Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ДИСКА ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ И ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА

Методические указания к лабораторной работе № 101 по дисциплине «Физика»

Уфа 2015

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»

Кафедра физики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ДИСКА ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ И ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА

Методические указания к лабораторной работе № 101
по дисциплине «Физика»

Уфа 2015

Составитель Л. В. Рабчук

УДК 531(07)
ББК 22.2я7

Определение момента инерции диска относительно оси и проверка теоремы Штейнера: Методические указания к лабораторной работе № 101 по дисциплине «Физика» / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост. Л. В. Рабчук. – Уфа, 2015. – 11 с.

Цель методических указаний – закрепление и совершенствование знаний студентов по дисциплине «Физика» и формирование умений их применять для решения научно-технических задач в теоретических и прикладных аспектах, возникающих в последующей профессиональной деятельности выпускников технического университета.

Определяются моменты инерции сплошного диска относительно оси при различных расстояниях от нее до оси симметрии и экспериментально проверяется теорема Штейнера.

Предназначены для студентов, изучающих дисциплину «Физика» по разделу «Механика. Механические колебания. Статистическая физика и термодинамика» на всех направлениях подготовки бакалавров и специалистов.

Табл. 2. Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доц. Осипов В. С.,
канд. физ.-мат. наук, доц. Кузбеков Т. Т.

© Уфимский государственный
авиационный технический университет, 2015

Содержание

Введение 4

1. Цели работы 5

2. Задачи 5

3. Теоретическая часть 5

3.1. Момент инерции. Теорема Штейнера 5

3.2. Метод крутильных колебаний 7

4. Экспериментальная установка 8

5. Требования по технике безопасности 9

6. Задание 9

7. Методика выполнения задания 9

Контрольные вопросы 10

Требования к содержанию и оформлению отчета 10

Критерии результативности выполнения лабораторной работы 11

Список литературы 11

Введение

Любое движение твердого тела можно представить суммой поступательного и вращательного движений. При изучении динамики вращательного движения используются такие физические величины, как момент импульса, момент силы, момент инерции.

Данная лабораторная работа посвящена усвоению понятия момента инерции твердого тела относительно оси, определению момента инерции сплошного диска относительно различных осей, перпендикулярных плоскости диска, а также экспериментальной проверке теоремы Штейнера.

В результате выполнения лабораторной работы формируются следующие компетенции:

- способность демонстрировать базовые знания в области общенаучных дисциплин и готовность использовать основные законы в профессиональной деятельности;
- способность проводить эксперименты по заданной методике и обработку результатов.

Перечисленные компетенции формируются через умения:

- работать с измерительными приборами;
- рассчитывать физические величины по экспериментальным данным;
- анализировать результаты опыта;
- оформлять отчет;

а также владения:

- теоретическим материалом;
- навыками измерения физических величин по приборам;
- технологией обработки экспериментальных данных.

Лабораторная работа № 101

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ДИСКА ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ И ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА

1. ЦЕЛИ РАБОТЫ

1. Определение момента инерции сплошного диска относительно оси вращения при различных расстояниях между этой осью и осью симметрии.

2. Экспериментальная проверка теоремы Штейнера.

2. ЗАДАЧИ

1. Закрепление теоретических знаний студентами по теме «Механика твердого тела».

2. Приобретение навыков проведения физических измерений, умения обработки полученных данных.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

3.1. Момент инерции. Теорема Штейнера

Моментом инерции материальной точки относительно оси называют произведение ее массы m_i на квадрат расстояния r_i этой материальной точки до оси

$$J_i = m_i r_i^2 .$$

Моментом инерции тела относительно оси называют сумму моментов инерции материальных точек, из которых состоит тело, относительно этой оси

$$J = \sum_{i=1}^{n} J_i = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 .$$

Представим тело состоящим из бесконечно малых частей объемом dV и массы dm. Тогда момент инерции каждой малой части относительно оси будет равен

$$dJ = r^2 dm .$$

Интегрируя данное уравнение по всей массе, получим момент инерции тела относительно оси

$$J = \int_m r^2 dm , \qquad (3.1)$$

где r – расстояние от малой части тела объемом dV до рассматриваемой оси.

Так как $dm = \rho dV$, где ρ – плотность тела в данном объеме dV, то уравнение (3.1) можно записать в виде

$$J = \int_V r^2 \rho dV . \qquad (3.2)$$

Из уравнения (3.2) следует, что момент инерции тела зависит от материала, формы, размеров тела, а также от распределения массы тела относительно оси.

Если тело однородно, то плотность ρ во всех его областях одинакова, в этом случае

$$J = \rho \int_m r^2 dV . \qquad (3.3)$$

В табл. 1 приведены значения моментов инерции некоторых однородных тел простейшей формы относительно определенных осей симметрии, которые можно получить, решив уравнение (3.3).

