Шварца; разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами; задача Дирихле, применение конформных отображений для ее решения; гидромеханическое истолкование гармонических и аналитических функций.

Рекомендуемая литература: см. [23] - [25]

Уравнения с частными производными

1. Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; постановка краевых задач, их физическая интерпретация.

2. Теорема Коши-Ковалевской; понятия характеристического направления, характеристики; приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными

3. Волновое уравнение, метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье.

4. Уравнения Лапласа и Пуассона; формулы Грина; фундаментальное решение оператора Лапласа; потенциалы; свойства гармонических функций; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина задачи Дирихле; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле;

5. Обобщенные решения краевых задач.

6. Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

7. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач.

Рекомендуемая литература: см. [26] - [29].

Список экзаменационных вопросов

1. Предел числовой последовательности. Критерий Коши существования предела числовой последовательности. Свойства пределов числовых последовательностей. Верхний и нижний пределы последовательностей, критерий сходимости в терминах верхних и нижних пределов.

2. Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости Даламбера, Коши и сравнения для положительных рядов, признак сходимости Лейбница для знакочередующихся рядов.

3. Предел функции одной переменной в точке. Непрерывность функции одной переменной в точке. Непрерывность функции одной переменной на отрезке и на интервале. Теоремы о непрерывных на отрезке функциях: теоремы Больцано - Коши, Вейерштрасса, Кантора.

4. Дифференцируемость функции в точке. Функции, дифференцируемые на интервале и их свойства: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.

5. Непрерывность и дифференцируемость функции многих переменных в точке и в области. Частные производные. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью частных производных.

6. Производные функции по направлению, градиент. Необходимые и достаточные условия экстремума функции одной и многих переменных.

7. Формула Тейлора для функций одной и многих переменных.

8. Неявные функции, теорема о неявной функции. Производные неявной функции.

9. Определенный интеграл Римана, суммы Дарбу, критерии интегрируемости. Простейшие свойства интеграла Римана. Формула Ньютона - Лейбница. Несобственные интегралы, критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Признаки сходимости: признак сравнения, признаки Абеля и

Дирихле. Интегрирование в многомерных пространствах. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Стокса.

10. Дифференцируемость функции комплексного переменного в точке. Аналитические функции. Условие Коши - Римана. Элементарные функции комплексного переменного и их производные. Интеграл по кривой от аналитической функции, теорема Коши, интегральная формула Коши, разложение в степенной ряд аналитических функций. Степенные ряды элементарных функций комплексного переменного.

11. Ряды Лорана, классификация изолированных особых точек. Вычеты и основная теорема о вычетах. Применение вычетов для вычисления несобственных интегралов.

12. Теорема Руше. Доказательство основной теоремы алгебры.

13. Метрические пространства. Компактные и предкомпактные множества в метрических пространствах. Критерии Хаусдорфа и Гейне - Бореля компактности множества.

14. Принцип сжатых отображений и его связь с итеративными методами решения уравнений.

15. Линейные нормированные пространства. Линейные функционалы и операторы в ЛНП. Норма линейного непрерывного оператора и теорема Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала с сохранением нормы.

16. Гильбертово пространства. Теорема о проекциях и общий вид линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве.

17. Ряды Фурье в функциональных гильбертовых пространствах. Сходимость в среднем. Условия сходимости в точке и равномерная сходимость.

18. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Задача Коши для ОДУ. Теорема существования и единственности задачи Коши.

19. Общее решение линейного однородного уравнения конечного порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение

линейного неоднородного уравнения конечного порядка с постоянными коэффициентами.

20. Фазовый портрет системы линейных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами .

21. Классификации уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и с двумя независимыми переменными.

22. Уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Постановка основных задач, их физическая интерпретация. Существование и единственность решения задача Коши для уравнения колебаний неограниченной струны.

23. Задача о колебаниях струны с закрепленными концами. Построение ее решения методом Фурье.

24. Уравнение теплопроводности. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Вывод формулы Пуассона.

25. Матрица и действия с матрицами. Обратная матрица и методы ее вычисления.

26. Определитель матрицы, его свойства.

27. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Методы решения СЛАУ.

28. Ранг матрицы и методы вычисления ранга матрицы. Фундаментальная система решений однородных СЛАУ. Общее решение однородной СЛАУ.

29. Многочлены. Корни многочленов. Алгоритм Евклида. Теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены.

30. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Различные виды уравнений плоскости в пространстве.

31. Кривые второго порядка. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

32. Определение пространственной кривой и ее длины. Кривизна и кручение кривой, формулы Френе.