Таблица 1

Тело	Положение оси C	Момент инерции J_C
Прямой тонкий стержень длины l и массы m	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Сплошной цилиндр (диск) радиуса R и массы m	Ось цилиндра (диска)	$\frac{1}{2}mR^2$
Полый тонкостенный цилиндр (обруч, кольцо) радиуса R и массы m	Ось цилиндра (обруча, кольца)	mR^2
Шар радиуса R и массы m	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

Каждое из приведенных в таблице значений моментов инерции рассчитано относительно оси, проходящей через центр масс тела. Зная эти значения, можно легко вычислить момент инерции тела относительно произвольной оси, параллельной той, которая проходит через центр масс. Это можно сделать с помощью теоремы Штейнера, согласно которой момент инерции J тела относительно произвольной

оси равен сумме момента инерции J_C тела относительно оси, параллельной взятой и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния a между осями

$$J = J_C + ma^2. \tag{3.4}$$

Момент инерции тела относительно оси является мерой инертности тела при вращательном движении, подобно тому как масса является мерой инертности тела при поступательном движении. Момент инерции зависит не только от массы тела, но и от распределения массы относительно оси. Каждое тело независимо от того, вращается оно или покоится, обладает определенным моментом инерции относительно любой оси, подобно тому, как тело обладает массой независимо от того, движется оно или находится в покое.

3.2. Метод крутильных колебаний

Рассмотрим поведение диска, который может вращаться вокруг закрепленной вертикальной оси, перпендикулярной плоскости диска. Пусть к диску будет прикреплен внешний конец спиралевидной пружины, другой конец которой (внутренний) прикреплен к оси. Если диск повернуть вокруг оси на некоторый угол, а затем предоставить самому себе, то он будет совершать вращательное колебательное движение. Это движение подобно тому, как ведет себя маятник в механических часах. Величина вращающегося момента силы упругости M, возникающего при деформации пружины и заставляющего ее вернуться в недеформированное состояние, прямо пропорциональна углу φ отклонения диска от равновесного положения

$$M = -D \cdot \varphi, \tag{3.5}$$

где D – модуль кручения пружины.

Наличие знака «минус» в (3.5) обусловлено тем, что вектор момента силы $\vec{M}$ направлен противоположно вектору изменения угла поворота $d\vec{\varphi}$.

Если пренебречь трением диска об ось и действием на него воздуха, то основной закон динамики вращательного движения применительно к диску запишется как

$$M = J \cdot \varepsilon, \tag{3.6}$$

где J – момент инерции диска относительно оси вращения, а $\varepsilon = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$

– угловое ускорение диска.

Исключая из уравнений (3.5) и (3.6) M, получим дифференциальное равнение гармонических незатухающих колебаний

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{D}{J}\varphi,$$

решением, которого является гармоническая функция φ от времени t

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}}$ – циклическая частота колебаний диска.

Выразив ω_0 через период колебаний

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T},$$

получим

$$J = \frac{T^2 D}{4\pi^2}. \qquad (3.7)$$

Таким образом, зная модуль кручения пружины D и измерив период колебаний диска, можно определить момент инерции диска относительно оси вращения.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Установка для определения момента инерции диска относительно различных осей, перпендикулярных плоскости диска, изображена на рис. 4.1.

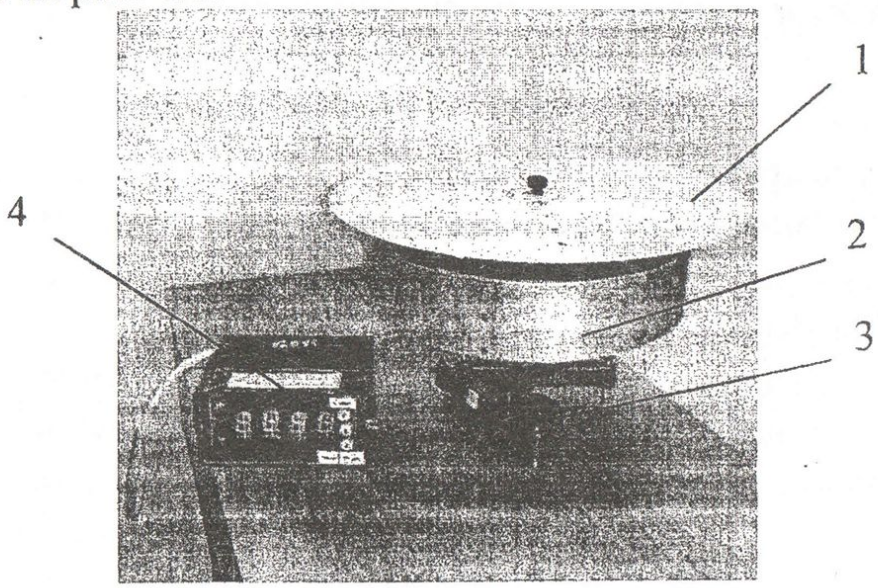

Рис. 4.1. Установка для определения момента инерции диска методом крутильных колебаний

В состав установки входят: сплошной диск (1) с отверстиями, торсионная ось вращения с пружиной, закрытая защитным кожухом (2), опора V-образной формы (3) и таймер (4).

5. ТРЕБОВАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Прежде чем приступить к работе, внимательно ознакомьтесь с заданием и лабораторной установкой.
2. Сообщите преподавателю или лаборанту о замеченных неисправностях.
3. Не загромождайте рабочее место предметами, не относящимися к выполняемой работе.
4. По окончании работы приведите в порядок свое рабочее место.

6. ЗАДАНИЕ

Определение момента инерции сплошного диска относительно оси вращения при различных расстояниях между этой осью и осью симметрии. Экспериментальная проверка теоремы Штейнера.

7. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

1. Закрепить центр диска на оси вращения и установить его в состояние равновесия на столе.
2. Повернуть диск на 180° от положения равновесия и отпустить.
3. Определить время t_1 5 полных колебаний диска.
4. Повторить опыт еще 2 раза, измеряя время t_2 и t_3.
5. Определить период колебаний T диска, поделив среднее время $t_{ср}$ на число колебаний

$$T = \frac{t_{ср}}{N}.$$

6. Установить диск на оси вращения таким образом, чтобы она находилась на расстоянии 2 см от его центра. Провести эксперимент и расчет периода, повторив п. 2-4.
7. Повторить измерения при расстояниях от центра диска до оси вращения, равных 4, 6, 8 см.
8. По формуле (3.7), рассчитать моменты инерции диска относительно оси вращения для всех расстояний от нее до центра диска, включая нулевое. Модуль кручения пружины принять равным $D = 0{,}033$ Н·м/рад.
9. Результаты измерений и вычислений внести в табл. 2.

Таблица 2

a, см	a^2, см^2	t_1, с	t_2, с	t_3, с	$t_{ср}$, с	T, с	J, кг·м^2

10. Построить график зависимости момента инерции тела J от квадрата a^2 расстояния между осью вращения и параллельной осью, проходящей через центр масс диска.

11. По виду зависимости $J = f(a^2)$ сделать вывод о выполнении или невыполнении теоремы Штейнера.

12. Рассчитать теоретическое значение момента инерции диска, измерив его радиус. Масса диска равна 704 г.

13. Сравнить теоретическое и экспериментально найденное значение момента инерции диска относительно оси симметрии.

Контрольные вопросы

1. Что называют моментом инерции материальной точки относительно оси? Что называют моментом инерции тела относительно оси?
2. Каков физический смысл момента инерции?
3. В чем суть теоремы Штейнера?
4. Как теорема Штейнера проверяется экспериментально?
5. Как рассчитать момент инерции диска относительно оси симметрии?
6. Вычислить момент инерции полого цилиндра относительно оси, совпадающей с его образующей (сплошного шара относительно оси, касательной к его поверхности; тонкого однородного стержня относительно перпендикулярной к стержню оси, проходящей через его конец).

Требования к содержанию и оформлению отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Название и номер лабораторной работы.
2. Цель работы.

3. Краткую теорию.

4. Основные формулы для выполнения расчетов.

5. Таблицу с результатами измерений и вычислений.

6. Формулы для расчета погрешностей измерений (по указанию преподавателя).

7. График зависимости $J = f(a^2)$.

8. Краткое заключение (выводы) по результатам работы: обобщение того, что сделано в работе, сравнение теоретически рассчитанного и экспериментально полученного значения момента инерции диска относительно оси симметрии, заключение о выполнении или нарушении теоремы Штейнера, предложения по усовершенствованию лабораторной установки и по проведению работы.

Критерии результативности выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа считается выполненной, если студент:

- правильно выполнил экспериментальную и расчетную части работы;
- составил отчет, соответствующий предъявляемым к нему требованиям;
- сформулировал выводы по проделанной работе;
- подготовил ответы на все контрольные вопросы.

Список литературы

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 1. – М.: Издательство «КноРус», 2012.

2. *Детлаф А. Н.,* Яворский Б. М. Курс физики. – М.: Academia, 2009.

3. *Трофимова Т. И.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 2012.

Составитель РАБЧУК Людмила Васильевна

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ДИСКА ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ И ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА

Методические указания к лабораторной работе № 101
по дисциплине «Физика»

Подписано в печать 10.03.2015. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Times New Roman.
Усл. печ. л. 0,7. Уч.-изд. л. 0,6. Тираж 100 экз. Заказ № 205.
ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет»
Редакционно-издательский комплекс УГАТУ
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12