33. Поверхность в пространстве. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая и вторая квадратичная форма. Кривизна поверхности.

34. Конечномерные линейные пространства. Размерность линейного пространства. Базис в линейном пространстве. Евклидово пространство. Скалярное произведение и норма в евклидовом пространстве.

35. Линейные операторы в конечномерных линейных пространствах и их матрицы. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Собственные вектора и собственные числа линейных операторов. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

36. Пересечение и сумма подпространств. Прямая сумма подпространств. Размерность суммы и пересечения подпространств.

37. Билинейные и квадратичные формы. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий

38. Сильвестра. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Литература

1. Л.Д. Кудрявцев: Курс математического анализа. В 3-х томах, - М.: Дрофа, 2003-2006.
2. Л.Д. Кудрявцев и др.: Сборник задач по математическому анализу. В 3-х томах, - М.: Физматлит, 2003.
3. Г.М. Фихтенгольц: Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах, - М.: Физматлит, 2001.
4. Б.П. Демидович: Сборник задач и упражнений по математическому анализу, - М.: АСТ Астрель, 2010.
5. И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий: Задачи и упражнения по математическому анализу (в 2-х частях), - М.: Дрофа, 2001.

6. А.Г. Курош: Курс высшей алгебры, - СПб.: Лань, 2008.
7. А.И. Кострикин: Введение в алгебру, в 3 частях, - М.: Изд-во МЦНМО, 2009.
8. А.И. Кострикин и др.: Сборник задач по алгебре, - М.: Изд-во МЦНМО,2009.
9. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк: Аналитическая геометрия, - М.: ФизМатЛит,2012.
10. Р.А. Шарипов: Курс аналитической геометрии, - Уфа: РИЦ БашГУ,2010.
11. Л.А. Беклемишева, А.Ю. Петрович, И.А.Чубаров: Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре, - М.: ФизМатЛит,2008.
12. И.М. Гельфанд: Лекции по линейной алгебре, - М.: Добросвет, 2009.
13. Р.А. Шарипов: Курс линейной алгебры и многомерной геометрии, - Уфа: РИЦ БашГУ, 1996. http://www.freetextbooks.narod.ru/r4-b2.htm 67
14. Э.Г. Позняк, Е.В. Шикин: Дифференциальная геометрия, - М.: Эдиториал УРСС, 2003.
15. Р.А. Шарипов: Курс дифференциальной геометрии, - Уфа: РИЦ БашГУ, 1997. http://www.freetextbooks.narod.ru/r4-b3.htm
16. А.С. Феденко и др.: Сборник задач по дифференциальной геометрии,М.: Наука, 1979.
17. В.И. Арнольд: Обыкновенные дифференциальные уравнения, - М.: Наука, 2010. 21. А.Ф.Филиппов: Введение в теорию дифференциальных уравнений, -М.: Едиториал УРСС, 2011.
18. А.Ф.Филиппов: Сборник задач по дифферен-м уравнениям, -М., Ижевск: Изд-во РХД, 2010.
19. М.Г. Юмагулов: Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения, - М., Ижевск: Изд-во РХД, 2008.
20. Я.Т. Султанаев, О.Г.Гайдамак: Обыкновенные дифференциальные уравнения, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2007.
21. А.Н. Колмогоров, С.В.Фомин: Элементы теории функций и функционального анализа, - М.: Физматлит, 2009.
22. Г.И. Просветов: Функциональный анализ. Задачи и решения, - М.:Альфа-Пресс, 2010.
23. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат: Методы теории функций комплексного переменного, - СПб.: Лань, 2002.

24. А.И. Маркушевич: Теория аналитических функций. В 2-х томах, -СПб.: Лань, 2009.

25. Б.В. Шабат: Введение в комплексный анализ. В 2 частях, - СПб.:Лань, 2004. 68

26. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский: Уравнения математической физики, -М.: Изд-во МГУ, 2009.

27. В.С. Владимиров, В.П. Михайлов, А.А. Вашарин, Х.Х. Каримова, Ю.В. Сидоров, М.Н. Шабунин: Сборник задач по уравнениям математической физики, - М.: Физматлит, 2003.

28. В.С. Владимиров, В.В. Жаринов: Уравнения математической физики,- М.: Физматлит, 2004.

29. А.В. Жибер, Г.З. Мухаметова, Н.А. Сидельникова: Дифференциальные уравнения математической физики и методы их решения, - Уфа: РИЦ БашГУ, 2010.

СОГЛАСОВАНО:

И.о. декана факультета математики
и информационных технологий — О.А. Кривошеева